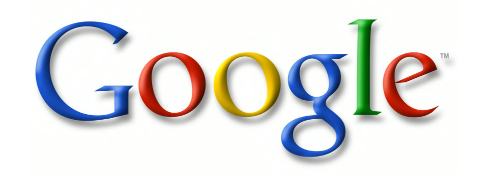



B 482659


1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

JOURNAL

DE PHYSIQUE

THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS,
20487 Quai des Grands-Augustins, 55.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME TROISIÈME. — ANNÉE 1894.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

—

1894

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE.

LES MÉTHODES INTERFÉRENTIELLES EN MÉTROLOGIE ET L'ÉTABLISSEMENT D'UNE LONGUEUR D'ONDE COMME UNITÉ ABSOLUE DE LONGUEUR;

PAR M. ALBERT-A. MICHELSON.

Toute mesure exacte d'une quantité physique revient à la mesure d'une longueur ou d'un angle. Pour les longueurs on emploie le microscope, et pour les angles la lunette. Cet emploi est fondé entièrement sur les propriétés des milieux optiques relativement aux ondes lumineuses.

L'extrême petitesse de ces ondes, qualité qui sans doute a masqué si longtemps leurs propriétés, est précisément la raison qui a permis d'aller si loin dans la précision des mesures par les instruments d'optique.

En effet, l'image d'un point donnée par une lentille, à cause des longueurs finies des ondes lumineuses, consiste en une série d'anneaux très serrés, ce qui limite la netteté des images. Il est facile de constater que le diamètre des anneaux est proportionnel à la longueur d'onde et au grossissement; donc, pour l'emploi ordinaire des instruments d'optique, il est évidemment inutile de pousser trop loin le grossissement; mais, si cet emploi est limité aux mesures de positions, il y a un avantage considérable à l'augmenter autant que le permet la perte inévitable de lumière; car plus les franges de diffraction sont larges, plus il est facile de pointer sur leur centre.

Dans ce cas, si l'on pouvait négliger l'inconvénient de la dissi-

milarité entre le phénomène observé et l'objet, on pourrait réduire la lentille (ou miroir) à deux petites surfaces aux extrémités d'un même diamètre.

Il n'est pas nécessaire que ces deux petites surfaces, auxquelles la lentille se trouverait ainsi réduite, soient courbes; on peut les remplacer par des prismes ou des miroirs plans, dont la seule fonction est maintenant d'amener les deux faisceaux à coïncider sous une très faible inclinaison.

Ainsi, la lunette ou le microscope est transformé en *réfractomètre interférentiel*. L'analogie exacte entre les deux sortes d'instruments sera facile à saisir en comparant la *fig.* 1 à la *fig.* 2 et la *fig.* 3 à la *fig.* 4.

Le nom de *réfractomètre* ne paraît guère convenir pour désigner un appareil qui a déjà servi pour tant de travaux importants, en dehors des mesures d'indices de réfraction; mais, comme il a été accepté partout, nous le conserverons, en étendant son application à toute espèce d'appareil qui sépare un faisceau lumineux en deux parties pour les réunir dans des conditions qui permettent l'observation des franges d'interférence.

Pour les comparaisons numériques, on peut admettre que la limite d'exactitude du pointé d'un fil de micromètre sur l'image d'un trait fin dans les circonstances les plus favorables est à peu près $0^{\mu},05$.

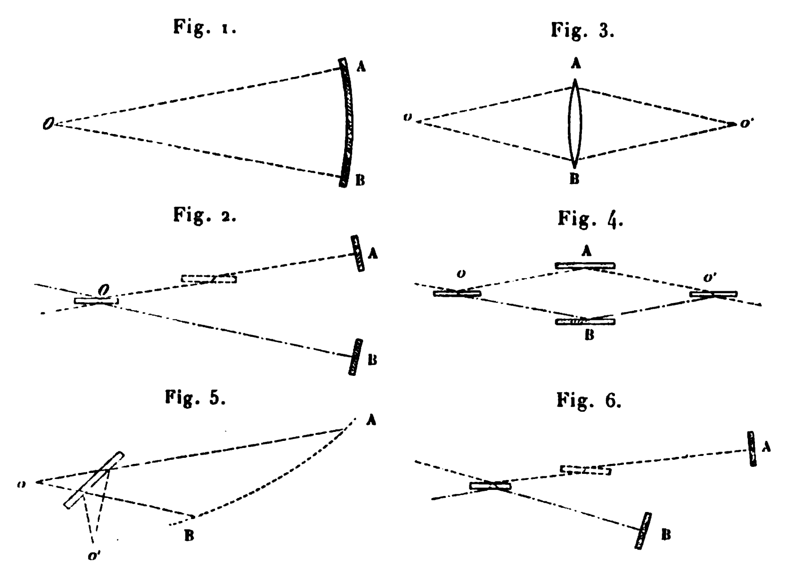
Or on admet aussi la possibilité de pointer sur le centre d'une frange d'interférence à 0,03 de frange près. Cette quantité correspond à une erreur d'à peu près $0^{\mu},01$, c'est-à-dire à une quantité cinq fois plus petite. Seulement il paraît que la quantité 0,03 de frange comme limite d'exactitude est assurément trop grande, et que cette limite, d'après plusieurs expériences avec la forme de réfractomètre que donne la *fig.* 9, se trouve au-dessous de 0,01 de frange, ce qui correspond à une erreur de distance de $0^{\mu},003$.

Pour les mesures angulaires, on se sert d'une lunette dont l'équivalent est disposé comme l'indiquent les *fig.* 7 et 8. Des considérations analogues à celles qu'on a employées dans le cas précédent montrent que la limite d'exactitude en secondes d'arc est à peu près égale à la valeur réciproque du diamètre de l'objectif en centimètres, soit $0'',1$ pour un objectif de 10 centimètres.

Mais, si l'on admet 0,01 de frange, comme limite d'exactitude,

on trouve 0",005 pour limite correspondante de l'angle qu'on peut mesurer avec un réfractomètre disposé comme le montrent les *fig.* 7 et 8.

Il est peut-être utile d'ajouter que, dans l'emploi de miroirs tournants, comme dans les galvanomètres, les balances, etc., l'exac-



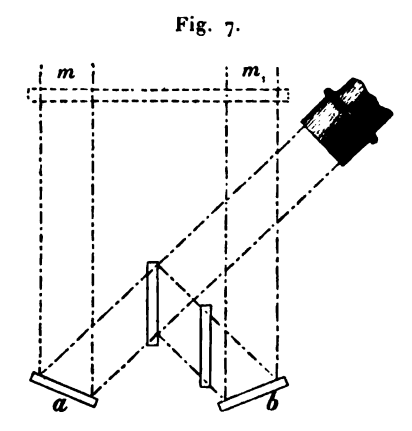
Légende commune à ces 6 figures. — *o* est le point de séparation et *o'* le point de convergence des deux faisceaux lumineux. A et B sont les parties correspondantes des lentilles (ou miroirs) et du réfractomètre.

titude de la lecture peut être accrue en augmentant en même temps la surface et par conséquent le moment d'inertie du miroir, ce qui diminue la sensibilité; tandis que les dimensions du miroir m, m_1 du réfractomètre peuvent rester très petites. Par conséquent, on peut augmenter beaucoup la précision de la lecture tout en diminuant énormément le moment d'inertie.

Au premier abord n'apparaît pas comme évidente une relation entre le réfractomètre et le spectroscope; la considération des *fig.* 5 et 6 montre cependant qu'il existe entre ces instruments une analogie très exacte. La *fig.* 5 représente une disposition quelquefois adoptée pour l'observation du spectre avec un réseau concave, et la *fig.* 6 représente l'arrangement actuellement employé dans l'analyse des radiations par les interférences.

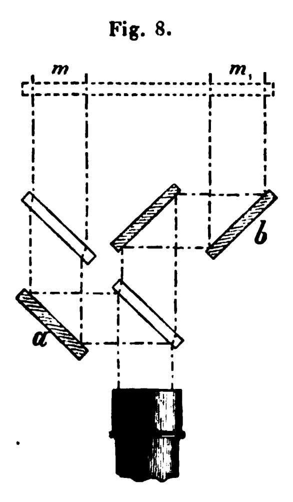
Dans ce cas, comme dans les précédents, on supprime la partie

Fig. 7.



centrale; on perd par conséquent en *définition*, mais on gagne en exactitude.

Fig. 8.



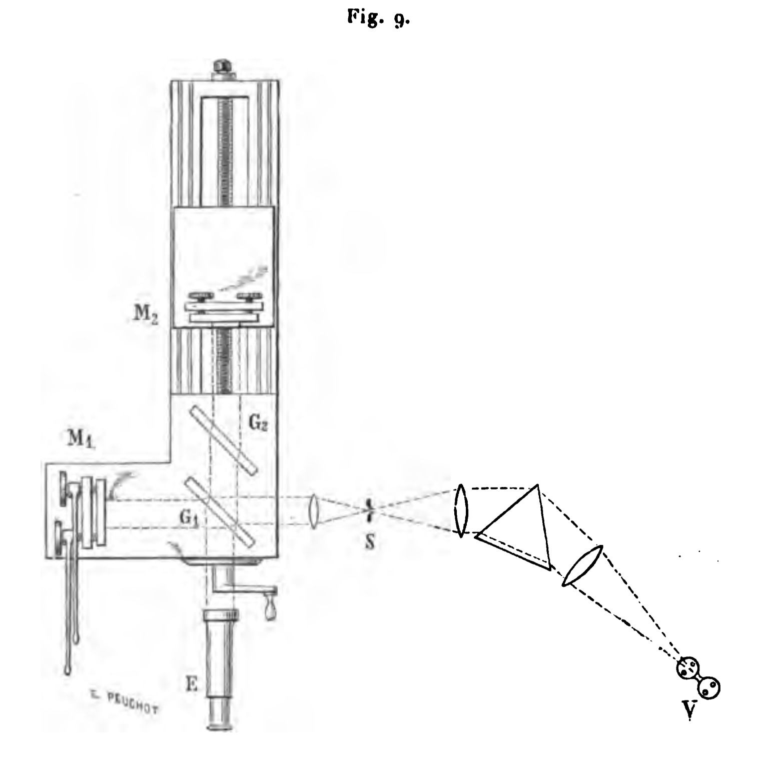
I.

Parmi les nombreuses sortes d'appareils interférentiels qui sont devenus classiques par les travaux d'Arago, de Fresnel, de Fizeau, de Jamin et de Mascart, la plupart, quoique admirablement adap-

tés aux buts pour lesquels ils ont été inventés, ont des propriétés qui ne se prêtent pas facilement aux nouveaux problèmes qui se sont présentés, tels que la mesure des longueurs et des angles, l'analyse de la constitution de la lumière des raies du spectre, et en particulier la détermination des longueurs d'ondes en mesure absolue.

Pour tous ces problèmes l'appareil représenté par la *fig.* 9

Fig. 9.



Réfractomètre interférentiel.

offre des avantages très importants : il est de construction simple et facile à régler ; il permet l'emploi d'une source étendue ; on peut séparer les deux faisceaux interférents à une distance quelconque ; la différence de marche n'est pas limitée ; et, une fois réglée, la position des franges d'interférence est parfaitement déterminée ; enfin ajoutons que cet appareil permet de produire le *contact op-*

tique avec l'avantage que la position et l'inclinaison de l'une des surfaces peuvent être contrôlées par les interférences que donne l'image virtuelle de l'autre, sans qu'il y ait à craindre de le dérégler. Aussi peut-on arriver au contact absolu, ce qui n'est pas possible avec des surfaces réelles, et dépasser cette position de part et d'autre, à volonté.

Cet appareil se compose d'une plaque de verre à faces optiquement planes et parallèles G_1 et de deux miroirs plans M_1 et M_2. La lumière qu'on veut examiner tombe, sous une incidence de 45°, sur la plaque de verre G_1, dont la première surface est légèrement argentée. Le faisceau incident se partage en deux, l'un réfléchi et l'autre transmis. Le premier est renvoyé par le miroir M_2 et traverse ensuite la plaque de verre; l'autre est renvoyé par le second miroir M_1, se réfléchit sur la plaque G_1 et se propage ensuite dans la même direction G_1E.

Des considérations élémentaires montrent que cet arrangement équivaut à la superposition de deux faisceaux qui seraient réfléchis l'un sur le premier miroir M_2, l'autre sur l'image du second par rapport à la glace, image que nous appellerons *plan de référence.*

Si la distance de ces deux surfaces planes, l'une réelle et l'autre virtuelle, est très petite, on peut employer la lumière blanche; et l'on observe alors des franges colorées, analogues aux anneaux de Newton et localisées sur les surfaces elles-mêmes.

Si, au contraire, la distance est de plusieurs longueurs d'onde, il faut employer une lumière monochromatique. Il suffit d'examiner le cas où les surfaces sont rigoureusement planes et parallèles. Il est facile de voir, par la symétrie des choses, que les franges sont alors des anneaux concentriques à l'infini; on peut donc les observer au moyen d'une lunette réglée à l'infini, et, si l'on peut arriver à conserver rigoureusement le parallélisme des surfaces pendant leur mouvement, alors, quoique la source ait une étendue indéfinie, les franges sont toujours distinctes.

II.

Nous avons déjà admis qu'en ce qui concerne la *définition,* les

instruments ordinaires d'optique ont un avantage sur le réfractomètre, lequel ne donne rien qui ressemble à une image. C'est trop dire cependant, si l'objet qu'on regarde a une étendue plus petite que la *limite de résolution* de l'instrument; mais si l'on accepte, comme signification de ce mot *définition,* l'exactitude avec laquelle on peut déduire la forme d'une très petite source, ou la distribution de la lumière, alors tout l'avantage reste au réfractomètre.

Comme illustration d'une telle application des méthodes d'interférences, considérons l'expérience célèbre de Fizeau, dans laquelle on observe les anneaux de Newton dans la lumière dichromatique du sodium. On sait que cette lumière consiste en deux systèmes de radiations qui diffèrent l'un de l'autre d'à peu près la millième partie de leur longueur d'onde. Les surfaces étant d'abord tout près l'une de l'autre, la différence de marche est sensiblement la même pour les deux radiations et, les maxima des deux systèmes coïncidant, on voit les franges avec le maximum de netteté. A mesure qu'on éloigne les surfaces, la netteté diminue, jusqu'à ce que la différence de marche d'une des radiations prenne sur l'autre une avance d'une demi-longueur d'onde; à partir de cette position, en continuant à augmenter la distance, les franges deviennent plus claires; et, à une distance qui correspond à une avance d'une longueur d'onde, les deux systèmes de franges coïncident de nouveau, et ainsi de suite. M. Fizeau a compté cinquante-deux de ces périodes de visibilité.

Réciproquement, si, par des observations, on constatait de pareilles variations de netteté des franges, on pourrait non seulement conclure à la duplicité de la radiation, mais encore mesurer la distance des composantes, et même trouver dans celles-ci la loi de distribution des intensités.

Si l'on admet pour la définition de visibilité le rapport qui existe entre la différence maximum d'éclat de deux franges voisines et leur somme

$$V = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2} \quad (^1)$$

(¹) Cette expression représente en même temps avec une certaine approxima-

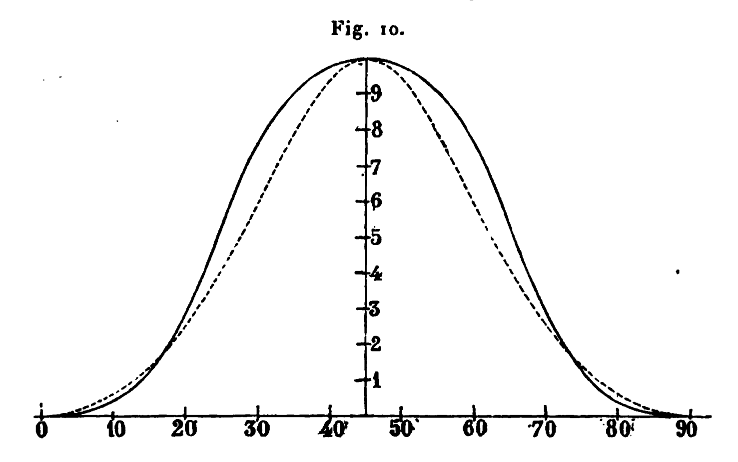
et, si $\varphi(x)$ représente la loi de distribution des intensités dans la source, et D la différence de marche, on trouve pour l'expression de la visibilité (¹)

$$V^2 = \frac{[\int\varphi(x)\cos 2\pi D x . dx]^2 + [\int\varphi(x)\sin 2\pi D x . dx]^2}{[\int\varphi(x) dx]^2}$$

---

tion les résultats de l'appréciation de la netteté des franges, ainsi que le montre la coïncidence approximative des deux courbes (*fig.* 10).

Fig. 10.



Courbe pointillée $V = \frac{1 - \cos^2 2\alpha}{1 + \cos^2 2\alpha}$. Courbe pleine V_e = appréciation de la netteté.

(¹) La méthode suivie consiste à tirer de la formule générale $I = 4\cos^2\pi\frac{D}{\lambda}$, relative aux intensités de deux sources égales et homogènes dont la différence de marche est D, les expressions qui conviennent au cas où les lumières ne sont pas homogènes et où les réciproques des longueurs d'onde se trouvent comprises entre $n + \frac{a}{2}$ et $n - \frac{a}{2}$: on a alors

$$I = \int_{-\frac{a}{2}}^{+\frac{a}{2}} \varphi(x)\cos^2\pi D(n+x)\, dx,$$

$\varphi(x)$ représentant la distribution d'intensité dans la source.

Développant cette expression et posant

$$\int\varphi(x)dx = P, \qquad 2\pi D n = \delta,$$
$$\int\varphi(x)\cos 2\pi D x dx = C \quad \text{et} \quad \int\varphi(x)\sin 2\pi D x dx = S,$$

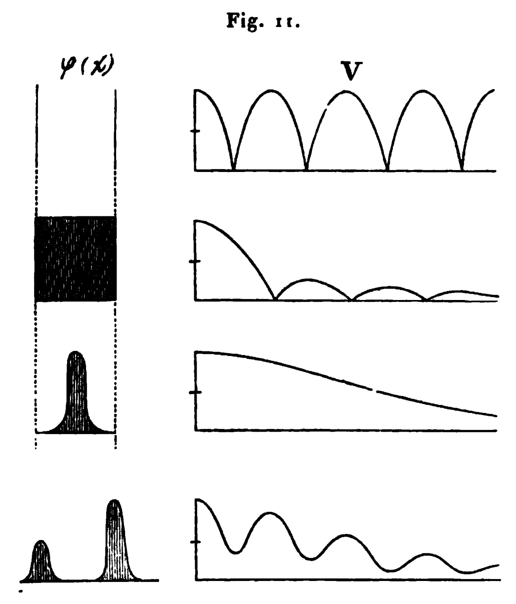
on trouve

$$I = P + C\cos\delta - S\sin\delta.$$

Les maxima se présentent lorsque $I_1 = P + \sqrt{C^2 + S^2}$ et les minima, lorsque

De cette relation on a déduit une série de courbes, parmi lesquelles les suivantes ont été choisies (*fig.* 11).

Fig. 11.



V, courbes de visibilité correspondant à la distribution [$\varphi(x)$] de la lumière dans la source.

Les figures à gauche représentent la loi de distribution de la lumière dans la source; les courbes à droite représentent les variations de visibilité des franges d'interférence à mesure que la différence de marche des deux rayons interférents augmente.

Le problème réciproque de déduire la distribution $\varphi(x)$, étant données les courbes expérimentales de visibilité, est beaucoup plus difficile. On y arrive cependant, avec une certaine approximation, par des procédés graphiques.

La *fig.* 12 représente une série de courbes expérimentales de

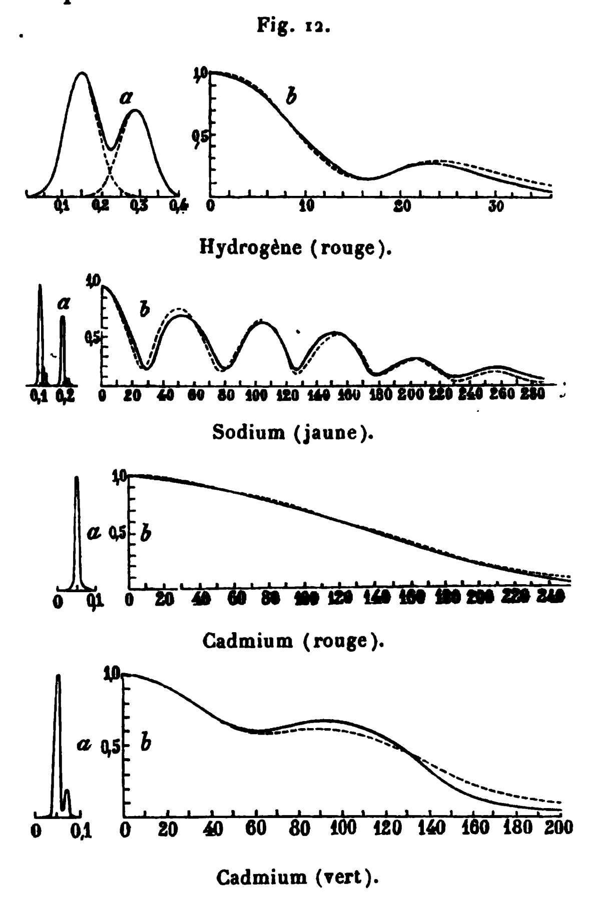
---

$I_2 = P - \sqrt{C^2 + S^2}$, ce qui donne dans la formule pour la visibilité

$$V^2 = \frac{C^2 + S^2}{P^2}.$$

visibilité, et à chacune d'elles est ajoutée la courbe pointillée qui correspond à la distribution des intensités représentée à gauche. La correspondance des deux courbes est la preuve de l'exactitude de cette interprétation.

Fig. 12.



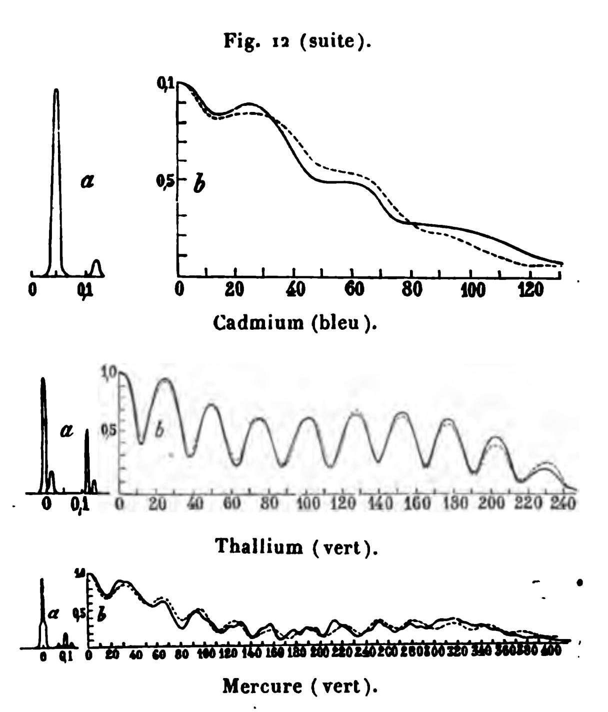
La *fig.* 12 *bis* (p. 16) donne l'interprétation physique de ces courbes, en reproduisant en quelque sorte l'aspect qui doit leur correspondre.

On y remarque que presque toutes les radiations examinées sont très complexes : ainsi la raie rouge de l'hydrogène est double; chaque élément de la double raie jaune du sodium est lui-même double (ou peut-être quadruple); la raie verte du thallium est

quadruple; la raie verte du mercure est composée de cinq ou six raies, dont la principale a deux composantes, dont la distance n'est que 0,002 de la distance des deux raies du sodium.

La raie rouge du cadmium est une des plus simples et homo-

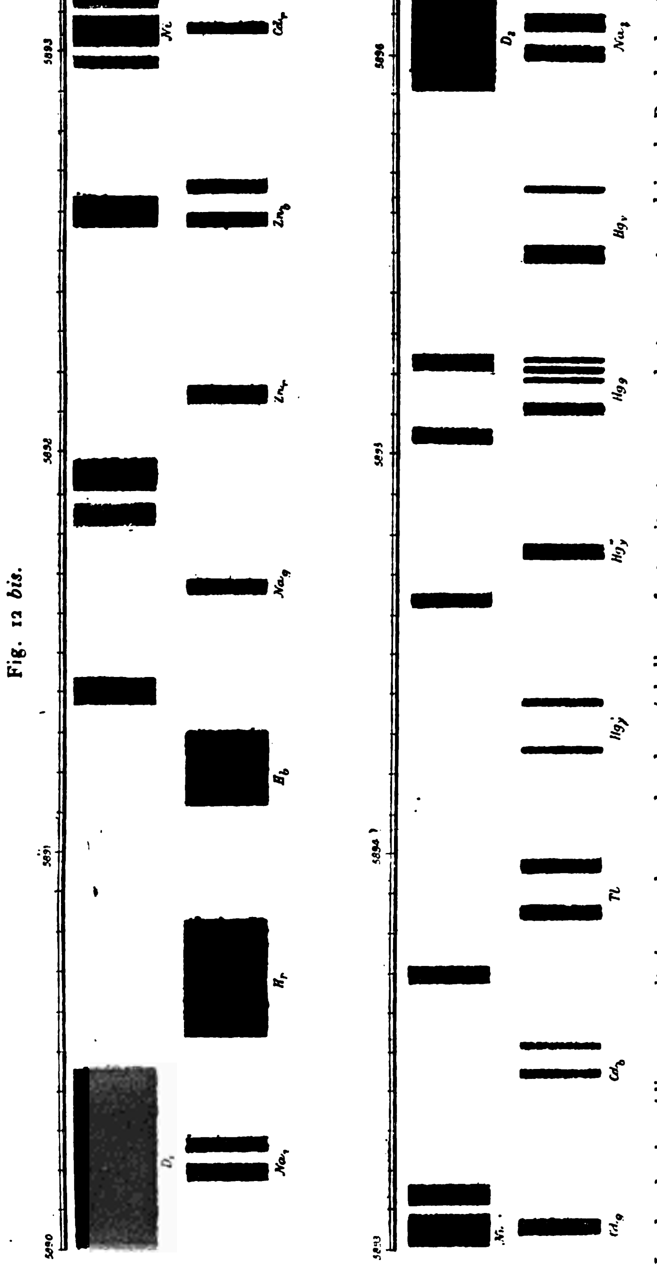
Fig. 12 (suite).



Les courbes pleines à droite expriment les visibilités observées; les courbes pointillées se rapportent à la distribution $[\varphi(x)]$, représentée à gauche, de la lumière dans la source.

gènes parmi toutes les radiations examinées. Le cadmium donne encore trois raies, verte, bleue et violette, dont les deux premières sont aussi très simples. Les interférences que donnent ces trois radiations sont encore très nettes avec une différence de marche de $0^{m},10$. On a ainsi, à l'aide d'une même substance, trois sortes de radiations, qui peuvent être examinées successivement sans modifier la disposition des appareils; donc chacune peut servir, sous des conditions appropriées, comme étalon absolu de longueur, et, de plus, la concordance des résultats qu'elles fournissent constitue un contrôle très important de l'exactitude des mesures.

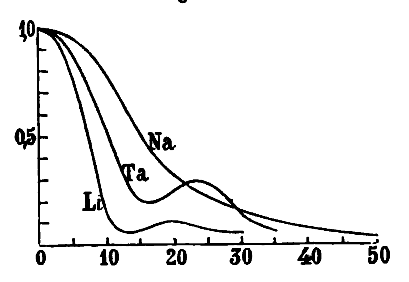
Fig. 12 *bis*.



Les bandes immédiatement situées au-dessous des deux échelles se font suite et correspondent au spectre solaire de Rowland entre D_1 et D_2. Les autres raies traduisent les apparences que donneraient, d'après les courbes de la *fig.* 12, les spectres de divers métaux.

De ces conditions, la plus importante est que la vapeur radiante soit assez rare pour que les molécules puissent donner leurs propres vibrations sans un trop grand mélange de vibrations irrégulières dues aux chocs entre les molécules vibrantes. Ainsi, à une différence de marche de deux ou trois centimètres (*fig.* 13), il est presque

Fig. 13.



impossible de distinguer les franges à la pression atmosphérique; mais, si l'on met la substance dans un tube de Geissler illuminé par la décharge électrique, on peut suivre les interférences presqu'à un demi-mètre.

III.

Considérons maintenant le problème de l'établissement d'une longueur d'onde comme unité absolue de longueur.

Pour rendre pratique l'usage de ces quantités microscopiques, il faut employer la plus grande différence de marche compatible avec la mesure exacte de la différence de phase; ensuite on compare cette distance au mètre.

Or nous avons constaté qu'on peut aller jusqu'à $0^m,10$ avec les trois raies du cadmium, ce qui permettra l'emploi d'un étalon intermédiaire de cette longueur. Cet étalon consiste en une pièce de bronze portant vers ses deux extrémités, mais à des niveaux différents, deux glaces plan-parallèles et dont les faces antérieures sont argentées. La distance qui sépare ces deux plans a été ajustée, à quelques longueurs d'onde près, au dixième de la distance entre les deux traits d'un mètre auxiliaire du même métal.

Pour évaluer l'étalon de $0^m,10$ en longueurs d'onde, la seule difficulté consiste dans le très grand nombre d'ondes contenues

dans cette distance. Ce problème a été résolu par une méthode qui avait déjà été mise en pratique dans les expériences préliminaires que j'ai faites en collaboration avec M. Morley; elle consiste à employer plusieurs étalons intermédiaires dont chacun est la moitié du précédent. Le plus court étalon de cette série a une longueur de $0^{mm},39$, ce qui correspond à une différence de marche de $0^{mm},78$.

Nous avons compté, M. Benoît et moi, le nombre de franges ou de demi-ondes de la lumière rouge du cadmium contenues dans cette distance. Ce nombre a été trouvé de 1212, plus une fraction, que l'on corrige en observant directement la différence de phase des franges circulaires données par les deux surfaces de l'étalon avec le *plan de référence*.

Pour mesurer cette différence de phase, on profite de la nécessité de mettre dans le trajet de l'un des faisceaux interférents une glace compensatrice G_2 (*fig.* 9) dont le but principal est d'égaliser les chemins parcourus. Cette glace est supportée par une tige grosse et courte, solidement fixée sur le corps de l'instrument. On tord cette tige au moyen d'un ressort extrêmement faible attaché au bout d'un bras de levier faisant corps avec le cadre qui maintient la glace; par conséquent, celle-ci éprouve une très petite rotation, et change ainsi la distance optique parcourue par le faisceau correspondant; l'autre extrémité du ressort est attachée à un fil flexible qui passe sur une poulie, dont la rotation est mesurée par un cercle divisé.

Le cercle est taré en observant le nombre de divisions qui correspond au déplacement d'une frange de la couleur employée, et les mesures des fractions de frange se font en tournant le cercle jusqu'à ce que la phase soit nulle au centre, c'est-à-dire que la tache centrale du système d'anneaux soit noire; la fraction sera le nombre de divisions dont on a tourné le cercle, divisé par la tare.

Il est important de remarquer que la mesure des fractions avec les trois couleurs est suffisante pour fixer *aussi* le nombre entier d'ondes, même si dans celui-ci il y a incertitude de plusieurs ondes. En effet, les longueurs d'onde relatives étant données, on trouve facilement le nombre d'ondes vertes et bleues qui correspondent au nombre observé d'ondes rouges.

Le Tableau suivant montre la concordance presque parfaite

entre les fractions ainsi trouvées et les résultats des observations directes.

Longueurs d'onde.		Nombres de franges observés (1).	calculés.
		M B	
Rouge.......	0,64388	1212,37 (34)	1212,34
Vert.......	0,50863	1534,78 (79)	1534,75
Bleu........	0,48000	1626,18 (16)	1626,16
Violet.......	0,46789	1668,54 (54)	1668,47

Si, dans le calcul, le nombre entier était erroné d'une ou de plusieurs ondes, il n'y aurait aucune relation entre ces deux résultats.

Le procédé de comparaison de cet étalon avec le second est le suivant. Les deux étalons, que nous appellerons I et II, étant placés l'un à côté de l'autre dans le réfractomètre, l'étalon II sur un support fixe, et l'étalon I sur un chariot mobile, le plan de référence est amené en coïncidence avec la première surface, c'est-à-dire la surface antérieure, de II, et les franges d'interférence dans la lumière blanche, qui sont alors visibles, sont réglées à une largeur et inclinaison convenables en modifiant l'inclinaison du plan de référence. Ensuite la première surface ou surface antérieure de I est amenée en coïncidence avec le plan de référence, et réglée de la même façon; et alors toutes les pièces de réglage sont dégagées des chariots. Cette dernière précaution devra être répétée à chaque pas, de façon à mettre à l'abri de tout déréglage le chariot immobile pendant le mouvement de l'autre chariot.

Deuxième opération : Le plan de référence est reculé jusqu'à coïncidence avec la surface postérieure de II, et son inclinaison est réglée de manière à retrouver de nouveau sur cette surface les franges en lumière blanche, avec le même aspect que précédemment.

Troisième opération : L'étalon I est reculé à son tour, jusqu'à ce que sa surface antérieure coïncide de nouveau avec le plan de

(1) Les fractions seulement ont été observées, les nombres entiers ont été calculés en partant de 1212 pour le rouge. Les fractions observées par M. Michelson sont marquées M et celles de M. Benoît sont marquées B.

référence, et son inclinaison de nouveau réglée de la même manière : les franges en lumière blanche apparaissent, toujours avec la même disposition, sur la surface antérieure de l'étalon I.

Quatrième opération : Enfin le plan de référence est reculé jusqu'à coïncidence avec la surface postérieure de I et réglé de nouveau.

Si, maintenant, l'étalon II est exactement le double de I, alors les franges en lumière blanche apparaissent en même temps sur les surfaces postérieures des étalons I et II.

Les réglages sont faits à quelques ondes près, et les différences sont mesurées au moyen de la glace compensatrice.

Nous avons alors la relation

$$\text{II} = 2\text{I} + \varepsilon$$

et, par conséquent, nous connaissons le nombre total de longueurs d'onde contenu dans l'étalon II. Seulement la fraction ε peut avoir une incertitude de quelques dixièmes d'onde. Nous la corrigeons par le même procédé qui a été déjà décrit, et nous avons toujours le même contrôle par la concordance des fractions observées et calculées avec les trois radiations : *de telle sorte qu'une erreur dans le nombre entier d'ondes est à peu près impossible.*

Ce procédé de comparaison et de correction est répété avec tous les étalons intermédiaires, jusqu'au dernier, qui est celui de $0^m,10$.

Jusqu'ici la question de température et de pression n'a pas grande importance, puisque les observations sur les étalons sont faites dans les mêmes conditions. Au contraire, dans les mesures des fractions sur l'étalon de $0^m,10$, il est très important de connaître avec la plus grande précision la température et la pression.

Pour comparer la longueur de cet étalon avec le mètre, on répète les mêmes opérations qu'on a faites pour comparer entre eux les étalons intermédiaires ; seulement, au lieu de faire *deux* pas, on en fait *dix;* et à la première et à la dernière opération, on compare (au moyen de microscopes à micromètres) un trait que porte l'étalon de $0^m,10$ avec les deux traits tracés sur le mètre.

IV.

Le *Comité international des Poids et Mesures* m'a fait l'honneur de m'inviter à répéter au Pavillon de Breteuil ces expériences, suivant le programme que je viens d'indiquer. Les appareils nécessaires, construits dans ce but en Amérique pour le Bureau international, ont été transportés à Paris au mois de juillet de l'année dernière.

Les études préliminaires et le réglage des divers organes ont occupé tout notre temps jusqu'à la fin d'octobre, époque à laquelle ont commencé les mesures définitives.

Les observations ont été faites d'abord simultanément par M. Benoît, directeur du Bureau international, et par moi-même; mais M. Benoît fut atteint d'une maladie grave à la fin de la première série, et j'ai été ensuite privé de son précieux concours.

Mes remercîments sincères lui sont dus pour tous les conseils et pour tous les soins personnels qu'il a bien voulu donner à ce travail, dont le succès est largement dû à l'exécution des détails dont il s'est chargé pour le maintien d'une température constante, et pour les manipulations spécialement métrologiques.

J'ai trouvé en même temps une assistance dévouée de la part de MM. Chappuis et Guillaume pour la suite du travail, et de M. Wadsworth, autrefois mon assistant, pour la construction et l'installation des appareils. Je m'empresse de leur exprimer toute ma reconnaissance.

Les deux séries d'observations que j'ai pu mener jusqu'à la fin ne sont pas encore entièrement calculées, mais un calcul approximatif donne les résultats provisoires suivants :

1re série...............	$1^m = 1553163,6$ ondes
2e série................	$1^m = 1553164,4$ »
Moyenne..............	$1^m = 1553164,0$ »

Ces valeurs sont exprimées en longueurs d'onde de la lumière rouge du cadmium dans l'air à 15° C. et à $0^m,76$ de pression.

Les écarts par rapport à la moyenne ne sont que d'une demi-longueur d'onde.

Nous avons ainsi un moyen de comparer la base fondamentale

du Système métrique à une unité naturelle, avec une approximation sensiblement du même ordre que celle que comporte aujourd'hui la comparaison de deux mètres étalons. Cette unité naturelle ne dépend que des propriétés des atomes vibrants et de l'éther universel; c'est donc, suivant toute probabilité, une des grandeurs les plus fixes dans toute la nature.

SUR LA VÉRIFICATION DES QUARTZ PARALLÈLES;

PAR M. BERNARD BRUNHES.

Prenons une lame cristalline uniaxe à faces parallèles, taillée parallèlement à l'axe optique, et assez épaisse pour donner plusieurs franges au spectroscope quand elle est examinée entre deux nicols. Avec quelle exactitude est-elle taillée parallèlement à l'axe?

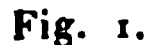
Pour nous en rendre compte, faisons tomber un faisceau de rayons parallèles polarisés dans le plan d'incidence, sur la lame inclinée à 45°. Elle renvoie à angle droit un faisceau réfléchi, qu'on analyse dans un plan perpendiculaire au plan d'incidence, et qu'on reçoit sur un spectroscope. La lumière réfléchie à la face d'entrée est sensiblement éliminée : reste la lumière qui a subi une réflexion intérieure.

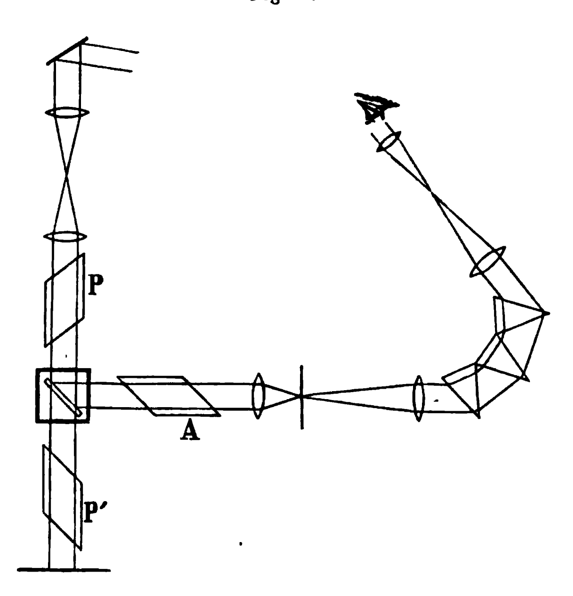
Quel que soit l'aspect du spectre qu'on observe, remarquons que cet aspect ne variera pas par l'interversion du polariseur et de l'analyseur, si la lame est exactement parallèle à l'axe optique : c'est une conséquence immédiate du principe du retour inverse.

L'interversion des deux nicols, ou, ce qui est la même chose, une rotation de 90° imprimée à chacun d'eux, équivaut en effet à faire tourner la lame de 180° dans son plan. Si elle présente un défaut de parallélisme, elle n'est pas exactement restituée par cette rotation : l'écart est doublé.

La *fig.* 1 indique la disposition de l'appareil. La lame est saisie par une pince qui peut la maintenir dans une orientation quelconque. Voici comment on fait l'expérience. Le nicol P est d'abord mis à 45° du plan vertical d'incidence; avant de disposer

la lame cristalline on place sur le trajet du faisceau incident, en P′, un second nicol qu'on met à l'extinction avec le premier. On introduit entre P et P′ la lame, et l'on tourne le support qui la tient de façon à diriger la lumière réfléchie sur l'analyseur A


Fig. 1.



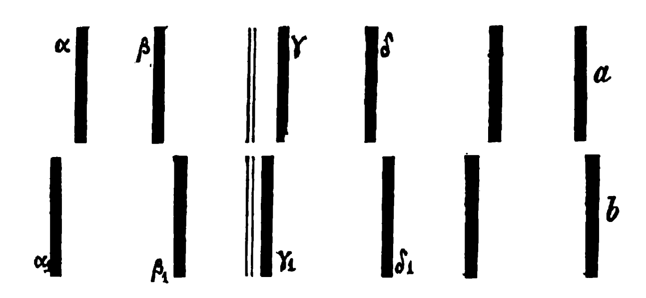
et le spectroscope : *on tourne la lame dans son plan jusqu'à rétablir l'extinction après le nicol* P′. L'orientation de la lame cristalline est alors telle que les plans de polarisation des rayons qui y pénètrent font des angles de 45° avec le plan d'incidence : ce réglage, qui n'a pas besoin d'être fait avec beaucoup d'exactitude, a simplement pour objet de rendre plus simple le phénomène observé au spectroscope.

On remet P dans le plan d'incidence, et A dans le plan perpendiculaire : puis on observe. Le spectre cannelé obtenu a le même nombre de bandes noires que le spectre qu'on aurait par transmission avec une lame identique d'épaisseur double.

Seulement, s'il y a un défaut de taille, les franges paires du spectre observé sont déviées à droite, par exemple, de leur position normale, les franges impaires à gauche. Le spectre cannelé

obtenu a l'aspect figuré (*fig.* 2 *a*). Si l'on tourne P et A de 90°, on change le sens des déviations des franges, et l'on a l'aspect représenté *fig.* 2 *b*.

Fig. 2.



Avec une lame I, de quartz parallèle ayant 1^mm,978 d'épaisseur, j'ai eu les nombres suivants pour les pointés de quatre franges consécutives comprenant la raie D, dans les deux positions *a* et *b*.

	a. { P vertical. A horizontal.			*b*. { P horizontal. A vertical.	Variation.
α........	20. 5,8 (¹)		α_1......	19.45,4	—10,4
β........	20.48,9		β_1......	21. 9,6	+10,0
Raie D...		21.48,4			
γ........	22.13,0		γ_1......	22. 2,0	—11,0
δ........	23. 6,4		δ_1......	23.16,9	+10,5

Les largeurs des franges successives sont dans le premier cas :

42,1,
64,1,
43,4,

dans le second cas :

64,2,
42,2,
64,9.

La différence avec la succession des franges dans un spectre cannelé régulier est énorme. On trouve, par un calcul que j'ai

(¹) Le premier nombre indique le nombre de tours d'une vis micrométrique divisée en 50 parties; le second nombre est un nombre de cinquantièmes; le chiffre décimal est le nombre des dixièmes de ces cinquantièmes, évalué au jugé.

indiqué dans ma thèse, que l'angle de l'axe avec la face de la lame est de 17′ (1).

Une autre lame (III) de 1mm,519 d'épaisseur, et dont l'axe fait avec la face un angle de 2′30″ à 3′, a donné dans les mêmes conditions un écart encore très appréciable. Mais il est aisé de l'exagérer. Il suffit pour cela de plonger la lame dans du sulfure de carbone.

On la maintient inclinée à 45°, par rapport au faisceau incident, dans une petite cuve carrée, dont les quatre côtés sont des glaces de verre à faces parallèles, et qu'on remplit de sulfure de carbone. Le réglage de l'orientation de la lame dans son plan se fait par tâtonnements, et en se servant du nicol auxiliaire P′, comme tout à l'heure.

Voici quelques nombres obtenus dans ces conditions :

	a. { P vertical. A horizontal.			b. { P horizontal. A vertical.	Variation.
α........	20. 6,4		α_1.......	19.47,5	− 8,9
β........	21.20,1		β_1.......	21.27,0	+ 6,9
Raie D...		21.44,1			
γ........	23. 4,1		γ_1.......	22.46,4	− 7,7
δ........	24.21,8		δ_1.......	24.30,3	+ 8,5
....	....	....	....	....	......
α'........	33.17,6		α'_1	33. 6,8	−10,8
β'	34.47,0		β'_1	35. 7,3	+10,3
Raie b_1...		35.11,5			
γ'	37. 1,3		γ'_1	36.41,6	− 9,7
δ'........	38.37,8		δ'_1	39. 0,9	+13,1

L'explication du phénomène observé est la suivante :

Un rayon incident donne deux rayons réfractés dans la lame cristalline; chacun de ceux-ci donne deux rayons réfléchis, et l'on a, à la sortie, quatre rayons émergents tous parallèles, faisant avec la normale à la face antérieure du cristal le même angle i que le rayon incident.

Les deux rayons réfractés auxquels donne naissance le rayon incident sont partiellement réfractés à l'autre face de la lame et

---

(1) Brunhes, *Étude expérimentale sur la réflexion cristalline interne*, p. 88.

les deux rayons émergents, parallèles au rayon incident, ont entre eux une différence de marche δ'.

Un rayon symétrique du premier rayon incident par rapport à la lame, tombant par conséquent sur la face postérieure, donnerait lieu de même à deux rayons émergents ayant l'un sur l'autre un retard δ''.

Dans le cas d'une lame rigoureusement parallèle à l'axe, on aurait $\delta' = \delta''$.

Si l'on a formé l'expression de l'intensité de la lumière réfléchie, analysée par le nicol A, il suffit, pour avoir les valeurs de λ qui correspondent à des maxima ou des minima de lumière dans le spectre, d'annuler la dérivée de cette expression par rapport à λ. On obtient ainsi l'équation

$$\cos\pi\frac{\delta'+\delta''}{\lambda}\left(\sin\pi\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}+\cot i\cot\sigma\sin\pi\frac{\delta'+\delta''}{\lambda}\right)=0, \tag{1}$$

i étant l'angle d'incidence, et σ l'angle de réfraction ordinaire.

Cette équation admet un premier groupe de racines

$$\cos\pi\frac{\delta'+\delta''}{\lambda}=0;$$

elles correspondent en général aux maxima d'intensité lumineuse.

Les minima correspondent à

$$\sin\pi\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}+\cot i\cot\sigma\sin\pi\frac{\delta'+\delta''}{\lambda}=0. \tag{2}$$

Construisons la courbe

$$y=\sin\pi\frac{\delta'+\delta''}{\lambda}, \tag{3}$$

δ' et δ'' sont des fonctions connues de λ. La courbe a la forme (3) représentée par la *fig.* 3. Construisons maintenant la courbe

$$y=-\operatorname{tang} i\operatorname{tang}\sigma\sin\pi\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}. \tag{4}$$

Les abscisses des points de rencontre de ces deux courbes donnent les racines de l'équation (2), c'est-à-dire les franges noires.

$\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}$ est petit, si l'angle de la lame avec l'axe est petit. Il arri-

vera en général que, pour l'étendue du spectre visible, $\pi\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}$ restera < 1, par suite, $\sin\pi\frac{\delta'-\delta''}{\lambda}$ gardera un signe constant. La courbe (4) est alors figurée par une courbe toute au-dessous de l'axe des λ dans sa partie utile et de courbure peu marquée.

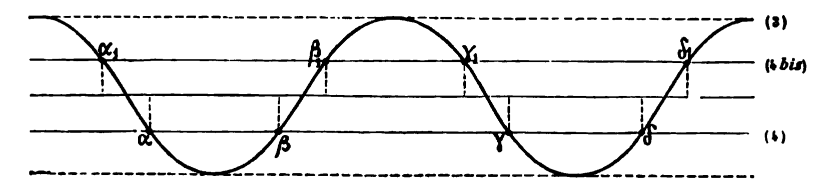
On voit que les racines de l'équation (2) marchent bien par couples.

Si l'on passe de la position *a* à la position *b*, on remplace la courbe (4) par sa symétrique par rapport à l'axe des λ : le déplacement des franges est inverse par rapport aux positions normales.

Du déplacement des franges quand on passe de la position *a* à la position *b*, on peut déduire la valeur de $\delta'-\delta''$, et de cette valeur déduire la valeur du défaut d'orientation.

Sur une même matière, $\delta'-\delta''$ est proportionnel à l'épaisseur. En augmentant l'épaisseur, on augmente les ordonnées de la courbe (4) (*fig.* 3); l'écart des franges à partir des positions normales est plus grand; plus grande, par suite, la sensibilité du procédé.

Fig. 3.



Avec une lame donnée, on arrive à ce résultat de multiplier les ordonnées de la courbe (4), en plongeant la lame dans un milieu plus réfringent : i reste constant, on augmente σ, et $\tang\sigma$. Quand le quartz est plongé dans l'air, si $i = 45°$, σ, pour la raie D, $= 27°16$. Quand il est plongé dans le sulfure de carbone, on a $\sigma = 48°17'$, $\tang\sigma$ varie, de l'air au sulfure de carbone, de plus du simple au double.

Qu'arriverait-il si le second membre de l'équation (4) pouvait devenir en valeur absolue > 1?

L'équation (2) n'aurait plus de racine réelle. Les seules racines de l'équation (1) se borneraient au premier groupe

$$\cos\pi\frac{\delta'+\delta''}{\lambda} = 0.$$

Les points correspondants, qui tous étaient des maxima de lumière, seraient alternativement occupés par un maximum et un minimum; le nombre des franges noires serait diminué de moitié. Chaque couple de deux franges voisines (*fig.* 2), en se resserrant, est venu se fondre en une frange unique.

L'expérience montre que tel est bien l'aspect quand on plonge dans le sulfure de carbone la lame I.

D'après la grandeur des résultats obtenus avec la lame III, on voit que, si le spectroscope est assez dispersif et si l'on a assez de lumière pour pointer une frange au $\frac{1}{50}$, ce qui n'est pas bien difficile, il serait aisé de déceler, sur une *lame de quartz de* 1^{mm}, un défaut d'orientation inférieur à une demi-minute.

Si l'épaisseur augmente, la sensibilité augmente dans le même rapport, tant qu'on suppose constante la précision du pointé des franges.

FRANGES SECONDAIRES DE L'APPAREIL A ANNEAUX DE NEWTON;

PAR M. R. BOULOUCH.

Lorsqu'on produit les anneaux de Newton entre deux lames d'assez faible épaisseur, deux lentilles minces par exemple, on observe en plaçant l'œil convenablement et recevant certains faisceaux, plusieurs fois réfléchis sur la lame mince et sur les faces extérieures, des franges dont l'aspect rappelle celui des franges de Brewster, mais dont l'origine est toute différente. Quel que soit l'écartement (très petit) des faces de la lame mince, ces franges sont à centre blanc, rectilignes, équidistantes, perpendiculaires au plan d'incidence; elles se resserrent quand l'incidence augmente, s'élargissent quand elle diminue et disparaissent complètement sous l'incidence normale.

On les voit nettement avec les deux dispositifs suivants :

1° La lentille inférieure reçoit une couche de noir de fumée à l'essence sur sa face inférieure, ou une couche d'argent sur sa face supérieure; les franges secondaires (brillantes, avec la face argentée) sont alors visibles dans le faisceau qui a subi deux ré-

flexions sur la lame mince et une sur la face supérieure de la lentille supérieure.

2° La lentille supérieure est remplacée par un prisme, la lentille inférieure est argentée sur sa face inférieure; le faisceau dans lequel se produisent les franges considérées a subi deux réflexions sur la lame mince et trois sur la face argentée. Il est aisé de voir que ces franges sont de même nature que les précédentes, mais elles sont beaucoup plus brillantes; on peut même en apercevoir d'autres plus faibles dans des faisceaux qui ont subi un plus grand nombre de réflexions.

Dans la lumière monochromatique on voit simultanément les anneaux et les franges secondaires; en lumière blanche, les anneaux disparaissent, les franges rectilignes demeurent seules visibles.

Pour expliquer ce phénomène, dans le premier cas par exemple, il suffit de remarquer que l'on aperçoit simultanément dans le faisceau considéré : 1° les anneaux ordinaires de la lame mince, relatifs à un faisceau déjà deux fois réfléchi; 2° ces mêmes anneaux vus par double réflexion sur les deux faces de la lentille supérieure. Ces deux systèmes d'anneaux sont déplacés l'un par rapport à l'autre le long du plan d'incidence et interfèrent entre eux.

Il est facile d'établir que le déplacement relatif, estimé le long d'un plan perpendiculaire à l'axe du système, est égal à la projection sur ce plan, de la distance des focales perpendiculaires au plan d'incidence (seules importantes ici), images, à travers la surface supérieure, de deux points vus dans la même direction.

Soient : α l'angle d'émergence, β l'angle intérieur correspondant et D la distance, comptée sur le rayon intérieur, d'un point des anneaux ordinaires, à la lame mince; les distances des deux points considérés précédemment au point d'incidence sont, e étant l'épaisseur de la lentille,

$$\rho = D + \frac{e}{\cos\beta}, \qquad \rho' = D + \frac{3e}{\cos\beta}.$$

Quant aux distances au même point des deux focales, elles peuvent s'exprimer exactement par les formules (R étant le rayon de la face supérieure de la lentille)

$$f = \rho\,\frac{\cos^2\alpha}{n\cos^2\beta}\,\frac{1}{1 - \dfrac{\rho}{R}\,\dfrac{n\cos\beta - \cos\alpha}{n\cos^2\beta}}, \qquad f' = \ldots.$$

$\frac{\rho}{R}$ étant en général très petit, on peut faire usage des formules approchées, et le déplacement cherché $2p = (f' - f)\sin\alpha$ aura l'expression suivante

$$2p = 2e \operatorname{tang}\beta \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta} + 4\frac{e}{R}\operatorname{tang}\beta\frac{\cos^2\alpha}{\cos^4\beta}\left(D + \frac{2e}{\cos\beta}\right)(n\cos\beta - \cos\alpha).$$

Si R est suffisamment grand par rapport à e et à D, on pourra négliger le deuxième terme de cette formule, qui d'ailleurs ne pourra être employée pour les grandes incidences.

Pour établir la différence de marche de deux rayons trois fois réfléchis, mais ayant traversé la lame mince en deux points où les épaisseurs sont E, E', on peut admettre que les chemins à l'intérieur de la lentille sont équivalents; la différence de marche sera donc

$$\Delta = \frac{2}{\cos\alpha}(\varepsilon' - \varepsilon).$$

Si l'on désigne par r, r' les rayons des cercles, ayant pour centre le point où l'épaisseur ε_0 de la lame mince est minimum, et dont la circonférence correspond aux épaisseurs ε et ε', si enfin R_1 et R_2 sont les rayons de courbure des deux surfaces voisines, on a

$$\varepsilon' = \varepsilon_0 + r'^2\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right),$$

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + r'^2\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right),$$

et

$$\varepsilon' - \varepsilon = (r'^2 - r^2)\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right).$$

La différence de marche

$$\Delta = \frac{2(r'^2 - r^2)}{\cos\alpha}\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right)$$

sera nulle pour $r' = r$; cette condition détermine une frange centrale blanche lieu des points équidistants des deux images du centre; cette frange est perpendiculaire à la ligne des centres et, par suite, au plan d'incidence. Si l'on rapporte la position des points voisins à la ligne des centres (x) et à la perpendiculaire en son milieu (y), ces coordonnées étant relatives à un point pour lequel la différence de marche est Δ, tandis que les distances aux

centres sont u et u', on doit avoir

$$u = \frac{r}{\cos\beta}, \qquad u' = \frac{r'}{\cos\beta};$$

de plus

$$\frac{r'^2}{\cos^2\beta} = y^2 + (p^2 + x)^2, \qquad \frac{r^2}{\cos^2\beta} = y^2 + (x - p)^2,$$

$$\frac{r'^2 - r^2}{\cos^2\beta} = 4px,$$

de telle sorte que

$$\Delta = \frac{8px\cos^2\beta}{\cos\alpha}\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right) = 8ex\cos\alpha\operatorname{tang}\beta\left(\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right).$$

Le lieu des points pour lesquels Δ est constant est une parallèle à la frange centrale; ces franges rectilignes sont équidistantes puisque x est proportionnel à Δ; leur distance, inversement proportionnelle à l'épaisseur de la lentille, devient infinie pour $\alpha = \beta = 0$, les franges disparaissent sous l'incidence normale; leur distance *apparente* proportionnelle à la variation de $x\cos\alpha$ varie en raison inverse de $\operatorname{tang}\beta$, c'est-à-dire diminue quand l'incidence augmente.

Cette conclusion est aussi vraie pour les très grandes incidences.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

Tomes XLV, XLVI et XLVII; 1892.

Chaleur.

L. HOLBORN et W. WIEN. — Sur la mesure des hautes températures, t. XLVII, p. 107-134.

Ce Mémoire comprend :

1° La comparaison directe d'un couple thermoélectrique Le Chatelier (platine-platine rhodié à 10 pour 100) avec un thermomètre à air à réservoir de porcelaine;

2° La comparaison d'éléments thermoélectriques divers platine-platine rhodié depuis le couple Le Chatelier jusqu'au couple platine-rhodium;

3° Des mesures des températures de fusion de quelques métaux (deux échantillons d'or, deux échantillons d'argent, cuivre).

	Holborn et Wien.	Violle.
Or I.....	1073°	1035°
Or II..............	1067	
Argent I...........	972	954
Argent II..........	968	
Cuivre.............	1082	1054

G. MELANDER. — Dilatation des gaz sous de basses pressions, t. XLVII, p. 135-154.

Ce journal a déjà publié la méthode et les premiers résultats de M. Melander (1) relatifs à l'air et à l'acide carbonique. Le Mémoire actuel complète et rectifie ces résultats et en contient de nouveaux relatifs à l'hydrogène.

1. Le coefficient de dilatation vrai de l'air décroît avec la pression jusqu'au voisinage de 232^{mm} et croît ensuite; le coefficient de dilatation de l'acide carbonique présente aussi un minimum vers 76^{mm}.

2. Le coefficient de dilatation de l'hydrogène croît toujours quand la pression diminue (tout au moins au-dessous de 1043^{mm}, limite supérieure des pressions employées par M. Melander).

M. TOEPLER. — Variation du volume spécifique du soufre avec la température, t. XLVII, p. 169-174.

Le Tableau suivant résume les observations de M. Toepler. L'unité choisie est le volume du soufre liquide à 120°.

---

(1) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 87.

Température.	Soufre monoclinique.	Soufre liquide (ou surfondu).	Soufre plastique.
— 20°	»	0,935	»
0	0,915	0,943	»
+ 20	0,919	0,951	»
40	0,924	0,960	0,974
60	0,929	0,969	0,979
80	0,935	0,979	»
100	0,941	0,9889	»
120	»	1,0000	0,995
140	»	1,0117	1,001
160	»	»	1,007
180	»	»	1,014
200	»	»	1,021

L. SCHÜZ. — Sur les chaleurs spécifiques d'alliages aisément fusibles et d'amalgames, t. XLVI, p. 177-203.

Les recherches de Regnault ont montré que divers alliages aisément fusibles ou amalgames présentent entre 0° et 100° des chaleurs spécifiques qui n'obéissent pas à la loi de Neumann, c'est-à-dire qui ne peuvent être calculées comme des moyennes à l'aide des chaleurs spécifiques des métaux simples dont ils sont formés. Ainsi Regnault a trouvé

Alliage.	Chaleur spécifique calculée.	Chaleur spécifique observée.
$PbSn^2Bi$	0,04012	0,04476
$PbSn^2Bi^2$	0,03785	0,06082
$HgSn$	0,04172	0,07294
$HgSn^2$	0,04563	0,06591
$HgPb$	0,03234	0,03827

M. Schüz, par des expériences poursuivies entre +15° et —80° soit sur les métaux simples, soit sur leurs alliages, prouve qu'aux basses températures la loi de Neumann devient applicable aux alliages aisément fusibles. Il en est de même pour les amalgames Zn^2Hg, Pb^7Hg^2 ainsi que pour les amalgames de sodium à 10 pour 100 et de potassium à 10,58 pour 100, pourvu que la température ne descende pas au-dessous de — 40°. Au-dessous de — 40° la marche des chaleurs spécifiques et l'allure des courbes d'échauf-

fement ou de refroidissement prouvent qu'une partie du mercure s'est solidifiée.

Le mercure et le plomb forment un amalgame défini Pb^6Hg^2. L'auteur considère comme probable l'existence de combinaisons définies de zinc, de potassium ou de sodium avec le mercure ; mais, en ce qui concerne les amalgames d'étain, les recherches de M. Schüz ne fournissent aucune indication d'où l'on puisse conclure à l'existence d'un amalgame défini.

J. v. ZAKRZEVSKI. — Sur le poids spécifique et la chaleur de fusion de la glace, t. XLVII, p. 155-162.

La sensibilité d'un calorimètre à glace de Bunsen dépend surtout de la variation de volume de l'eau qui se congèle, c'est-à-dire qu'une très petite variation de la densité de la glace altérerait l'effet produit par une quantité donnée de chaleur fournie au calorimètre dans un rapport beaucoup plus grand qu'une variation proportionnelle de la chaleur de fusion de la glace.

M. v. Zakrzevski a déterminé à nouveau la densité de la glace par la méthode même de Bunsen, mais en apportant à cette méthode divers perfectionnements de détail. Il a trouvé pour coefficient de dilatation de la glace 0,000077 et, pour densité de la glace à zéro, 0,916660 au lieu de 0,91674, indiquée par Bunsen.

R. SCHOLZ. — Chaleurs de dissolution de quelques sels dans l'eau à la température de 0°, t. XLV, p. 193-206.

Dans le Tableau suivant, qui résume les mesures de M. Scholz, *n* représente le nombre d'équivalents en grammes par litre d'eau ; les chaleurs latentes de dissolution sont rapportées à 1gr de sel.

n.	Na Cl.	K Cl.	Na Az O³.	K Az O³.	½ Cu SO⁴ + 5 H²O.	½ K²SO⁴.	KI.	K Br.
0,0625	33,07	71,59	69,93	93,55	»	48,57	35,24	48,83
0,125	33,25	71,29	68,53	92,99	13,60	48,26	35,46	48,82
0,25	33,62	70,84	66,46	90,75	13,38	47,06	34,82	48,72
0,5	30,60	69,59	»	87,55	12,98	45,14	33,88	47,62
0,977	»	»	»	»	»	42,09	»	»
1,0	27,13	66,95	58,75	82,00	12,64	»	32,52	46,04

n.	NaCl.	KCl.	$NaAzO^3$.	$KAzO^3$.	$\frac{1}{2}CuSO^4 + 5H^2O$.	$\frac{1}{2}K^2SO^4$.	KI.	KBr.
1,3	»	»	»	79,42	»	»	»	»
1,5	»	»	54,95	»	»	»	»	»
2,0	21,02	63,18	»	»	»	»	29,88	43,08
2,5	»	»	»	»	11,48	»	»	»
3,6	»	58,29	»	»	»	»	»	»
4,0	13,18	»	43,18	»	»	»	26,03	38,99
6,0	9,00	»	»	»	»	»	»	»
7,5	»	»	»	»	»	»	22,06	»
8,0	»	35,31	»	»	»	»	»	»

C. DIETERICI. — Théorie de la chaleur de dissolution et de la pression osmotique, t. XLV, p. 207-237.

On sait que la Thermodynamique relie la chaleur de dissolution d'un sel à l'abaissement de la force élastique maximum de la vapeur d'eau résultant de la dissolution.

Si, dans la formule donnant la chaleur latente de dissolution, on introduit la relation fournie par la loi de von Babo, à savoir que le *rapport de la force élastique maximum de la vapeur d'eau émise par une dissolution donnée à la force élastique de la vapeur d'eau pure est indépendante de la température*, on trouve que la chaleur latente de dissolution est constante pour les dissolutions plus ou moins étendues d'un même sel ou, si l'on veut, que *la chaleur latente de dilution est nulle*. Or les expériences de M. Dieterici (1), rapprochées de celles de M. Tammann (2), établissent que, pour certains sels KCl, KBr, KI par exemple, la loi de von Babo paraît rigoureuse dans des limites assez larges, tandis que, d'après les expériences de M. Scholz ci-dessus relatées, on ne peut considérer la chaleur de dissolution de ces sels comme constante.

M. Dieterici montre que la théorie n'est cependant pas en défaut, car il suffirait d'une inexactitude insignifiante de la loi de von Babo pour expliquer les variations considérables de la chaleur de dissolution observées par M. Scholz.

---

(1) DIETERICI, *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 513; 1891.
(2) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 564.

Le Mémoire de M. Dieterici se termine par d'intéressantes remarques sur la théorie de la pression osmotique.

W.-C. RÖNTGEN. — Influence des chaleurs de compression sur la mesure de la compressibilité des liquides, t. XLV, p. 560-568.

Si, pour observer la variation de volume d'où l'on déduit la compressibilité d'un liquide, on n'attendait pas que la chaleur développée par la compression adiabatique fût dissipée, on commettrait une erreur dont l'importance relative varie beaucoup d'un liquide à un autre. Cette erreur relative serait, à la température de 25°,

	Pour 100.
Pour le sulfure de carbone........	50
» la benzine..................	40
» l'éther.....	30
» l'alcool.....................	18
» l'eau.......................	1

E. BUDDE. — Facteurs intégrants et température, t. XLV, p. 751-758.

Commentaire et généralisation de la définition de la température absolue donnée par M. Lippmann ([1]) et du calcul de cette température en fonction des indications d'un thermomètre quelconque.

M. PLANCK. — Remarques sur le principe de Carnot-Clausius, t. XLVI, p. 162-166.

Le principe de Carnot-Clausius ou principe de l'accroissement de l'entropie n'est rigoureusement applicable qu'à des états d'équilibre à partir desquels l'entropie augmente nécessairement si une transformation se produit.

On peut donc se fonder sur ce principe pour calculer rigoureusement la différence de potentiel au contact de deux métaux, ou au contact d'un métal et d'un électrolyte; on peut aussi, mais à titre d'approximation, calculer la chute de potentiel dans une

([1]) *Journal de Physique*, 1re série, t. III, p. 53 et 277; 1884.

dissolution d'un sel dont la concentration n'est pas uniforme, en se fondant sur ce que la durée nécessaire pour établir l'équilibre électrique est négligeable par rapport à la durée des phénomènes de diffusion; mais on ne peut plus calculer de même la différence de potentiel au contact de deux dissolutions de nature différente, car alors rien n'autorise plus à admettre que les deux durées ne sont pas comparables : la différence de concentration d'un même sel est *finie* de part et d'autre de la surface géométrique de contact, par suite la vitesse de diffusion devient infinie.

G. NEUMANN et F. STREINTZ. — Action de l'hydrogène sur le plomb et sur d'autres métaux, t. XLVI, p. 431-448.

Le plomb fondu absorbe des traces d'hydrogène (0,10 à 0,15 fois son volume). L'argent réduit ne paraît pas en absorber à froid la moindre trace.

Un même échantillon de mousse de platine, d'or, de fer, de nickel ou de cobalt réduits absorbe de moins en moins d'hydrogène quand on le soumet à une série d'hydrogénations et de calcinations successives.

Par son pouvoir absorbant pour l'hydrogène, le cobalt réduit se place immédiatement après le palladium. Un échantillon de cobalt a absorbé jusqu'à 153 fois son volume d'hydrogène.

E. Bouty.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON;

T. L (fin) et LI.

A.-A. COMMON. — Note sur la nécessité de se servir de verre bien recuit et homogène pour les miroirs de télescope, t. L, p. 252.

Le polissage d'un disque de verre destiné à former un miroir de télescope produit une certaine quantité de chaleur. C'est ainsi que la distance focale d'un disque dont le polissage avait duré trois heures s'est accrue, dans une expérience, de 4 pouces. Trois heures après, la distance focale avait repris sa valeur normale.

Lorsque l'on emploie des verres non homogènes et dont le recuit n'a pas été suffisant, ils se contractent irrégulièrement après le polissage et perdent leur forme géométriquement parfaite. C'est ce qui est arrivé sur un échantillon fabriqué en 1880 à la manufacture de Saint-Gobain et qui était resté appuyé contre un mur pendant six ans.

W. RAMSAY et S. YOUNG. — Sur quelques propriétés de l'eau et de la vapeur, p. 254.

Dans ce Mémoire, les auteurs donnent des Tables des volumes orthobariques de l'eau liquide entre 100° et 270°, de la compressibilité de l'eau à différentes températures, des pressions de la vapeur d'eau jusqu'à 270° et de la densité de la vapeur d'eau sous diverses conditions de température et de pression.

Regnault n'avait pas mesuré la pression de la vapeur pour des températures supérieures à 220°. Les nouvelles recherches comfirment d'une manière remarquable les mesures de Regnault et les étendent notablement.

Les densités de la vapeur saturée mesurées directement sont presque identiques à celles que Regnault a déduites des chaleurs de vaporisation; mais au voisinage du point de condensation de la vapeur, surtout aux basses températures, la pression est trop faible à cause de l'adhérence de la vapeur d'eau au verre qui détermine la condensation à des pressions inférieures aux pressions de vapeur. Les mesures prises au voisinage du point de condensation sont donc nécessairement incertaines; mais les nombres calculés à l'aide des résultats de Regnault donnent, pour la vapeur saturée, des volumes qui concordent avec une exactitude suffisante avec ceux qui sont obtenus par la mesure directe à des volumes un peu plus grands que ceux de la vapeur saturée.

G.-T. WALKER. — Répulsion et rotation produites par les courants alternatifs, p. 255.

Elihu Thomson a démontré expérimentalement que deux circuits circulaires, dont les plans sont perpendiculaires à la ligne qui joint leur centre, se repoussent quand un courant alternatif traverse l'un d'eux et que si leurs centres coïncident, leurs plans

formant un angle aigu, il y a production d'un couple tendant à augmenter cet angle. On s'est servi de ces résultats pour mesurer les courants alternatifs et l'auteur a calculé des formules pour déterminer les intensités relatives de la force et du couple.

Une autre expérience consiste à placer une feuille de cuivre de manière à couvrir à moitié un pôle magnétique alternatif; on met sur cette feuille et près du pôle une sphère creuse de cuivre. L'action électromagnétique produit un couple assez puissant pour vaincre la résistance due au frottement et pour faire tourner la sphère.

Les recherches de M. Walker montrent que si la sphère tourne, c'est parce que les phases des courants induits dans la plaque de cuivre ne coïncident pas avec celles de l'aimant, et non parce que cette plaque de cuivre agit à la manière d'un écran en rendant le champ dissymétrique.

E.-F. HERROUN et G.-F. YEO. — Note sur l'audibilité des ondes sonores isolées et le nombre de vibrations nécessaire pour produire un son, p. 318.

Les physiciens ont admis que, pour donner la sensation du son, il faut nécessairement une série de vibrations; mais un certain nombre d'expériences faites sur des tuyaux sonores, des diapasons et des sirènes ont conduit les auteurs aux conclusions suivantes :

1° Quand un son est produit par un corps en vibration, chacune des ondes de la série de vibrations qui causent le son excite individuellement les terminaisons du nerf acoustique. Si les vibrations simples sont de telle nature qu'elles ne puissent être entendues, aucun son ne peut être perçu;

2° Les vibrations individuelles peuvent être perçues lorsque la rapidité des vibrations n'est pas assez grande pour donner naissance à un son distinct. Quand deux ondes sonores se succèdent immédiatement à un intervalle de $\frac{1}{50}$ de seconde ou un intervalle plus petit, elles donnent naissance à une sensation de son et ce son a la même hauteur que celui qui serait produit par une série prolongée de vibrations se succédant avec la même vitesse que les deux premières; en d'autres termes, on peut distinguer le son qui a été produit à la condition que deux vibra-

tions consécutives d'une série agissent sur les terminaisons du nerf acoustique.

Les auteurs ont constaté qu'ils ne pouvaient distinguer les petites variations de hauteur lorsque la rapidité de la vibration devient inférieure à cinquante vibrations par seconde.

MAJOR CARDEW. — Méthode électrostatique différentielle pour la mesure des grandes résistances électriques, p. 340.

La méthode du major Cardew consiste à réunir les quadrants d'un électromètre ordinaire aux deux pôles d'une pile de force électromotrice assez grande (il employait 400 couples zinc-cuivre-eau acidulée accouplés en série sur un support d'ébonite; la force électromotrice était d'environ 350 volts) et à mettre l'aiguille d'aluminium en communication avec la terre. Le corps dont on veut mesurer la résistance est mis en communication par une de ses extrémités avec l'un des pôles de la pile; l'autre extrémité étant à la terre. Le second pôle de la pile est mis en communication avec l'extrémité d'un corps de résistance variable, mais du même ordre de grandeur que la résistance à mesurer; l'autre extrémité de cette résistance variable est également reliée à la terre.

Le milieu de la pile est alors mis en communication avec la terre de manière à amener l'aiguille au zéro. Lorsque la communication est rompue, l'aiguille est déviée dans un sens ou dans l'autre, à moins que la résistance au passage de l'électricité ne soit la même de chaque côté, auquel cas l'aiguille reste au zéro.

A. SCHUSTER et A.-W. CROSSLEY. — Électrolyse du nitrate d'argent dans le vide, p. 344.

D'après Lord Rayleigh, le dépôt d'argent dans l'électrolyse d'une solution chaude de nitrate d'argent est plus lourd d'environ deux millièmes que le dépôt dans l'électrolyse d'une solution froide. En outre, il y a une petite différence dans le poids des dépôts qui se produisent dans des vases de platine de tailles différentes. D'après MM. Schuster et Crossley, cette différence dépend de la densité du courant à l'anode. Ces physiciens ont constaté également que les dépôts sont un peu plus considérables lorsque

l'électrolyse a lieu dans le vide que lorsqu'elle a lieu à l'air libre à la pression ordinaire. Cette différence doit être attribuée à l'action de l'oxygène dissous. Lorsqu'en effet on opère l'électrolyse dans une atmosphère d'oxygène, les dépôts obtenus sont moins considérables que dans l'air.

W.-C. ROBERTS-AUSTEN. — Sur les points de fusion dans la série des alliages d'aluminium et d'or, p. 367.

L'auteur a déterminé, au moyen d'une méthode précédemment décrite par lui ([1]), les points de fusion d'une remarquable série d'alliages d'or et d'aluminium.

L'alliage blanc à 10 pour 100 d'aluminium a un point de fusion situé à 417° au-dessous du point de fusion de l'or; l'alliage pourpre a, au contraire, un point de fusion qui est à 35° au-dessus de celui de l'or. C'est, semble-t-il, le seul cas connu d'un alliage fondant à une température plus élevée que le moins fusible de ses composants. M. Roberts-Austen pense que ce fait constitue un argument puissant en faveur de l'opinion qui considère cet alliage comme une véritable combinaison d'or et d'aluminium.

A l'exception des deux alliages précédents, tous ceux qui appartiennent à cette série présentent des points de fusion qui décroissent régulièrement jusqu'à 660°, un peu au-dessous du point de fusion de l'aluminium (665°).

W. DE W. ABNEY et FESTING. — Photométrie des couleurs, p. 369.

Les auteurs ont indiqué, dans la *Bakerian Lecture* de 1886, une méthode permettant de construire la courbe de luminosité d'un spectre continu fourni par une lampe à arc. Des recherches ultérieures leur ont montré qu'il fallait tenir compte de la portion de la rétine que l'on employait pour faire les observations. Ils indiquent une manière d'opérer qui permet d'utiliser à volonté soit la tache jaune, soit toute autre partie de la rétine, et ils donnent les résultats obtenus dans chacun des cas.

([1]) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. XLIX, p. 347. Analysé dans le *Journal de Physique* [3], t. I, p. 354.

On sait que, lorsqu'une lumière colorée s'affaiblit jusqu'à un certain degré, l'œil cesse de voir la couleur bien qu'il éprouve encore une sensation lumineuse. Les auteurs ont fait des observations pour déterminer le point auquel la sensation de couleur disparaît dans chacune des régions du spectre. La portion du spectre dans laquelle une couleur est visible avec les plus faibles intensités lumineuses est comprise entre λ500 et λ615.

MM. Abney et Festing ont recherché également de quelle quantité il fallait diminuer l'éclat de chacune des parties du spectre pour qu'elle cessât d'être perçue. C'est en λ5300 que la lumière peut être réduite au minimum d'intensité. Les auteurs ont déterminé les courbes de luminosité de plusieurs personnes achromatoptiques, ainsi que la courbe de luminosité d'un spectre de faible intensité observé avec un œil normal.

A. WRIGHT. — Sur certains alliages ternaires (5e Partie). — Déterminations de diverses courbes critiques, de leurs lignes de liaison et de leurs points de séparation, p. 372.

L'auteur a continué ses recherches sur les alliages ternaires. Il donne les résultats de ses expériences faites sur des mélanges de chloroforme, d'eau et d'acide acétique, des alliages d'étain, de plomb et de zinc; de bismuth, d'étain et de zinc; de plomb, d'argent et de zinc, et enfin de bismuth, d'argent et de zinc. Il serait impossible de résumer brièvement les nombreuses déterminations de M. Wright; nous renvoyons au Mémoire original pour la description des courbes et l'énumération des résultats obtenus.

N. LOCKYER. — Nouvelle étoile dans la constellation d'Auriga, p. 407.

Le spectre de la nouvelle étoile découverte dans la constellation d'Auriga renferme treize raies correspondant aux longueurs d'onde 3933, 3968 (H), 4101, 4130, 4172, 4227, 4268, 4310, 4340 (G), 4516, 4552, 4587, 4618.

Outre ces raies, on a pu en observer un grand nombre dans le spectre visible et en identifier quelques-unes. La raie C est la plus brillante; la raie F est également très nette ainsi que plusieurs autres dans le voisinage. Il existe une raie en λ500 et une autre vers λ495. Une raie assez brillante est située en λ517 et une raie

peu marquée semble coïncider avec la raie D. La raie G de l'hydrogène apparaît nettement ainsi qu'un groupe de raies entre G et F.

C.-H. LEES. — Conductibilité thermique des cristaux et autres corps mauvais conducteurs, p. 421.

La méthode employée par l'auteur consiste à placer un disque de la substance dont on veut déterminer la conductibilité entre les deux extrémités de deux barres métalliques placées coaxialement, à chauffer l'une des extrémités du système et à observer la distribution de la température dans ces barres au moyen de couples thermo-électriques, d'abord lorsqu'elles sont séparées par le disque, puis lorsqu'elles sont directement en contact. Ces observations suffisent pour déterminer la conductibilité du disque lorsque l'on connaît celle des barres.

Voici les résultats obtenus en unités C.G.S :

Laiton	0,27
Crown-glass	0,0024
Flint-glass	0,0020
Sel gemme	0,014
Quartz selon l'axe	0,030
» perpendiculairement à l'axe	0,016
Spath d'Islande selon l'axe	0,010
» perpendiculairement à l'axe	0,0084
Mica perpendiculairement au plan de clivage	0,0016
Marbre blanc	0,0071
Ardoise	0,0047
Gomme laque	0,00060
Paraffine	0,00061
Caoutchouc pur	0,00038
Soufre	0,00045
Ébonite	0,00040
Gutta-percha	0,00046
Papier	0,00031
Papier d'asbeste	0,0006
Acajou	0,00047
Châtaignier	0,00036
Liège	0,00013
Soie	0,00022
Coton	0,00055
Flanelle	0,00023

A.-M. WORTHINGTON. — Extension mécanique des liquides. — Détermination expérimentale de l'extensibilité en volume de l'alcool éthylique, p. 423.

L'auteur donne le moyen de mesurer simultanément l'extension du liquide et la pression qu'il exerce. Il a opéré sur l'alcool éthylique et l'a soumis à des tensions qui se sont élevées jusqu'à 17 atmosphères, soit 255 livres par pouce carré.

LORD RAYLEIGH. — Densités relatives de l'hydrogène et de l'oxygène, p. 448.

Il résulte des nombreuses expériences faites avec beaucoup de soin par Lord Rayleigh que les poids d'hydrogène et d'oxygène contenus, à une pression et à une température moyennes, dans un vase de capacité donnée, sont égaux respectivement à 0,158531 et 2,51777, ce qui donne par densité de l'oxygène, par rapport à l'hydrogène, le nombre

$$15,882.$$

En rapportant le rapport des poids au rapport 2,0002 des volumes donné par le professeur Morley, on obtient pour le rapport des poids atomiques le nombre

$$15,880.$$

Ce nombre est probablement exact à $\frac{1}{3000}$ près.

N. LOCKYER. — Note sur la nouvelle étoile d'Auriga, p. 431 et 466.

M. HUGGINS et Mme HUGGINS. — Même sujet, p. 465.

Les auteurs décrivent un certain nombre de raies nouvelles observées sur les photographies de la nouvelle étoile d'Auriga.

T. LI.

J. HOPKINSON et E. WILSON. — Machines dynamo-électriques, p. 49.

Les auteurs ont vérifié expérimentalement certains résultats théoriques auxquels ils étaient arrivés dans un Mémoire antérieur (1) relativement à l'action exercée par les courants qui se

(1) *Phil. Trans.*, p. 331; 1886.

produisent dans l'armature des machines dynamo-électriques sur la valeur et la distribution du champ magnétique.

R.-T. GLAZEBROOK et S. SKINNER. — Emploi de la pile de L. Clark comme étalon de force électromotrice, p. 60.

Le Mémoire se divise en deux Parties :

Dans la première, les auteurs rendent compte d'expériences effectuées en vue de déterminer la force électromotrice absolue de l'élément L. Clark.

Cette force électromotrice était déterminée par une méthode qui ne diffère de celle déjà employée par Lord Rayleigh (1) qu'en ce que l'intensité du courant principal, au lieu d'être donnée par un électrodynamomètre-balance, était obtenue en fonction de l'équivalent électrochimique de l'argent. La résistance que comporte l'emploi de cette méthode était formée d'un ruban de platinoïde de 1^{cm} de large et $0^{cm},05$ d'épaisseur, enroulé sur une charpente isolante et plongé dans un bain de paraffine. La valeur absolue de cette résistance, déduite de sa comparaison avec l'étalon original de l'Association Britannique, était $0^{\omega},9866$. L'intensité des courants employés variait de 0,75 à $1^{amp},4$; elle était insuffisante pour élever sensiblement la température de la résistance.

La moyenne de neuf expériences a donné $1^{volt},4342$ pour la force électromotrice à 15°C. de l'élément L. Clark choisi comme étalon dans toutes les autres expériences.

Dans la deuxième Partie du Mémoire, les auteurs exposent les recherches qu'ils ont faites pour reconnaître l'effet des petits changements dans la pureté des matières employées et dans le mode de construction des éléments. Ils ont étudié un grand nombre d'étalons L. Clark construits par divers physiciens. Tous ont présenté le plus parfait accord; les différences entre les forces électromotrices atteignaient rarement $0^{volt},0005$.

MM. Glazebrook et Skinner ont également déterminé le coefficient de variation de la force électromotrice de l'étalon L. Clark avec la température. Ils ont trouvé pour le coefficient 0,000755, nombre compris entre ceux qui ont été donnés par Lord Rayleigh et M. Pellat.

---

(1) *Phil. Trans.*; 1884.

Enfin les auteurs ont mesuré la force électromotrice de l'étalon au chlorure de mercure de von Helmholtz et de l'élément Gouy à oxyde de mercure. Ils ont trouvé très sensiblement 1 volt pour le premier, $1^{volt},381$ pour le second, quand on prend de l'oxyde jaune de mercure, et $1^{volt},388$ quand on emploie de l'oxyde rouge.

Ajoutons que le Mémoire de MM. Glazebrook et Skinner contient des instructions très précises relatives à la construction de l'étalon L. Clark.

F. CLOWES. — Appareil perfectionné destiné à mesurer la sensibilité des lampes de sûreté dont on se sert pour essayer les milieux gazeux, p. 87.

Application d'une flamme d'hydrogène dans une lampe de sûreté ordinaire pour la recherche et la mesure du grisou, p. 90.

Application de la lampe de sûreté à la recherche dans l'air des vapeurs de benzoline et autres vapeurs inflammables, p. 95.

M. Clowes indique les perfectionnements qu'il a apportés à l'appareil qu'il a décrit antérieurement ([1]) pour mesurer la sensibilité des lampes de sûreté.

Il montre qu'on peut appliquer la flamme non lumineuse de l'hydrogène dans une lampe de sûreté pour rechercher la présence du grisou et même, d'après la hauteur du *chapeau* qui se forme au-dessus de cette flamme, la proportion de méthane contenu dans l'air.

M. Clowes a également recherché si la présence des vapeurs de benzoline faisait apparaître un chapeau au-dessus de la flamme d'une lampe de sûreté, et aussi quelle était la quantité minimum de vapeur nécessaire à la production de ce chapeau. Il résulte de ses expériences qu'une flamme d'hydrogène de 10^{mm} dans la lampe de sûreté d'Ashworth permet de déceler, dans l'air, une quantité de vapeur de benzoline égale à $\frac{1}{36}$ de la quantité qui forme avec l'air un mélange explosif et égale à $\frac{1}{20}$ de celle qui, mêlée à l'air, le rend inflammable. La flamme de benzoline fait apparaître un chapeau très petit, mais très net, lorsque la quantité de vapeur de benzoline mélangée à l'air est égale à $\frac{1}{9}$ de celle qui est nécessaire pour produire un mélange explosif et égale à $\frac{1}{5}$ de celle qui est nécessaire pour rendre le mélange inflammable.

([1]) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. L, p. 122; 1891. *Journ. de Phys.* (3), t. II, p. 539.

W.-J. DIBDIN. — Photométrie stellaire, p. 404.

Les déterminations faites sur la luminosité des diverses étoiles ont eu jusqu'à présent pour but de comparer les étoiles les unes aux autres; jamais on n'avait essayé de comparer leur luminosité à une unité terrestre connue. Aussi les différentes méthodes employées n'indiquent-elles pas l'intensité réelle. L'auteur a essayé de combler cette lacune, notamment pour les étoiles colorées pour lesquelles les difficultés expérimentales sont plus grandes.

Il a préparé une série-étalon d'étoiles artificielles de couleurs variées et d'intensités lumineuses connues en fonction de la bougie-étalon anglaise. Cette série va de l'intensité de une bougie à 0,000018 bougie, et en plaçant ces étoiles artificielles à une certaine distance du télescope, on obtient des termes de comparaison parfaitement déterminés.

Le Tableau suivant donne le résultat de quelques expériences. Il indique les grandeurs respectives des étoiles et leur intensité lumineuse théorique calculée en supposant qu'une étoile de seconde grandeur a un éclat égal à celui de 0,00075 bougie, placée à une distance de 109 pieds, ce facteur étant déduit de la moyenne de toutes les déterminations

Étoiles.	Grandeur.	Pouvoir éclairant trouvé. Bougie à 109 pieds.	Pouvoir éclairant théorique.
Véga	0,86	0,0039	0,0041
Aldébaran	1,12	0,0015	0,0017
γ Orion	1,79	0,00075	0,00090
β Auriga	1,94	0,00125	0,00080
δ Orion	2,02	0,00074	0,00074
Polaire	2,05	0,00081	0,00072
α Andromède	2,05	0,00085	0,00072
γ Cygne	2,26	0,00035	0,00059
α Pégase	2,33	0,00062	0,00055
γ Petite Ourse	3,02	0,00029	0,00029

La quantité totale de lumière envoyée par les étoiles est égale à celle de 1,446 bougie placée à une distance de 109 pieds. Si l'on tient compte de ce fait que $\frac{1}{6}$ seulement des étoiles peuvent éclairer au même instant une surface déterminée, le pouvoir éclairant total des étoiles est égal à celui d'une bougie-étalon placée à une distance de 210 pieds. RENÉ PAILLOT.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

6e série, t. XXX; décembre 1893.

G. Moreau. — *Contribution à l'étude de la polarisation rotatoire naturelle*, p. 433.

Wiedemann's Annalen.

T. L; n° 12, 1893.

W. Hallwachs. — *Sur une méthode différentielle faisant usage de l'incidence rasante pour mesurer les différences des indices de réfraction des liquides*, p. 577.

P. Glan. — *Sur le changement d'intensité de la lumière polarisée parallèlement au plan d'incidence et réfléchie par le verre*, p. 590.

P. Drude. — *Sur le changement de phase de la lumière par la réflexion sur les métaux*, p. 595.

J.-R. Rydberg. — *Contribution à la connaissance des spectres de lignes*, p. 625.

W. König. — *Recherches hydrodynamiques et acoustiques*, p. 639.

L. Austin. — *Recherches expérimentales sur l'élasticité résiduelle longitudinale ou de torsion des métaux*, p. 659.

H. Lüdtke. — *Sur les propriétés de diverses modifications de l'argent*, p. 678.

A. Gockel. — *Sur les piles thermo-électriques à électrolytes et à électrodes impolarisables*, p. 696.

O. Grotrian. — *Magnétisme de cylindres de fer creux et pleins*, p. 705.

G. Udny Yule. — *Sur le passage d'ondes électriques à travers des couches d'électrolytes*, p. 742.

J. Himstedt. — *Sur quelques modifications apportées à l'électromètre à quadrants de Thomson*, p. 752.

J.-W. Giltay. — *Électrodynamomètre étalonné, notamment pour des usages électrothérapeutiques*, p. 756.

L. Graetz. — *Nouvelle méthode pour la mesure des coefficients d'induction*, p. 766.

D.-A. Goldhammer. — *Encore sur la théorie électrique des phénomènes magnéto-optiques*, p. 772.

THÉORÈMES GÉNÉRAUX SUR L'ÉTAT DES CORPS EN DISSOLUTION;

PAR M. P. DUHEM.

I. Lorsqu'on jette un sel dans l'eau, il s'y dissout en général; que renferme la dissolution ainsi formée? La première idée qui se présente à l'esprit est qu'elle renferme simplement le sel et l'eau; les physiciens ont longtemps admis qu'il en était ainsi; puis, à la suite d'innombrables recherches expérimentales, ils ont été amenés à formuler des hypothèses nombreuses et diverses sur l'état des corps en dissolution; ils ont supposé que certains sels se combinaient à l'eau pour former des hydrates, qui, parfois, partiellement dissociés, coexisteraient avec le sel anhydre; ils ont admis que les sels doubles se dédoublaient en sels simples; une théorie récente imagine même qu'un sel en dissolution se dédouble partiellement en deux restes, l'un électro-positif, l'autre électro-négatif.

Ces hypothèses touchant l'état des corps en dissolution sont, pour la plupart, encore fort douteuses et fort débattues; il en résulte que les physiciens attachent une grande importance à toutes les considérations qui leur semblent capables d'appuyer l'une de ces hypothèses ou de la combattre; mais il en résulte aussi que toute proposition obtenue en supposant une constitution particulière à un mélange ou à une dissolution prend un caractère problématique.

Dès lors, placé en présence des nombreuses applications qui ont été faites de la Thermodynamique à la théorie des dissolutions, le physicien est amené à se poser les deux questions suivantes :

Les formules obtenues en appliquant les principes de la Thermodynamique aux dissolutions et aux mélanges dépendent-elles des hypothèses faites sur l'état réel des corps qui composent ces dissolutions ou ces mélanges?

Fournissent-elles des criteria capables de décider entre les diverses suppositions que l'on peut faire sur cet état?

A ces deux questions, on peut répondre : non.

Toute formule obtenue en appliquant à une dissolution ou à un mélange les principes de la Thermodynamique, A L'EXCLUSION DE TOUTE AUTRE LOI, *demeure valable, quelque supposition que l'on fasse sur l'état des corps qui composent ce mélange ou cette dissolution.*

Ce que ces formules gagnent ainsi en certitude, elles le perdent en portée, puisqu'elles perdent par là tout pouvoir pour décider si telle supposition touchant cet état est vraie ou fausse.

Nous avons cherché autrefois ([1]) à établir la proposition précédente pour quelques formules touchant les chaleurs de dilution et de dissolution; nous allons nous efforcer de la démontrer aujourd'hui dans son entière généralité.

II. Considérons un mélange homogène, formé en unissant les unes aux autres des masses $M_1, M_2, \ldots, M_n$ de certains corps 1, 2, ..., n. Ces masses $M_1, M_2, \ldots, M_n$ définissent la *composition brute* ou *apparente* du mélange. *Lorsque l'on admet que la composition apparente du mélange est identique à sa composition réelle,* on est conduit aux propositions suivantes ([2]), qui représentent l'ensemble des conséquences que l'on peut déduire des principes de la Thermodynamique, sans addition d'aucune autre loi :

THÉORÈME I. — *Sous la pression constante* Π, *à la température* T, *le mélange admet un potentiel thermodynamique* $\mathfrak{H}(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T)$ *qui est une fonction homogène et de degré* 1 *des masses* $M_1, M_2, \ldots, M_n$.

THÉORÈME II. — *La forme quadratique*

$$\frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial M_1^2} X_1^2 + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial M_2^2} X_2^2 + \ldots + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial M_n^2} X_n^2 + 2\sum_{ij} \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial M_i \partial M_j} X_i X_j,$$

([1]) P. DUHEM, *Einige Bemerkungen über die Lösungs-und Verdünnungswärme* (*Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. II, p. 568; 1888).

([2]) P. DUHEM, *Dissolutions et mélanges*. Premier Mémoire : *L'équilibre et le mouvement des fluides mélangés* (*Travaux et Mémoires des Facultés de Lille*, t. III, B; 1893).

où le signe $\sum_{ij}$ *s'étend à toutes les combinaisons distinctes des indices* 1, 2, ..., n *deux à deux, n'est négative pour aucun système de valeurs de* $X_1, X_2, \ldots, X_n$; *elle n'est égale à* 0 *que si l'on a*

$$\frac{X_1}{M_1} = \frac{X_2}{M_2} = \ldots = \frac{X_n}{M_n}.$$

Toute formule qui découle exclusivement des principes de la Thermodynamique s'appuie uniquement sur ces deux théorèmes. Notre proposition sera donc établie si nous prouvons que les deux théorèmes précédents sont vrais non seulement lorsque la composition vraie du mélange est identique à sa composition apparente, mais encore *quelle que soit la composition vraie du mélange.*

III. Supposons que l'on ait pris des masses $M_1, M_2, \ldots, M_n$ de certains corps 1, 2, ..., n, et qu'on en ait formé un mélange homogène; en se mélangeant, les corps 1, 2, ..., n ont subi des réactions chimiques, en sorte que le mélange renferme, en réalité, des masses $\mu_\alpha, \mu_\beta, \ldots, \mu_\lambda$ de certains corps $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$.

La masse M_1 du corps 1 doit se retrouver tout entière, sous une forme ou sous une autre, dans les masses $\mu_\alpha, \mu_\beta, \ldots, \mu_\lambda$ des corps $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$. Supposons, par exemple, que le corps 1 contribue seulement à former les corps α, β, γ.

Imaginons que le corps α se compose du corps 1 uni à quelque autre corps. Si p_1 est le poids moléculaire du corps 1, ϖ_α le poids moléculaire du corps α, et s'il faut m molécules du corps 1 pour former une molécule du corps α, la formation de la masse μ_α du corps α aura exigé une masse $\frac{mp_1}{\varpi_\alpha}\mu_\alpha$ du corps 1.

Imaginons de même que les corps β et γ soient formés par deux restes provenant de la décomposition du corps 1, ces restes étant soit isolés, soit unis à d'autres corps. Soient p'_1 et p''_1 les poids moléculaires des deux restes en question; supposons qu'une molécule du corps β renferme m' fois le premier reste et qu'une molécule du corps γ renferme m'' fois le second reste. La formation des masses μ_β, μ_γ des corps β, γ emploiera une masse $\left(\frac{m'p'_1}{\varpi_\beta}\mu_\beta + \frac{m''p''_1}{\varpi_\gamma}\mu_\gamma\right)$ du corps 1.

On aura donc

$$\frac{mp_1}{\varpi_\alpha}\mu_\alpha + \frac{m'p'_1}{\varpi_\beta}\mu_\beta + \frac{m''p''_1}{\varpi_\gamma}\mu_\gamma = M_1.$$

D'une manière générale, on voit que l'on aura les n égalités

$$(1)\qquad \begin{cases} A_1\mu_\alpha + B_1\mu_\beta + \ldots + L_1\mu_\lambda = M_1, \\ A_2\mu_\alpha + B_2\mu_\beta + \ldots + L_2\mu_\lambda = M_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ A_n\mu_\alpha + B_n\mu_\beta + \ldots + L_n\mu_\lambda = M_n, \end{cases}$$

A_i, B_i, ..., L_i, étant des coefficients *purement numériques* que l'on peut calculer lorsque l'on connaît les formules chimiques des corps 1, 2, ..., n d'une part et des corps α, β, ..., λ, d'autre part.

Le système étant *véritablement* un mélange des masses μ_α, μ_β, ..., μ_λ des corps α, β, ..., λ, nous savons qu'il admet sous la pression constante Π, à la température T, un potentiel thermodynamique $H(\mu_\alpha, \mu_\beta, \ldots, \mu_\lambda, \Pi, T)$ qui est une fonction homogène et de degré 1 des variables μ_α, μ_β, ..., μ_λ.

Donnons-nous la pression Π, la température T, les masses M_1, M_2, ..., M_n qui définissent la composition brute du mélange, et cherchons à quelles conditions l'équilibre chimique sera établi au sein de ce mélange.

Nous obtiendrons ces conditions d'équilibre en écrivant que l'on a

$$(2)\qquad \frac{\partial H}{\partial \mu_\alpha}\delta\mu_\alpha + \frac{\partial H}{\partial \mu_\beta}\delta\mu_\beta + \ldots + \frac{\partial H}{\partial \mu_\lambda}\delta\mu_\lambda = 0,$$

pour toutes les variations virtuelles $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$ qui sont compatibles avec la définition du système, c'est-à-dire avec les égalités (1), *où les masses* M_1, M_2, ..., M_n *ont des valeurs données*.

Ces égalités (1) assujettissent les variations virtuelles $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$ aux seules conditions

$$(3)\qquad \begin{cases} A_1\delta\mu_\alpha + B_1\delta\mu_\beta + \ldots + L_1\delta\mu_\lambda = 0, \\ A_2\delta\mu_\alpha + B_2\delta\mu_\beta + \ldots + L_2\delta\mu_\lambda = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ A_n\delta\mu_\alpha + B_n\delta\mu_\beta + \ldots + L_n\delta\mu_\lambda = 0. \end{cases}$$

Les conditions d'équilibre du système s'obtiennent donc en exprimant que les égalités (1), (2) *et* (3) *ont lieu simultanément.*

Les égalités (2) et (3) forment un système de $(n+1)$ équations linéaires et homogènes en $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$; pour qu'elles puissent être vérifiées simultanément par un système de valeurs de $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$, qui ne sont pas toutes égales à o, il faut et il suffit qu'il existe n coefficients K_1, K_2, ..., K_n, indépendants de $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$, tels que l'on ait

$$\begin{aligned}&\left(\frac{\partial H}{\partial\mu_\alpha}+K_1A_1+K_2A_2+\ldots+K_nA_n\right)\delta\mu_\alpha\\ +&\left(\frac{\partial H}{\partial\mu_\beta}+K_1B_1+K_2B_2+\ldots+K_nB_n\right)\delta\mu_\beta\\ +&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\ +&\left(\frac{\partial H}{\partial\mu_\lambda}+K_1L_1+K_2L_2+\ldots+K_nL_n\right)\delta\mu_\lambda=0,\end{aligned}$$

quelles que soient les variations $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$.

Cette identité se résout en λ égalités :

$$(4)\qquad\left\{\begin{aligned}&\frac{\partial H}{\partial\mu_\alpha}+K_1A_1+K_2A_2+\ldots+K_nA_n=0,\\ &\frac{\partial H}{\partial\mu_\beta}+K_1B_1+K_2B_2+\ldots+K_nB_n=0,\\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,\\ &\frac{\partial H}{\partial\mu_\lambda}+K_1L_1+K_2L_2+\ldots+K_nL_n=0.\end{aligned}\right.$$

Ces λ égalités, jointes aux n égalités (1), permettent de déterminer les λ inconnues μ_α, μ_β, ..., μ_λ et les n quantités auxiliaires K_1, K_2, ..., K_n, lorsqu'on se donne la pression Π, la température T et les n masses M_1, M_2, ..., M_n, qui définissent la composition brute du système.

IV. Le système étant *véritablement* formé par le mélange des masses μ_α, μ_β, ..., μ_λ des corps α, β, ..., λ, nous savons que la forme quadratique

$$\frac{\partial^2 H}{\partial\mu_\alpha^2}\xi_\alpha^2+\frac{\partial^2 H}{\partial\mu_\beta^2}\xi_\beta^2+\ldots+\frac{\partial^2 H}{\partial\mu_\lambda^2}\xi_\lambda^2+2\sum_{\varphi\psi}\frac{\partial^2 H}{\partial\mu_\varphi\,\partial\mu_\psi}\xi_\varphi\xi_\psi,$$

où le signe $\sum_{\varphi\psi}$ s'étend à toutes les combinaisons (φ, ψ), des indices $\alpha, \beta, \ldots, \lambda$ deux à deux, n'est négative pour aucun système de valeurs des variables $\xi_\alpha, \xi_\beta, \ldots, \xi_\lambda$, et qu'elle est nulle seulement dans le cas où

$$\frac{\xi_\alpha}{\mu_\alpha} = \frac{\xi_\beta}{\mu_\beta} = \ldots = \frac{\xi_\lambda}{\mu_\lambda}.$$

Nous allons faire usage de cette proposition pour démontrer que les équations (4) ne peuvent être vérifiées par deux systèmes distincts de valeurs des inconnues $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$, si l'on se donne Π, T et $M_1, M_2, \ldots, M_n$.

Supposons, en effet, que ces équations (4) soient vérifiées par les deux systèmes distincts

$$\mu_\alpha = m_\alpha, \quad \mu_\beta = m_\beta, \quad \ldots, \quad \mu_\lambda = m_\lambda$$

et

$$\mu_\alpha = m'_\alpha, \quad \mu_\beta = m'_\beta, \quad \ldots. \quad \mu_\lambda = m'_\lambda.$$

Posons, pour abréger,

$$h = \mathrm{H}(m_\alpha, m_\beta, \ldots, m_\lambda).$$
$$h' = \mathrm{H}(m'_\alpha, m'_\beta, \ldots, m'_\lambda).$$

Soit $\delta\mu_\alpha, \delta\mu_\beta, \ldots, \delta\mu_\lambda$ un système *quelconque* de variations virtuelles vérifiant les égalités (3); ce système devra vérifier les deux égalités

$$\frac{\partial h}{\partial m_\alpha}\delta\mu_\alpha + \frac{\partial h}{\partial m_\beta}\delta\mu_\beta + \ldots + \frac{\partial h}{\partial m_\lambda}\delta\mu_\lambda = 0, \tag{5}$$

$$\frac{\partial h'}{\partial m'_\alpha}\delta\mu_\alpha + \frac{\partial h'}{\partial m'_\beta}\delta\mu_\beta + \ldots + \frac{\partial h'}{\partial m'_\lambda}\delta\mu_\lambda = 0. \tag{5 bis}$$

Nous allons voir que ces deux égalités sont incompatibles si l'on n'a pas

$$m_\alpha = m'_\alpha, \quad m_\beta = m'_\beta, \quad \ldots, \quad m_\lambda = m'_\lambda. \tag{6}$$

Supposons, en effet, que les égalités (6) ne soient pas vérifiées. On doit avoir, en vertu des égalités (1),

$$\begin{aligned} A_1 m_\alpha + B_1 m_\beta + \ldots + L_1 m_\lambda &= M_1, \\ A_2 m_\alpha + B_2 m_\beta + \ldots + L_2 m_\lambda &= M_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&\ldots, \\ A_n m_\alpha + B_n m_\beta + \ldots + L_n m_\lambda &= M_n, \end{aligned}$$

et semblablement

$$A_1 m'_\alpha + B_1 m'_\beta + \ldots + L_1 m'_\lambda = M_1,$$
$$A_2 m'_\alpha + B_2 m'_\beta + \ldots + L_2 m'_\lambda = M_2,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$A_n m'_\alpha + B_n m'_\beta + \ldots + L_n m'_\lambda = M_n.$$

De là on déduit

$$(7)\quad \begin{cases} A_1(m'_\alpha - m_\alpha) + B_1(m'_\beta - m_\beta) + \ldots + L_1(m'_\lambda - m_\lambda) = 0, \\ A_2(m'_\alpha - m_\alpha) + B_2(m'_\beta - m_\beta) + \ldots + L_2(m'_\lambda - m_\lambda) = 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ A_n(m'_\alpha - m_\alpha) + B_n(m'_\beta - m_\beta) + \ldots + L_n(m'_\lambda - m_\lambda) = 0. \end{cases}$$

En comparant ces égalités (7) aux égalités (3), on voit que l'on peut prendre

$$\delta\mu_\alpha = \varepsilon(m'_\alpha - m_\alpha),$$
$$\delta\mu_\beta = \varepsilon(m'_\beta - m_\beta),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\delta\mu_\lambda = \varepsilon(m'_\lambda - m_\lambda),$$

ε étant un facteur infiniment petit quelconque.

Les égalités (5) et (5 *bis*) donneront alors les deux nouvelles égalités

$$(8)\quad (m'_\alpha - m_\alpha)\frac{\partial h}{\partial m_\alpha} + (m'_\beta - m_\beta)\frac{\partial h}{\partial m_\beta} + \ldots + (m'_\lambda - m_\lambda)\frac{\partial h}{\partial m_\lambda} = 0,$$

$$(8\ bis)\quad (m'_\alpha - m_\alpha)\frac{\partial h'}{\partial m'_\alpha} + (m'_\beta - m_\beta)\frac{\partial h'}{\partial m'_\beta} + \ldots + (m'_\lambda - m_\lambda)\frac{\partial h'}{\partial m'_\lambda} = 0.$$

Prenons une quantité x, variable de 0 à 1, et λ fonctions de x définies par les égalités

$$(9)\quad \begin{cases} \mu_\alpha(x) = m_\alpha + (m'_\alpha - m_\alpha)x, \\ \mu_\beta(x) = m_\beta + (m'_\beta - m_\beta)x, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \mu_\lambda(x) = m_\lambda + (m'_\lambda - m_\lambda)x. \end{cases}$$

Formons un mélange des masses $\mu_\alpha(x)$, $\mu_\beta(x)$, ..., $\mu_\lambda(x)$ des corps α, β, ..., λ. Sous la pression constante Π, à la température T. ce mélange admet un potentiel thermodynamique

$$(10)\quad H[\mu_\alpha(x), \mu_\beta(x), \ldots, \mu_\lambda(x), \Pi, T] = \mathfrak{H}(x).$$

Cette égalité (10) nous donne

$$\frac{d\mathfrak{H}(x)}{dx} = \frac{\partial H}{\partial \mu_\alpha}\frac{d\mu_\alpha(x)}{dx} + \frac{\partial H}{\partial \mu_\beta}\frac{d\mu_\beta(x)}{dx} + \ldots + \frac{\partial H}{\partial \mu_\lambda}\frac{d\mu_\lambda(x)}{dx},$$

ou bien, en vertu des égalités (9),

$$(11)\qquad \frac{d\mathfrak{H}(x)}{dx} = (m'_\alpha - m_\alpha)\frac{\partial H}{\partial \mu_\alpha} + (m'_\beta - m_\beta)\frac{\partial H}{\partial \mu_\beta} + \ldots + (m'_\lambda - m_\lambda)\frac{\partial H}{\partial \mu_\lambda}.$$

Les égalités (8) et (8 *bis*) peuvent alors s'énoncer de la manière suivante :

L'équation

$$\frac{d\mathfrak{H}(x)}{dx} = 0$$

est vérifiée pour $x = 0$ et $x = 1$.

Dès lors, le théorème de Rolle nous enseigne qu'il existe au moins une quantité θ, comprise entre 0 et 1, telle que l'on ait

$$(12)\qquad \frac{\partial^2 \mathfrak{H}(\theta)}{\partial \theta^2} = 0.$$

En vertu des égalités (9) et (11), cette égalité (12) devient

$$(13)\qquad \left\{ \begin{aligned} &(m'_\alpha - m_\alpha)^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\alpha^2} + (m'_\beta - m_\beta)^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\beta^2} + \ldots + (m'_\lambda - m_\lambda)^2 \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\lambda^2} \\ &\qquad + 2\sum_{\varphi\psi}(m'_\varphi - m_\varphi)(m'_\psi - m_\psi)\frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\varphi\, \partial \mu_\psi} = 0, \end{aligned} \right.$$

égalité dans laquelle

$$\mu_\alpha = \mu_\alpha(\theta), \qquad \mu_\beta = \mu_\beta(\theta), \qquad \ldots, \qquad \mu_\lambda = \mu_\lambda(\theta).$$

Mais, d'après la proposition rappelée au début du présent paragraphe, cette égalité (13) exigerait que l'on eût

$$\frac{m'_\alpha - m_\alpha}{\mu_\alpha(\theta)} = \frac{m'_\beta - m_\beta}{\mu_\beta(\theta)} = \ldots = \frac{m'_\lambda - m_\lambda}{\mu_\lambda(\theta)}.$$

Ces dernières égalités sont inadmissibles, car, jointes aux égalités (7), elles donneraient

$$\begin{aligned} A_1\mu_\alpha(\theta) + B_1\mu_\beta(\theta) + \ldots + L_1\mu_\lambda(\theta) &= 0, \\ A_2\mu_\alpha(\theta) + B_2\mu_\beta(\theta) + \ldots + L_2\mu_\lambda(\theta) &= 0, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&, \\ A_n\mu_\alpha(\theta) + B_n\mu_\beta(\theta) + \ldots + L_n\mu_\lambda(\theta) &= 0, \end{aligned}$$

tandis que l'on a, en vertu des égalités (1),

$$A_1\mu_\alpha(\theta)+B_1\mu_\beta(\theta)+\ldots+L_1\mu_\lambda(\theta)=M_1(\theta),$$
$$A_2\mu_\alpha(\theta)+B_2\mu_\beta(\theta)+\ldots+L_2\mu_\lambda(\theta)=M_2(\theta),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$A_n\mu_\alpha(\theta)+B_n\mu_\beta(\theta)+\ldots+L_n\mu_\lambda(\theta)=M_n(\theta),$$

$M_1(\theta)$, $M_2(\theta)$, ..., $M_n(\theta)$ étant les masses, *assurément différentes de* o, qui composent en apparence le mélange dont la composition vraie est représentée par les quantités $\mu_\alpha(\theta)$, $\mu_\beta(\theta)$, ..., $\mu_\lambda(\theta)$.

On voit donc bien qu'en niant les égalités (6), nous sommes conduits à une contradiction; en sorte que nous pouvons énoncer la proposition suivante :

Lorsqu'on se donne la pression Π, *la température* T *et la composition apparente* M_1, M_2, ..., M_n *d'un mélange homogène, la composition vraie que présente ce mélange en équilibre est définie sans ambiguïté.*

V. La proposition rappelée au début du paragraphe précédent fournit une nouvelle conséquence.

L'état d'équilibre chimique d'un mélange dont la composition brute est donnée est un état d'équilibre stable.

Pour démontrer cette proposition, il suffit de faire voir que, lorsque le système est en équilibre, la fonction $H(\mu_\alpha, \mu_\beta, \ldots, \mu_\lambda)$ a une valeur minima parmi celles qu'elle peut prendre sous la même pression, à la même température, pour la même composition brute du système.

C'est ce qui aura lieu si l'on a, au moment de l'équilibre,

$$\frac{\partial^2 H}{\partial\mu_\alpha^2}(\delta\mu_\alpha)^2+\frac{\partial^2 M}{\partial\mu_\beta^2}(\delta\mu_\beta)^2+\ldots+\frac{\partial^2 H}{\partial\mu_\lambda^2}(\delta\mu_\lambda)^2+2\sum_{\varphi\psi}\frac{\partial^2 H}{\partial\mu_\varphi\,\partial\mu_\psi}\delta\mu_\varphi\,\delta\mu_\psi>0,$$

pour toutes les valeurs de $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$, qui vérifient les égalités (3).

Cette inégalité est d'ailleurs assurée, à moins que l'on n'ait

$$\frac{\delta\mu_\alpha}{\mu_\alpha}=\frac{\delta\mu_\beta}{\mu_\beta}=\ldots=\frac{\delta\mu_\lambda}{\mu_\lambda}.$$

Mais ces égalités ne peuvent avoir lieu, car, jointes aux égalités (3), elles donneraient les égalités

$$\begin{aligned} A_1\mu_\alpha + B_1\mu_\beta + \ldots + L_1\mu_\lambda &= 0,\\ A_2\mu_\alpha + B_2\mu_\beta + \ldots + L_2\mu_\lambda &= 0,\\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots&\ldots,\\ A_n\mu_\alpha + B_n\mu_\beta + \ldots + L_n\mu_\lambda &= 0, \end{aligned}$$

qui sont incompatibles avec les égalités (1).

VI. D'après ce que nous avons vu au § IV, μ_α, μ_β, ..., μ_λ sont des fonctions bien déterminées des variables Π, T, M_1, M_2, ..., M_n. Nous allons voir que *ce sont des fonctions homogènes et du degré* 1 *de* M_1, M_2, ..., M_n.

Rappelons-nous, en effet, que ces quantités μ_α, μ_β, ..., μ_λ peuvent être caractérisées par ce fait qu'elles vérifient les égalités (1) et qu'elles rendent compatibles en $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$ les égalités (2) et (3).

Imaginons donc qu'on se soit donné un système de valeurs de M_1, M_2, ..., M_n et qu'on ait trouvé un système correspondant m_α, m_β, ..., m_λ des variables μ_α, μ_β, ..., μ_λ, tel que les conditions précédentes soient remplies.

Prenons maintenant une nouvelle composition apparente PM_1, PM_2, ..., PM_n; il est évident que les égalités (1) seront alors vérifiées en prenant

$$\mu_\alpha = P m_\alpha, \qquad \mu_\beta = P m_\beta, \qquad \ldots, \qquad \mu_\lambda = P m_\lambda;$$

d'ailleurs, par ce changement de valeurs de μ_α, μ_β, ... μ_λ, les égalités (2) et (3) demeurent compatibles en $\delta\mu_\alpha$, $\delta\mu_\beta$, ..., $\delta\mu_\lambda$, car ce changement ne modifie ni les valeurs des coefficients A_i, B_i, ..., L_i, qui ne dépendent pas des variables μ_α, μ_β, ..., μ_λ, ni les valeurs des quantités $\frac{\partial H}{\partial \mu_\alpha}$, $\frac{\partial H}{\partial \mu_\beta}$, ..., $\frac{\partial H}{\partial \mu_\lambda}$, que nous savons être des fonctions homogènes et du degré 0 de ces mêmes variables.

VII. Les diverses propositions générales que nous venons de démontrer touchant l'état d'équilibre chimique d'un mélange homogène vont nous permettre d'établir les théorèmes énoncés au § II.

La composition vraie qui assure l'équilibre chimique d'un mélange de composition apparente $M_1, M_2, \ldots, M_n$, soumis à la pression Π et porté à la température T, est définie par les égalités

$$(14)\quad \begin{cases} \mu_\alpha = \mu_\alpha(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T), \\ \mu_\beta = \mu_\beta(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T). \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \mu_\lambda = \mu_\lambda(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T). \end{cases}$$

Le mélange admet, en toutes circonstances, un potentiel thermodynamique sous la pression constante Π : $H(\mu_\alpha, \mu_\beta, \mu_\lambda, \ldots, \Pi, T)$. *Si l'on suppose l'équilibre chimique à chaque instant établi dans le système,* cette fonction deviendra

$$(15)\quad \begin{cases} H[\mu_\alpha(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T). \\ \quad \mu_\beta(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T) \\ \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \quad \mu_\lambda(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T), \Pi, T] \\ = \mathfrak{H}(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T). \end{cases}$$

D'ailleurs, la fonction $H(\mu_\alpha, \mu_\beta, \mu_\lambda, \ldots, \Pi, T)$ est, nous le savons, homogène et de degré 1 en $\mu_\alpha, \mu_\beta, \ldots, \mu_\lambda$; d'après ce que nous avons vu au paragraphe précédent, les fonctions $\mu_\alpha, \mu_\beta, \ldots, \mu_\lambda$, qui figurent dans les égalités (14), sont homogènes et du degré 1 en $M_1, M_2, \ldots, M_n$; la fonction $\mathfrak{H}(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T)$ est donc homogène et du degré 1 en $M_1, M_2, \ldots, M_n$.

Ainsi, *si l'on suppose l'équilibre chimique constamment établi dans le mélange, celui-ci admet un potentiel thermodynamique sous pression constante* $\mathfrak{H}(M_1, M_2, \ldots, M_n, \Pi, T)$ *qui est fonction homogène et du degré* 1 *des variables* $M_1, M_2, \ldots, M_n$.

C'est le premier des deux théorèmes que nous voulions démontrer.

VIII. Il s'agit maintenant de prouver que *la quantité*

$$(16)\quad J = \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial M_1^2} X_1^2 + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial M_2^2} X_2^2 + \ldots + \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial M_n^2} X_n^2 + 2 \sum_{ij} \frac{\partial^2 \mathfrak{H}}{\partial M_i \partial M_j} X_i X_j$$

n'est négative pour aucun système de valeurs de $X_1, X_2, \ldots$.

X_n, *et qu'elle est nulle seulement dans le cas où*

$$(17) \qquad \frac{X_1}{M_1} = \frac{X_2}{M_2} = \ldots = \frac{X_n}{M_n}.$$

L'égalité (15) nous donne

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial^2 \mathfrak{F}}{\partial M_i \, \partial M_j} = {} & \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\alpha^2} \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_i} \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_j} + \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\beta^2} \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_i} \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_j} + \ldots + \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\lambda^2} \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_i} \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_j} \\ & + \sum_{\varphi\psi} \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\varphi \, \partial \mu_\psi} \left(\frac{\partial \mu_\varphi}{\partial M_i} \frac{\partial \mu_\psi}{\partial M_j} + \frac{\partial \mu_\psi}{\partial M_i} \frac{\partial \mu_\varphi}{\partial M_j} \right) \\ & + \frac{\partial H}{\partial \mu_\alpha} \frac{\partial^2 \mu_\alpha}{\partial M_i \, \partial M_j} + \frac{\partial H}{\partial \mu_\beta} \frac{\partial^2 \mu_\beta}{\partial M_i \, \partial M_j} + \ldots + \frac{\partial H}{\partial \mu_\lambda} \frac{\partial^2 \mu_\lambda}{\partial M_i \, \partial M_j}. \end{aligned} \right.$$

Posons

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} \xi_\alpha &= \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_1} X_1 + \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_2} X_2 + \ldots + \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_n} X_n, \\ \xi_\beta &= \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_1} X_1 + \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_2} X_2 + \ldots + \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_n} X_n, \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ \xi_\lambda &= \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_1} X_1 + \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_2} X_2 + \ldots + \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_n} X_n, \end{aligned} \right.$$

et les égalités (16) et (18) nous permettront d'écrire

$$(20) \quad \left\{ \begin{aligned} J = {} & \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\alpha^2} \xi_\alpha^2 + \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\beta^2} \xi_\beta^2 + \ldots + \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\lambda^2} \xi_\lambda^2 + 2 \sum_{\varphi\psi} \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\varphi \, \partial \mu_\psi} \xi_\varphi \xi_\psi \\ & + \sum_{i=1}^{i=n} \left(\frac{\partial H}{\partial \mu_\alpha} \frac{\partial^2 \mu_\alpha}{\partial M_i^2} + \frac{\partial H}{\partial \mu_\beta} \frac{\partial^2 \mu_\beta}{\partial M_i^2} + \ldots + \frac{\partial H}{\partial \mu_\lambda} \frac{\partial^2 \mu_\lambda}{\partial M_i^2} \right) \\ & + 2 \sum_{ij} \left(\frac{\partial H}{\partial \mu_\alpha} \frac{\partial^2 \mu_\alpha}{\partial M_i \, \partial M_j} + \frac{\partial H}{\partial \mu_\beta} \frac{\partial^2 \mu_\beta}{\partial M_i \, \partial M_j} + \ldots + \frac{\partial H}{\partial \mu_\lambda} \frac{\partial^2 \mu_\lambda}{\partial M_i \, \partial M_j} \right). \end{aligned} \right.$$

Mais, en vertu des égalités (4), qui sont vérifiées puisque l'on suppose l'équilibre chimique établi, cette égalité (20) peut s'écrire

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} J = {} & \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\alpha^2} \xi_\alpha^2 + \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\beta^2} \xi_\beta^2 + \ldots + \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\lambda^2} \xi_\lambda^2 + 2 \sum_{\varphi\psi} \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\varphi \, \partial \mu_\psi} \xi_\varphi \xi_\psi \\ & - \sum_{p=1}^{p=n} \sum_{i=1}^{i=n} K_{,} \left(A_p \frac{\partial^2 \mu_\alpha}{\partial M_i^2} + B_p \frac{\partial^2 \mu_\beta}{\partial M_i^2} + \ldots + L_q \frac{\partial^2 \mu_\lambda}{\partial M_i^2} \right) \\ & - 2 \sum_{p=1}^{p=n} \sum_{i} K_p \left(A_p \frac{\partial^2 \mu_\alpha}{\partial M_i \, \partial M_j} + B_p \frac{\partial^2 \mu_\beta}{\partial M_i \, \partial M_j} + \ldots + L_p \frac{\partial^2 \mu_\lambda}{\partial M_i \, \partial M_j} \right). \end{aligned} \right.$$

Les égalités (1) donnent, pour toutes les valeurs de p, i et j, comprises de 1 à n,

$$A_p \frac{\partial^2 \mu_\alpha}{\partial M_i^2} + B_p \frac{\partial^2 \mu_\beta}{\partial M_i^2} + \ldots + L_p \frac{\partial^2 \mu_\lambda}{\partial M_i^2} = 0,$$

$$A_p \frac{\partial^2 \mu_\alpha}{\partial M_i \partial M_j} + B_p \frac{\partial^2 \mu_\beta}{\partial M_i \partial M_j} + \ldots + L_p \frac{\partial^2 \mu_\lambda}{\partial M_i \partial M_j} = 0.$$

L'égalité (21) se réduit donc à

$$J = \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\alpha^2} \xi_\alpha^2 + \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\beta^2} \xi_\beta^2 + \ldots + \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\lambda^2} \xi_\lambda^2 + 2 \sum_{\varphi\psi} \frac{\partial^2 H}{\partial \mu_\varphi \partial \mu_\psi} \xi_\varphi \xi_\psi.$$

Il résulte alors de ce que nous savons que la quantité J n'est jamais négative; de plus, pour qu'elle soit nulle, il faut et il suffit que l'on ait

$$\frac{\xi_\alpha}{\mu_\alpha} = \frac{\xi_\beta}{\mu_\beta} = \ldots = \frac{\xi_\lambda}{\mu_\lambda} = \rho.$$

En vertu des égalités (19), ces égalités deviennent

$$(22) \quad \left\{ \begin{array}{l} X_1 \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_1} + X_2 \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_2} + \ldots + X_n \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_n} = \rho \mu_\alpha, \\ X_1 \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_1} + X_2 \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_2} + \ldots + X_n \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_n} = \rho \mu_\beta, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots, \\ X_1 \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_1} + X_2 \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_2} + \ldots + X_n \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_n} = \rho \mu_\lambda. \end{array} \right.$$

Multiplions la première des équations (22) par A_1, la seconde par B_1, ..., la dernière par L_1; ajoutons membre à membre les résultats obtenus, observons que les égalités (1) nous donnent

$$A_1 \mu_\alpha + B_1 \mu_\beta + \ldots + L_1 \mu_\lambda = M_1,$$

$$A_1 \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_1} + B_1 \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_1} + \ldots + L_1 \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_1} = 1,$$

$$A_1 \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_2} + B_1 \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_2} + \ldots + L_1 \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_2} = 0,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

$$A_1 \frac{\partial \mu_\alpha}{\partial M_n} + B_1 \frac{\partial \mu_\beta}{\partial M_n} + \ldots + L_1 \frac{\partial \mu_\lambda}{\partial M_n} = 0,$$

et nous trouverons la première des égalités

$$X_1 = \rho M_1, \quad X_2 = \rho M_2, \quad \ldots, \quad X_n = \rho M_n.$$

Les autres s'établissent d'une manière analogue.

Ces égalités n'étant autre chose que les égalités (17), la proposition énoncée est établie.

IX. Ainsi, toute formule, toute proposition relative à un système qui renferme un mélange ou une dissolution, et conséquence des seuls principes de la Thermodynamique, est indépendante des hypothèses que l'on peut faire sur l'état chimique des corps qui forment ce mélange ou cette dissolution; elle ne dépend que de la composition *apparente* de ce mélange ou de cette dissolution; elle ne saurait, par conséquent, nous fournir aucun moyen de recherche lorsque nous nous proposons de connaître l'état des corps en dissolution.

La Thermodynamique ne peut nous fournir de formules dépendant de l'état chimique des corps mélangés, capables, par conséquent, de nous renseigner sur cet état, que si on lui adjoint d'autres hypothèses indépendantes de ses principes.

C'est ainsi que M. J.-W. Gibbs, en adjoignant aux principes de la Thermodynamique une proposition, distincte de ces principes, et qui définit le sens exact de ces mots : *gaz parfaits qui se mélangent sans combinaison,* est parvenu à donner des formules qui dépendent des actions chimiques produites au sein d'un mélange de gaz parfaits; ces formules peuvent alors servir de moyen de contrôle lorsqu'il s'agit d'étudier une question relative à l'état chimique d'un mélange de gaz parfaits; elles peuvent, par exemple, servir à confirmer l'hypothèse qu'une vapeur à densité variable est un gaz peu éloigné de l'état parfait, mais dissocié.

On a souvent reproché à la théorie de M. J.-W. Gibbs de s'appuyer non seulement sur les principes de la Thermodynamique, mais encore sur une proposition distincte de ces principes; ce reproche, on le voit, n'est nullement logique; ce que nous venons de dire montre, en effet, qu'*aucune* théorie de la dissociation dans un mélange gazeux ne saurait être fondée exclusivement sur les principes de la Thermodynamique.

Lorsqu'on étudie les dissolutions très diluées, on peut obtenir des renseignements sur l'état chimique des corps qui les constituent en adjoignant aux principes de la Thermodynamique l'hypothèse que tout corps dissous qui *existe réellement dans la dis-*

solution appartient à la série normale de Van t'Hoff. Mais, comme cette hypothèse est révoquée en doute par certains physiciens, les renseignements que l'on en déduira ne seront pas unanimement acceptés.

Ces diverses remarques ont, d'ailleurs, une source logique qui, lorsqu'on y réfléchit bien, dispense des démonstrations données aux § VII et VIII. Lorsque l'on cherche, au début de la Thermodynamique ([1]), à définir le *mélange* et la *combinaison,* on trouve sans peine une définition qui distingue le mélange et la combinaison d'avec le système formé par les composants séparés, mais on ne trouve pas de définition qui distingue le mélange de la combinaison; en sorte que le mélange et la combinaison ne sont pas choses différentes pour les principes fondamentaux de la Thermodynamique, tant qu'aucune loi étrangère à cette science n'est venue préciser le sens qu'il convient d'attacher à chacun de ces mots.

La *loi des proportions définies* permet de préciser le sens qu'il convient d'attribuer aux mots : *une combinaison à l'état de pureté;* elle permet donc de traiter les problèmes où ne figurent que des combinaisons prises à l'état de pureté et leurs éléments pris également à l'état de pureté, ces divers corps étant incapables de se mélanger les uns aux autres; de pareils systèmes sont ceux que nous avons nommés *parfaitement hétérogènes.* Comme personne ne révoque en doute la loi des proportions définies, la théorie des systèmes parfaitement hétérogènes aura le même degré de certitude que les principes mêmes de la Thermodynamique.

Toutes les fois que nous avons affaire à des systèmes qui ne sont pas parfaitement hétérogènes, il nous faut faire appel à une loi capable de distinguer le simple mélange de la combinaison.

Dans le cas où le corps mixte étudié est formé de gaz parfaits, M. J.-W. Gibbs a proposé une définition capable de distinguer sans ambiguïté ces deux mots : *mélange, combinaison.* Dès lors. la théorie des transformations chimiques dans les systèmes qui

([1]) P. Duhem, *Commentaire aux principes de la Thermodynamique.* Première Partie : *Le principe de la conservation de l'énergie* (*Journal de Mathématiques pures et appliquees,* 4e série, t. VIII, p. 271; 1892).

ne renferment pas d'autres mélanges qu'un mélange de gaz parfaits est possible; pour ceux qui ne révoquent pas en doute la définition donnée par M. J.-W. Gibbs, elle offre le même degré de certitude que les principes mêmes de la Thermodynamique.

Dans tous les autres cas où nous avons à étudier des mélanges, nous manquons de lois capables de distinguer les deux mots *mélange* et *combinaison* aussi nettement que dans le cas des gaz parfaits.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY;

Tome LI (suite); 1892.

J. AITKEN. — Quelques phénomènes relatifs à la condensation des nuages, p. 408.

L'auteur a étudié les changements marqués qui se produisent dans l'apparence d'un jet de vapeur sous l'influence :

1° De l'électricité;
2° De l'augmentation des grains de poussières contenus dans l'air;
3° Du refroidissement de l'air;
4° De l'augmentation de pression de la vapeur;
5° De l'obstruction à l'orifice du jet et de la rugosité ou de l'irrégularité des tuyaux.

Il a examiné également certains phénomènes de colorations produits lorsque la condensation de la vapeur d'eau a lieu dans les conditions indiquées plus haut; ses expériences le conduisent à une explication de la couleur franchement verte présentée parfois par le Soleil.

M. Aitken a construit un appareil auquel il a donné le nom de *Koniscope,* destiné à compter le nombre de grains de poussières contenus, par exemple, dans une chambre.

E. MATTHEY. — **Liquation des métaux du groupe du platine, p. 447.**

Continuant ses recherches sur la liquation des métaux (¹), l'auteur a étudié quels étaient les effets du refroidissement sur des masses considérables des alliages suivants : or-platine; or-palladium; platine-palladium; platine-rhodium; or-aluminium.

Le résultat général auquel il est arrivé, c'est que, dans le refroidissement d'une masse fluide de deux métaux, il se solidifie d'abord un alliage riche en métal le plus fusible, le métal le moins fusible étant repoussé vers le centre.

W. HUGGINS et Mme HUGGINS. — **Sur l'étoile nouvelle d'Auriga, p. 486.**

Les auteurs ajoutent de nouveaux détails à leur Note préliminaire (²). Quelques-unes des raies de l'étoile Nova Aurigæ ont été vues triples; ce phénomène serait dû, d'après eux, au renversement des raies.

Ils croient également que l'apparence de la nouvelle étoile est due plutôt à l'échappement d'un gaz surchauffé hors d'une enveloppe moins chaude qu'à la collision de deux ou plusieurs corps dans l'espace.

S. BIDWELL. — **Sur les variations de longueur produites par l'aimantation dans le fer et autres fils parcourus par des courants, p. 495.**

M. Bidwell s'est proposé de rechercher comment varie la longueur d'un fil de fer, transmettant un courant, lorsqu'on le soumet à des forces magnétiques longitudinales.

Les appareils et les méthodes de mesures employés sont ceux qui ont été décrits dans de précédents Mémoires.

Les résultats généraux de ces expériences sont les suivants : Dans un fil de fer que traverse un courant, l'allongement magnétique maximum est plus grand et le raccourcissement dans les

---

(¹) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. XLVII, p. 180; *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 242.

(²) *Proceed. of the Roy. Soc.*, t. L, p. 465.

champs magnétiques intenses plus faible que lorsqu'il ne passe pas de courant. L'effet du courant est inverse de celui que produirait une tension.

Les raccourcissements magnétiques du nickel et du cobalt ne sont pas sensiblement affectés par le passage du courant (une tension modifie considérablement le raccourcissement magnétique du nickel, mais non celui du cobalt).

TH. GRAY. — Mesure des propriétés magnétiques du fer, p. 503.

L'auteur a recherché le temps que met un courant à se développer dans un circuit qui possède une inertie électromagnétique considérable.

Les résultats auxquels il est arrivé montrent que, entre des limites très étendues, le temps nécessaire pour que le courant devienne uniforme est sensiblement en raison inverse de la force électromotrice en action et que, pour des forces électromotrices faibles, ce temps peut devenir très grand. Avec une force électromotrice de 2 volts par exemple, si le courant est envoyé dans une direction telle qu'il doive renverser le sens de l'aimantation laissée dans l'aimant par un courant antérieur de même intensité, le temps nécessaire pour que le courant s'établisse est de trois minutes.

D'autres expériences montrent que la dissipation d'énergie due à la retentivité (hystérésis magnétique) est simplement proportionnelle à l'induction totale produite quand les mesures sont faites par les méthodes cinétiques. RENÉ PAILLOT.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

T. XLV, XLVI, XLVII; 1892.

Électricité statique. — Conductibilité. — Électrolyse.

G. ADLER. — Sur la capacité des condensateurs, t. XLVI, p. 500-502.

Si les deux armatures d'un condensateur fermé sont des sur-

faces équipotentielles d'un même système et si C_1 et C_2 sont les capacités des armatures intérieure et extérieure considérées isolément, la capacité C de ce condensateur est donnée par la relation

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}.$$

A la démonstration donnée par l'auteur, nous substituerons la suivante qui est pour ainsi dire intuitive.

Soit M la somme des masses électrisées qui, placées en des points convenables *à l'intérieur* des surfaces équipotentielles S_1, S_2 considérées, produiraient sur la première un potentiel V_1 et sur la seconde un potentiel correspondant V_2, on a par des théorèmes connus

$$M = C_1 V_1 = C_2 V_2. \tag{1}$$

Soit C la capacité du condensateur formé par S_1 et S_2 que nous supposerons portées précisément aux potentiels V_1 et V_2. Le potentiel produit en un point de S_2 par les charges CV_1 de S_1 et $-CV_2$ de S_2 est, d'après (1),

$$\frac{C}{C_1} V_2 - \frac{C}{C_2} V_2,$$

qui doit être égal à V_2; on en tire

$$\frac{C}{C_1} - \frac{C}{C_2} = 1$$

ou

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} - \frac{1}{C_2}; \tag{2}$$

c'est la relation proposée. Cette relation suppose que toutes les masses électriques qui produisent le système des surfaces équipotentielles sont intérieures *à la fois* à S_1 et à S_2. Cette condition nécessaire n'est pas exprimée clairement (1) dans l'énoncé de M. Adler.

---

(1) *Besteht ein Condensator aus zwei geschlossenen Conductoren die einander als Niveauflächen zugehören,* etc.

E. RIECKE et W. VOIGT. — **Constantes piézo-électriques du quartz et de la tourmaline**, t. XLV, p. 523-552.

M. W. Voigt (1) a publié une théorie des phénomènes pyro-électriques et piézo-électriques fondée sur l'hypothèse que les deux phénomènes ont une cause commune, à savoir les déformations produites dans les cristaux, soit par la chaleur, soit par les actions mécaniques. M. Voigt admet de plus que les trois moments électriques principaux a, b, c sont des fonctions linéaires des six déformations principales qu'il désigne par x_x, y_y, z_z, y_z, z_x et x_y

$$a = \varepsilon_{11} x_x + \varepsilon_{12} y_y + \varepsilon_{13} z_z + \varepsilon_{14} y_z + \varepsilon_{15} z_x + \varepsilon_{16} x_y,$$
$$b = \varepsilon_{21} x_x + \varepsilon_{22} y_y + \varepsilon_{23} z_z + \varepsilon_{24} y_z + \varepsilon_{25} z_x + \varepsilon_{26} x_y,$$
$$c = \varepsilon_{31} x_x + \varepsilon_{32} y_y + \varepsilon_{33} z_z + \varepsilon_{34} y_z + \varepsilon_{35} z_x + \varepsilon_{36} x_y.$$

Les dix-huit *constantes piézo-électriques* ε_{11}, etc., peuvent se réduire à un petit nombre de constantes distinctes, suivant le degré et le mode de symétrie du cristal piézo-électrique considéré.

On a de même, en fonction des composantes de la pression X_x, Y_y, etc., des formules linéaires

$$a = \delta_{11} X_x + \delta_{12} Y_y + \delta_{13} Z_z + \delta_{14} Y_z + \delta_{15} Z_x + \delta_{16} X_y,$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$

contenant dix-huit *modules piézo-électriques* qui sont des fonctions des constantes piézo-électriques précédemment définies.

Dans le cas du quartz, il n'y a que deux constantes piézo-électriques distinctes ε_{11} et ε_{14}, auxquelles correspondent deux modules distincts δ_{11} et δ_{14}. Pour la tourmaline, il y a quatre constantes piézo-électriques et, par conséquent, aussi quatre modules : ε_{22}, ε_{15}, ε_{31}, ε_{33}; δ_{22}, δ_{15}, δ_{31} et δ_{33}.

MM. Riecke et Voigt déterminent les modules δ à l'aide de prismes rectangulaires convenablement orientés par rapport aux axes cristallographiques, et pour lesquels ils déterminent les moments électriques produits par des actions mécaniques déterminées.

(1) Voigt, *Allgemeine Theorie der piezo-und pyro-electrischen Erscheinungen an Krystallen*. Göttingen, 1890.

Ils ont trouvé

Quartz.

$$\delta_{11} = 6,45.10^{-8}, \qquad \delta_{14} = -1,45.10^{-8}.$$

Tourmaline.

$$\delta_{15} = -11,02.10^{-8}, \qquad \delta_{22} = 0,67.10^{-8},$$
$$\delta_{31} = -0,88.10^{-8}, \qquad \delta_{33} = -5,71.10^{-8}.$$

MM. Curie (¹) ont trouvé pour le quartz

$$\delta_{11} = 6,3.10^{-8},$$

pour la tourmaline

$$\delta_{33} = -5,3.10^{-8},$$

et n'ont pas mesuré en valeur absolue les autres modules.

Des valeurs de δ et de l'étude antérieure qu'il a faite des propriétés élastiques des cristaux, M. Voigt déduit les valeurs suivantes des constantes piézo-électriques ε :

Quartz.

$$\varepsilon_{11} = +4,67.10^{4}, \qquad \varepsilon_{14} = +1,73.10^{4}.$$

Tourmaline.

$$\varepsilon_{22} = +0,49.10^{4}, \quad \varepsilon_{33} = -9,35.10^{4}, \quad \varepsilon_{15} = -7,28.10^{4}, \quad \varepsilon_{31} = -3,03.10^{4}.$$

Les coefficients de dilatation principaux de la tourmaline ont été mesurés par Pfaff (²) et permettent de calculer le moment pyro-électrique c en fonction de ε_{31} et ε_{33}. En désignant l'échauffement par θ, on trouve ainsi

$$c = 1,34\theta.$$

D'autre part, l'expérience directe a fourni en moyenne

$$c = 1,23\theta;$$

on peut dire que l'accord est satisfaisant. Les auteurs en concluent à l'exactitude de l'hypothèse fondamentale de M. Voigt.

(¹) Voir *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. I, p. 387, et t. VIII, p. 149. MM. Curie appellent *constante piézo-électrique* ce que MM. Riecke et Voigt appellent *module*.

(²) Pfaff, *Pogg. Ann.*, 1861.

Ph. LENARD. — Sur l'électricité des chutes d'eau, t. XLVI, p. 584-636.

J. ELSTER et H. GEITEL. — Note sur l'électricité des chutes d'eau, t. XLVII, p. 496-497.

On sait depuis longtemps que les cascades communiquent une charge électrique négative à l'air environnant. D'observations qu'il a eu l'occasion de faire dans les Alpes et de nombreuses expériences de laboratoire, M. Lenard tire les conclusions suivantes :

Des gouttes d'eau qui tombent sur la surface de l'eau ou sur un corps mouillé dégagent de l'électricité : l'eau se charge positivement et l'air environnant s'écarte du lieu de la chute chargé d'électricité négative. Un jet d'eau qui se résout en gouttelettes peut ainsi, à l'intérieur d'une chambre close, provoquer des différences de potentiel assez fortes pour qu'il y ait production d'étincelles.

Les moindres impuretés de l'eau affaiblissent beaucoup le phénomène; d'autres liquides que l'eau se montrent actifs à divers degrés et prennent soit de l'électricité positive, soit de l'électricité négative; la nature des gaz a aussi une influence.

Le simple écoulement de l'eau dans l'air, le frottement de l'eau contre la pierre, la variation de potentiel de l'atmosphère libre n'exercent pas d'influence sensible. Ce dernier point est confirmé par MM. Elster et Geitel qui ont observé plusieurs cascades souterraines produisant une électrisation négative de l'air tout comme les cascades aériennes.

M. Lenard pense qu'il faut considérer l'ensemble de ces phénomènes comme résultant *de la différence de potentiel au contact* de l'air et de l'eau ou, plus généralement, d'un gaz et d'un liquide quelconques.

W. NEGBAUR. — Sur les différences de potentiel de piles à électrolytes solides, t. XLVII, p. 27-45.

Mesures de forces électromotrices de piles, réversibles ou non, dont les électrolytes sont des combinaisons halogènes solides.

Le Tableau suivant, relatif aux éléments réversibles étudiés, donne : 1° les forces électromotrices observées; 2° celles que l'on calculerait dans l'hypothèse de Thomson, à savoir que la tota-

lité de l'énergie chimique est transformée en énergie électrique :

		Observé.	Calculé.
a.	Ag | AgCl | $PbCl^2$ | Pb...	+0,517	+0,514
	Ag | AgBr | $PbBr^2$ | Pb...	+0,418	+0,410
	Ag | AgI | PbI^2 | Pb...	+0,214	+0,262
b.	Hg | $HgCl^2$ | AgCl | Ag...	+0,075	−0,095
	Hg | $HgBr^2$ | AgBr | Ag...	+0,085	−0,110
	Hg | HgI^2 | AgI | Ag...	+0,170	−0,144
c.	Hg | Hg^2Cl^2 | AgCl | Ag...	+0,02	−0,512
	Hg | Hg^2Br^2 | AgBr | Ag...	+0,08	−0,492
	Hg | Hg^2I^2 | AgI | Ag...	+0,111	−0,448
d.	Hg | $HgCl^2$ | $PbCl^2$ | Pb...	+0,510	+0,422
	Hg | $HgBr^2$ | $PbBr^2$ | Pb...	+0,526	+0,298
	Hg | HgI^2 | PbI^2 | Pb...	+0,317	+0,118
e.	Hg | Hg^2Cl^2 | $PbCl^2$ | Pb...	+0,01	+0,0047
	Hg | Hg^2Br^2 | $PbBr^2$ | Pb...	+0,305	−0,082
	Hg | Hg^2I^2 | PbI^2 | Pb...	+0,600	−0,186

Sauf pour les piles *a*, le désaccord est complet. D'après la théorie de Helmholtz, les piles *b*, *c*, *d*, *e* devraient donc avoir une force électromotrice variable avec la température, ce que M. Negbaur n'a pu constater.

L'introduction dans une pile réversible d'un électrolyte intermédiaire peut modifier très sensiblement la force électromotrice : ainsi l'on a

	volt
Ag | AgBr | $PbBr^2$ | Pb	0,418
Ag | AgBr | $HgBr^2$ | $PbBr^2$ | Pb	0,518
Ag | AgI | PbI^2 | Pb	0,214
Ag | AgI | HgI^2 | PbI^2 | Pb.......	0,378

Par suite, les électrolytes solides n'obéissent pas à la loi de Volta.

Au contraire, il semble que les divers métaux mis en contact avec un même sel solide se rangent à peu près dans le même ordre qu'avec les sels liquides et obéissent à la loi de Volta. Ainsi M. Negbaur a trouvé

	volt
Pt | PbI^2 | Ag.......	0,418
Ag | PbI^2 | Pb... ...	0,165
Pb | PbI^2 | Zn.......	0,202

d'où l'on déduirait

Pt | PbI^2 | Zn... ... 0,785

L'expérience directe a donné $0^{volt},735$.

U. SAXÉN. — **Sur la réciprocité de l'endosmose électrique et des courants produits par l'écoulement, t. XLVII, p. 46-68.**

M. Helmholtz (¹) a été conduit par des considérations théoriques à représenter la quantité U d'un liquide incompressible qu'un courant transporte à travers un tube capillaire cylindrique par la formule

$$U = \frac{\sigma I}{4\pi k^2}(\varphi_i - \varphi_a), \tag{1}$$

dans laquelle σ est la résistance spécifique du liquide, k^2 son coefficient de frottement interne, I l'intensité du courant, φ_i le potentiel au milieu du tube et φ_a le potentiel du liquide au contact des parois.

En ce qui concerne les lois des courants produits par l'écoulement, M. Helmholtz arrive de même à l'équation

$$V = \frac{\sigma P}{4\pi k^2}(\varphi_i - \varphi_a), \tag{2}$$

où P est la pression hydrostatique employée, V la différence de potentiel aux deux extrémités du tube. Si donc on suppose que les deux sortes d'expériences sont réalisées à l'aide du même appareil, on tire de (1) et de (2)

$$\frac{U}{I} = \frac{V}{P}; \tag{3}$$

c'est cette relation que M. Saxén s'est proposé de vérifier.

Les expériences ont été réalisées en remplaçant le tube capillaire unique de la théorie de Helmholtz par une plaque d'argile de 39^{mm} de diamètre et d'épaisseur voisine de $3^{mm},3$. Voici les résultats en unités C.G.S. Ils confirment pleinement la réciprocité des deux phénomènes liés par la théorie de Helmholtz.

(¹) HELMHOLTZ, *Wied. Ann.*, t. VII, p. 337, 1879; voir *Journal de Physique*, 1re série, t. VIII, p. 376.

Liquides (pour 100).		Températures.	$\frac{U}{I}$.	$\frac{V}{P}$.
Sulfate de zinc	$\frac{1}{2}$	15°	0,3597	0,3515
	$\frac{3}{4}$	21	0,3817	0,3790
	1	20	0,3461	0,3438
Sulfate de cuivre	1	16	0,3850	0,3852
	2	15	0,2329	0,2371
Sulfate de cadmium	$\frac{1}{2}$	15 à 16 $\frac{1}{2}$	0,5823	0,5880
	1	10 $\frac{1}{2}$ à 13	0,1157	0,1153

K. WESENDONCK. — Sur la production d'électricité par le frottement des gaz sur les métaux, t. XLVII, p. 529-566.

M. Wesendonck, faisant usage de gaz comprimés industriellement (air, oxygène, acide carbonique), conclut de ses expériences, parfaitement d'accord avec celles de Faraday, que les gaz *secs et exempts de poussière ou de tout précipité liquide* ne produisent pas par leur frottement, sur les métaux, de quantités d'électricité appréciables.

O. WERNER. — Mesures de constantes diélectriques au moyen de l'inducteur différentiel, t. XLVII, p. 613-625.

Expériences réalisées par deux méthodes de M. Elsas (1).

	Première méthode.	Deuxième méthode.
Paraffine	2,254	»
Gomme élastique	3,030	»
Verre à glaces	7,082	»
	7,780	»
Pétrole	2,015	2,012
Essence de pétrole	1,779	1,777
Essence de térébenthine	2,286	2,255
Xylène	2,256	2,228
Toluène	2,304	2,277
Huile de ricin	»	4,361

Ces méthodes ne sont pas applicables aux corps plus conducteurs tels que l'alcool. M. Werner n'a pu reproduire des mesures

(1) ELSAS, *Wied. Ann.*, t. XLII, p. 173, et t. XLIV, p. 654. Voir *Journal de Physique*, 3e série, t. I, p. 251.

obtenues par M. Winkelmann ([1]) pour cette dernière substance à l'aide d'une méthode dont celles de M. Elsas ne sont cependant que des variantes.

D. KREICHGAUER et W. JAEGER. — Sur le coefficient de température de la résistance électrique du mercure et sur les résistances du mercure du Reichanstalt, t. XLVII, p. 513-528.

Les résultats de ces mesures sont pour ainsi dire identiques à ceux qu'a obtenus M. Guillaume ([2]) par des méthodes analogues. Les formules empiriques permettant de calculer la résistance vraie du mercure à t°, au moyen de la résistance à 0° sont

Kreichgauer et Jaeger... $R_t = R_0[1 + 0,0008827\,t + 0,00000126\,t^2]$.
Guillaume.............. $R_t = R_0[1 + 0,0008881\,t + 0,00000101\,t^2]$.

De 0° à 25°, les résultats fournis par les deux formules ne diffèrent pas de plus de trois cent-millièmes.

E. LOMMEL. — Manière de rendre visibles les lignes équipotentielles dans une plaque parcourue par un courant. Explication du phénomène de Hall, t. XLVII, p. 766.

On saupoudre de limaille une plaque parcourue par un courant; les grains dessinent des lignes normales aux lignes de flux, c'est-à-dire des courbes équipotentielles. Si l'on vient à placer la plaque dans un champ magnétique, les courbes de limaille se déplacent, ce qui donne tout au moins une représentation graphique (sinon, comme le veut M. Lommel, l'explication la plus simple) du phénomène de Hall.

MILTHALER. — Sur l'emploi de la manganine pour la construction de bobines de résistance, t. XLVI, p. 297-305.

La manganine est un alliage de 83 de cuivre, 4 de nickel et 13 de manganèse, dont la résistance spécifique est très élevée.

([1]) WINKELMANN, *Wied. Ann.*, t. XXXVII, t. 161. Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 253.

([2]) GUILLAUME, *Rapport sur l'étude des étalons mercuriels de résistance électrique* (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXV, p. 414; 1892. *Journal de Physique*, 3e série, t. II, p. 485).

Pour obtenir de bons résultats, les bobines doivent être chauffées quelques heures par jour pendant un mois vers 110°, puis soigneusement paraffinées.

A. OBERBECK. — Manière dont se comporte l'argent allotropique par rapport aux courants électriques, t. XLVI, p. 265-280; t. XLVII, p. 353-379.

Après avoir accidentellement observé que la résistance d'une couche d'argent déposée sur verre diminue rapidement avec le temps, M. Oberbeck a soumis à une étude systématique la variation de résistance qu'éprouvent, sous diverses influences, des couches d'argent précipitées des dissolutions suivantes :

1° Mélange de sel de Seignette, de sulfate de fer et de nitrate d'argent.

2° Mélange de citrate de soude, de sulfate de fer et de nitrate d'argent.

3° Mélange de dissolution de soude et de dextrine additionnée peu à peu de petites quantités d'argent.

4° Mélange de soude, de tannin et de nitrate d'argent.

Les deux premières variétés d'argent sont conductrices; les deux dernières ne le sont pas, mais le deviennent, soit par une élévation de température au-dessus de 80°, soit par l'action de l'acide sulfurique ou de diverses dissolutions salines; les mêmes actions accroissent aussi considérablement la conductibilité des deux premières variétés d'argent.

Toutes ces variétés sont très sensibles à l'action de l'air humide : leur conductibilité apparente décroît rapidement sous l'influence d'un courant d'air humide et revient lentement, sous l'influence d'un courant d'air sec à une valeur plus ou moins voisine de sa valeur initiale.

M. Oberbeck rapproche ses observations sur la conductibilité des couches d'argent précipitées de celles de M. Carey-Lea [1] sur leurs propriétés chimiques. Les causes qui agissent de la manière la plus efficace pour faire varier la conductibilité sont aussi celles,

---

[1] CAREY-LEA, *American Journal*, t. XXXVII, p. 476; t. XXXVIII, p. 47, 237; 1889. *Phil. Mag.*, 5e série, t. XXXI, p. 238, 321, 497; t. XXXII, p. 337.

qui, d'après M. Carey-Lea, favorisent le plus les transformations des diverses variétés d'argent allotropique.

W. NERNST et PAULI. — Nouvelles recherches sur l'activité électromotrice des ions, t. XLV, p. 353-359.

M. Nernst [1], M. Planck [2], ont cherché, dans l'hypothèse d'une dissociation complète des électrolytes dissous et en se fondant sur la connaissance de la vitesse des ions (Kohlrausch), quelle doit être la force électromotrice de contact de deux dissolutions et par suite la force électromotrice résultante de certaines piles.

Dans le Mémoire actuel M. Nernst calcule, par les formules de M. Planck, les forces électromotrices de contact de quatre liqueurs contenant respectivement 0,1 et 0,01 d'équivalent de chlorure de potassium ou d'acide chlorhydrique, et compare les valeurs théoriques qui en résultent pour la force électromotrice de diverses combinaisons de ces dissolutions avec les valeurs expérimentales.

Combinaison.	E (en volts) calculé.	E (en volts) observé.
0,1 KCl | 0,1 HCl | 0,01 HCl | 0,01 KCl | 0,1 KCl... −0,0282 +0,0387 +0,0282 +0,0011	0,0398	0,0362
0,1 KCl | 0,1 HCl | 0,01 KCl | 0,1 KCl........... −0,0282 +0,0551 +0,0011	0,0280	0,0281
0,1 KCl | 0,1 HCl | 0,01 HCl | 0,1 KCl.......... −0,0282 +0,0387 +0,0109	0,0214	0,0200
0,1 KCl | 0,01 HCl | 0,01 KCl | 0,1 KCl............. −0,0109 +0,0282 +0,0011	0,0184	0,0167

G. MEYER. — Sur la théorie de l'électromètre capillaire, t. XLV, p. 508-522.

M. Warburg [3] a prouvé qu'un électrolyte non privé d'air, en contact avec le mercure, contient toujours des traces d'un sel de mercure; il s'appuie sur cette observation pour comparer un électromètre capillaire polarisé à une pile de concentration.

---

(1) NERNST, *Zeitschrift für physik. Chemie*, t. II, p. 617; t. IV, 129; 1888-89.
(2) PLANCK, *Wied. Ann.*, t. XXXIX, 161, et t. XL, 561; 1890.
(3) WARBURG, *Wied. Ann.*, t. XXXVIII, p. 321, et t. XCI, p. 1; 1889-90. Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 102, et t. X, p. 545.

M. Meyer publie un grand nombre d'expériences, faites avec des électrolytes très variés, et qui toutes sont favorables à l'opinion de M. Warburg.

Quelques expériences encore inédites que j'ai réalisées sur la capacité initiale d'électrodes de mercure, au contact de l'eau acidulée non privée d'air, montrent que cette capacité croît avec le temps pendant lequel l'eau acidulée et le mercure sont demeurés en contact. On produit dès l'origine le même accroissement de la capacité initiale en ajoutant à la liqueur un sel de mercure. Il paraît donc bien établi que les sels de mercure doivent jouer un rôle dans la théorie complète de l'électromètre capillaire.

W. BEIN. — Contributions à la mesure expérimentale des nombres de transport (¹) dans les dissolutions salines, t. XLVI, p. 29-70.

Le Tableau suivant résume les résultats obtenus par l'auteur. Dans la troisième colonne H indique les nombres antérieurement publiés par Hittorf, W par Weiske (²), Wh par Wershoven (³) dans leurs recherches sur le transport des ions.

Nature du sel.	Température.	Nombres de transport.	Température.	Nombres de transport.
NaCl.....	20°	$n_{Cl} = 0,608$	95°	$n_{Cl} = 0,551$
	»	0,630 (H)		
	»	0,680 (W)		
KCl......	20	$n_{Cl} = 0,496$	74	$n_{Cl} = 0,500$
	»	0,506 (H)		
CaCl²....	20	$n_{Cl} = 0,602$	95	$n_{Cl} = 0,549$
	»	0,683 (H)		
	»	0,683 (W)		
BaCl²...	20	$n_{Cl} = 0,580$	80	$n_{Cl} = 0,572$
	»	0,620 (H)		
	»	0,540 (W)		
CdCl²....	20	$n_{Cl} = 0,570$	96	$n_{Cl} = 0,570$
	»	0,725 (H)		
	»	0,552 (Wh)		

(¹) *Ueberführungszahlen.*
(²) WEISKE, *Pogg. Ann.*, t. CIII, p. 446; 1858.
(³) WERSHOVEN, *Zeitschrisft für phys. Ch.*, t. V, p. 517-522; 1890.

Nature du sel.	Température.	Nombre de transport.	Température.	Nombre de transport.
CdI^2.....	20	$n_I = 0,640$	75	$n_I = 0,600$
	»	0,640 (H)		
	»	0,557 (Wh)		
$CuSO^4$...	15	$n_{Cu} = 0,362$	75	$n_{Cu} = 0,378$
	»	0,358 (H)		
$AgAzO^3$..	10	$n_{Ag} = 0,470$	90	$n_{Ag} = 0,490$
	»	0,474 (H)		

Il est à remarquer que, quand la température s'élève, les nombres de transport se rapprochent, en général, de 0,5 (NaCl, $BaCl^2$, CdI^2); ce fait est très naturel si l'on admet, soit la théorie des hydrates, soit la théorie des condensations moléculaires, car les molécules condensées ou complexes sont en général détruites par une élévation suffisante de la température, tandis qu'il n'y a aucune raison pour que la variation de n ait plutôt lieu dans ce sens que dans le sens opposé, si l'on se range à la théorie de Hittorf et de M. Arrhenius.

G. KUMMELL. — Sur la formation de précipités à la surface de séparation d'électrolytes, t. XLVI, p. 105-112.

Faraday (1) observa le premier que si, dans un tube en U contenant une dissolution saturée de sulfate de magnésie, on verse avec précaution de l'eau pure au-dessus de la dissolution, puis qu'on produise l'électrolyse à l'aide d'électrodes plongées dans l'eau et par l'emploi d'une force électromotrice suffisamment intense, il se produit à la surface de séparation du sulfate de magnésie et de l'eau, au-dessous du pôle négatif un précipité d'hydrate de magnésie. La même expérience réussit aussi en substituant au sulfate de magnésie du sulfate d'alumine, de zinc ou de cadmium.

MM. G. Wiedemann (2) et F. Kohlrausch (3) avaient proposé deux explications différentes, l'une fondée sur l'inégale vitesse de

(1) Faraday, *Exp. res.*, t. V, § 494; 1833.
(2) G. Wiedemann, *Electricität*, t. II, p. 599 et 602; 1883.
(3) F. Kohlrausch, *Wied. Ann.*, t. XXVI, p. 208; 1885.

transport des ions, l'autre sur la part prise par l'eau de la dissolution au transport de l'électricité.

M. Kümmell réduit à néant ces explications en prouvant que le précipité se produit d'abord exclusivement au pôle négatif, et que les apparences observées tiennent au transport consécutif de parcelles solides d'hydrate à travers le liquide isolant. On sait que des phénomènes de transport de cette espèce en sens inverse du courant ont, en effet, été découverts par Reuss ([1]) et étudiés depuis par Jürgensen ([2]) et par Quincke ([3]).

L'artifice employé par M. Kümmell a essentiellement consisté à séparer en deux par une mince couche de gélatine la couche d'eau superposée à la dissolution. Un courant maintenu pendant trois heures a produit d'abord un précipité à l'électrode négative elle-même; ce précipité a gagné peu à peu la surface de séparation de l'eau et de la gélatine où il s'est accumulé, mais n'a pu traverser la membrane de gélatine et *n'a pas apparu du tout* à la surface de séparation de l'eau et de la dissolution saline (*immobilisée* par addition de gélatine à la dissolution).

R. LOHNSTEIN. — Sur le passage de faibles courants à travers des cellules électrolytiques, t. XLVII, p. 290-326.

Si l'on fait passer à travers une cellule électrolytique dite *impolarisable* les courants très faibles produits par l'oscillation d'un aimant dans une bobine, la résistance du circuit, calculée d'après le décrément logarithmique des oscillations (c'est-à-dire en identifiant la cellule impolarisable à une résistance métallique), est, en général, supérieure à la résistance réelle mesurée par les méthodes ordinaires.

Si l'on *suppose* la faible polarisation des électrodes proportionnelle à la quantité d'électricité qui passe et la capacité de polarisation très grande, M. Lohnstein montre que l'introduction de cette polarisation ne modifie d'une manière sensible que la période d'oscillation, non le décrément logarithmique. On ne peut donc

---

([1]) Reuss, *Mém. de la Soc. imp. des nat. de Moscou*, t. II, p. 332.
([2]) Jurgensen, *Archiv für Anatomie und Physiol.*, p. 573; 1860.
([3]) Quincke, *Pogg. Ann.*, t. CXIII, p. 565; 1861.

mettre le désaccord sur le compte de la polarisation. Il y aurait à la surface des électrodes et pour de très faibles courants une *résistance au passage* très grande si les électrodes sont brillantes et polies, presque nulle si les électrodes sont recouvertes d'un dépôt électrolytique pulvérulent suffisamment épais, ou encore si les surfaces sont amalgamées.

M. Lohnstein n'émet aucune hypothèse définitive sur la cause de ces résistances au passage. E. Bouty.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES ET ANNALES DE CHIMIE ET DE PHYSIQUE; 1892.

Optique.

W. NICATI. — Échelle physiologique de l'acuité visuelle. Applications à la photométrie et à la photo-esthésiométrie (*C. R.*, t. CXIV, p. 1107).

Admettant la loi logarithmique de Fechner, M. Nicati appelle acuité visuelle physiologique une grandeur qui varie en progression arithmétique quand l'angle minimum de vision distincte pour deux objets voisins (caractères d'imprimerie) varie en progression géométrique. Il considère cette grandeur comme mesurant l'acuité de la sensation visuelle. Il mesure l'angle minimum pour les mêmes objets placés à la même distance, quand on fait varier l'éclairement de ces objets, en plaçant une même source lumineuse à des distances variables. Il trouve que l'éclairement décroissant en progression géométrique, l'acuité physiologique décroît en progression arithmétique, et il en tire diverses conclusions relatives à la photométrie et à la mesure des sensations colorées.

Il y a lieu de remarquer toutefois que l'échelle proposée par l'auteur pour la mesure des acuités physiologiques n'est pas conforme à la loi de Fechner. Il faudrait pour cela que les nombres mesurant l'acuité physiologique fussent proportionnels aux logarithmes des inverses de l'angle limite, ce qui est loin de se vérifier.

A. CHARPENTIER. — Les deux phases de la persistance des impressions lumineuses (*C. R.*, t. CXIV, p. 1180).

Pendant une première phase de la persistance des impressions lumineuses, l'intensité demeure constante. L'auteur a déjà montré que la durée de cette phase est en raison inverse de la racine carrée de l'intensité et de la racine carrée de la durée d'impression. Pendant une seconde phase l'impression s'affaiblit jusqu'à disparaître. Pour l'étudier, M. Charpentier dispose sur un disque noir un secteur formé d'anneaux de même grandeur angulaire, constitués par des papiers blancs et gris de plus en plus sombres. Il fait tourner uniformément ce disque avec une vitesse convenable et trouve que les images des secteurs plus éclairés paraissent être d'une étendue angulaire plus grande.

Pour étudier l'influence de la durée, il dispose, sur le disque rotatif, des anneaux d'égal éclairement, mais d'étendue angulaire variable, les bords terminaux coïncidant avec un même rayon. Il trouve que la durée de persistance de l'impression croît avec la durée de l'impression elle-même. La phase décroissante de la persistance croît donc avec l'intensité et la durée de l'impression, contrairement à ce qui a lieu pour la phase constante. La persistance est en outre plus prolongée au centre de la rétine que sur sa périphérie.

A. CHARPENTIER. — Sur le retard dans la perception des divers rayons spectraux (*C. R.*, t. CXIV, p. 1423).

L'auteur a déjà établi par des expériences indirectes que les divers rayons formant la lumière blanche sont perçus avec un retard qui croît avec leur réfrangibilité. Pour vérifier directement le même fait, il éclaire la fente d'un spectroscope avec une lumière blanche instantanée, telle que celle d'une étincelle d'induction. Toute l'étendue du spectre n'est pas illuminée à la fois; mais on voit un éclair parcourant le spectre du rouge au violet, avec une grande vitesse.

Dans une autre expérience, il fait tourner d'un mouvement uniforme, au devant d'un fond noir, un secteur blanc renversé, l'axe de rotation étant au milieu de la base. La durée d'éclaire-

ment est à son minimum et la vitesse à son maximum à la pointe. Les diverses sensations colorées étant évoquées avec des retards différents aux mêmes points de la rétine, on voit apparaître vers la pointe les diverses couleurs successives, en commençant par le rouge, jusqu'au vert. Le bleu et le violet plus pâles sont plus difficiles à voir, mais s'aperçoivent quand on ouvre brusquement l'œil fermé. L'isolement des couleurs n'a lieu que si la durée d'excitation ne dépasse pas cinq millièmes de seconde. Le phénomène de la bande noire déjà décrit par l'auteur ne s'observe qu'environ quinze millièmes de seconde après le début de la sensation.

C. HENRY. — **Préparation nouvelle et photométrie du sulfure de zinc phosphorescent** (*C. R.*, t. CXV, p. 505).

Sur un photomètre-photoptomètre destiné à la mesure des faibles éclairements (*Ibid.*, p. 602).

Sur une relation nouvelle entre les variations de l'intensité lumineuse et les numéros d'ordre de la sensation déterminée au moyen d'un lavis lumineux (*Ibid.*, p. 811).

Le sulfure de zinc phosphorescent est préparé en traitant par l'ammoniaque une solution neutre de chlorure de zinc, en précipitant par l'hydrogène sulfuré et chauffant au blanc le sulfure de zinc lavé et séché. $5^{gr},432$ de ce sulfure en grains ont été introduits dans un tube de 1^{cm} de diamètre et $4^{cm},2$ de hauteur, puis saturés à 30° par la lumière du magnésium. L'intensité lumineuse comparée à l'aide du photomètre Mascart avec celle d'une lampe électrique repérée a été trouvée après la saturation égale à 0,000215 bougie-mètre. Pour avoir la loi d'émission, on a déterminé les temps nécessaires pour obtenir l'égalité d'intensité entre la source phosphorescente et l'étalon placé à différentes distances de l'écran diffuseur. L'intensité satisferait à l'équation

$$i^{0,5936(t+27,18)} = \text{const.}$$

L'auteur a appliqué ce phénomène à la construction d'un photomètre-photoptomètre. Deux écrans semi-circulaires sont composés, l'un d'un verre dépoli translucide jaune verdâtre comme la phosphorescence, recevant la lumière à étudier, l'autre d'un écran recouvert de sulfure de zinc que l'on illumine par la com-

bustion d'un ruban de magnésium, soit directement, soit à travers des verres dépolis convenablement combinés. On observe à travers un oculaire à long foyer, et l'on note le temps écoulé entre l'extinction et l'instant de l'égalité d'éclat. L'auteur a ainsi déterminé l'éclat de faibles sources, telles que la Lune et le ciel étoilé. Ce dernier équivaudrait à une bougie placée à 41^m.

En modifiant convenablement l'expérience, on peut mesurer la sensibilité de l'œil préalablement placé dans diverses conditions d'éclairement ou d'obscurité, en déterminant l'inverse du minimum d'éclat perceptible.

On obtient un rectangle dégradé phosphorescent, en imprimant sur un écran par un procédé typographique des épaisseurs décroissantes d'un mélange de sulfure de zinc et d'huile de lin. Les éclats vont en décroissant régulièrement sur ce rectangle après illumination. On peut y distinguer vingt teintes successives numérotées de 1 à 20 et mesurer les intensités correspondantes. On trouve ainsi entre l'intensité (impression) et le numéro d'ordre de la teinte (sensation) une relation différente de celle de Fechner. Il est clair du reste que ces mesures ne sont pas susceptibles d'une grande précision.

G. LIPPMANN. — Sur la photographie des couleurs (*C. R.*, t. CXIV, p. 961).

Sur des couches d'albumino-bromure d'argent rendues orthochromatiques par l'azaline et la cyanine, M. Lippmann obtient des photographies très brillantes du spectre, où toutes les couleurs viennent, sans écrans colorés, après une pose de cinq à trente secondes. Les couleurs vues par transparence sont complémentaires des couleurs vues par réflexion.

M. Lippmann a pu photographier divers objets (un vitrail, un plat d'oranges surmontées d'un pavot rouge, un groupe de drapeaux, un perroquet, etc.).

G. LIPPMANN. — Photographies colorées du spectre, sur albumine et sur gélatine bichromatées (*C. R.*, t. CXV, p. 575).

Une couche d'albumine, bichromatée, séchée sur verre, est exposée à la chambre noire, adossée à un miroir de mercure. Quand on la met ensuite dans l'eau, les couleurs apparaissent;

l'eau, en enlevant le bichromate, fixe l'image en même temps qu'elle la développe. Les couleurs sont visibles sous toutes les incidences, tant que la plaque est mouillée. Les maxima de lumière impressionnent l'albumine en la rendant moins hygrométrique, et les minima ne s'altèrent pas. Il en résulte, après l'absorption de l'eau, des variations périodiques de l'indice de réfraction qui font apparaître les couleurs.

Avec la gélatine bichromatée, les couleurs apparaissent quand on rend la plaque humide, en soufflant dessus.

G. MESLIN. — Sur la photographie des couleurs (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XXVII, p. 369).

M. Meslin a observé que les teintes obtenues en photographiant un spectre pur par le procédé de M. Lippmann ne sont pas celles du spectre pur, mais présentent une apparence métallique. Le rouge serait précédé d'une région bleu-verdâtre. La variation d'incidence n'amènerait qu'un léger déplacement des couleurs, contrairement à ce qui a lieu dans les anneaux de Newton. Enfin les couleurs vues par réflexion sur la face non collodionnée seraient différentes des premières, sans être leurs complémentaires.

Pour expliquer ces particularités, l'auteur fait d'abord remarquer que la variation de l'épaisseur traversée par le rayon dans la lame mince, quand on fait varier l'incidence, dépend de la nature de cette lame. Elle est proportionnelle à la variation du cosinus de l'angle de réfraction dans la lame, et cette variation est beaucoup plus petite dans une lame de collodion que dans une lame d'air.

La succession des couleurs lui paraît reproduire celle des anneaux transmis allant de la fin du deuxième groupe à celle du troisième. Pour établir qu'il en est réellement ainsi, il considère d'abord une pellicule formée d'une seule couche comprise entre deux plans ventraux refléchissants. Pour un rayon d'amplitude 1 et de longueur d'onde λ, l'intensité résultant de l'interférence sera

$$a'^2(1 + b'^4 + 2b'^2 \cos\varphi'),$$

a' et b' étant les facteurs de réflexion et de transmission, et $\varphi' = 2\pi\frac{2e'}{\lambda}$, le retard de phase.

Le maximum a lieu pour $\varphi' = k' \frac{\lambda}{2}$, k' étant un entier.

Pour les anneaux transmis avec des notations analogues, l'intensité a la même forme

$$b^4(1 + a^4 + 2a^2 \cos\varphi),$$

le maximum ayant lieu pour $\varphi = k \frac{\lambda}{2}$.

La teinte résultant de la superposition des couleurs est cependant différente dans les deux cas, car a diffère de b'.

Pour que, dans le voisinage de la couleur principale, la proportion des couleurs reste la même dans les deux cas, il faut déterminer des angles φ' et φ différents tels que l'on ait

$$\frac{1 + b'^4 + 2b'^2 \cos\varphi'}{1 + b'^4 + 2b'^2} = \frac{1 + a^4 + 2a^2 \cos\varphi}{1 + a^4 + 2a^2}.$$

Supposons que le maximum ait lieu pour la même couleur et qu'on fasse $k' = 1$. k devra être en entier, et la discussion montre qu'il devra avoir pour valeur

$$k = \frac{(1 + a^2)^2}{a^2} \frac{b'^2}{(1 + b'^2)^2}.$$

L'apparence des couleurs semble indiquer que k est voisin de 2. En admettant exactement $k = 2$, l'équation conduit à $b = 0,8$, tandis que a est beaucoup plus petit.

En insufflant de l'air humide sur la lamelle, on augmente son épaisseur, et l'on voit apparaître des teintes vertes et rouges que l'auteur considère comme les teintes d'ordre plus élevé des anneaux transmis. Le bleu qui précède le premier rouge lui paraît être au contraire une teinte d'ordre moins élevé.

Si l'on applique la même théorie en considérant l'ensemble des réflexions successives, on est conduit à une valeur de b' plus approchée : $b' = 0,5$.

M. Meslin a cherché à établir expérimentalement la complexité des teintes, en les analysant au spectroscope. Il a trouvé que chaque partie fournit un spectre entier avec un maximum d'éclat et un minimum unique, ce qui est conforme à l'hypothèse des teintes du second groupe transmis. Il a aussi constaté qu'un spectre pur coïncidant avec celui de la lame et projeté sur lui se trouve fortement avivé. Mais le vert du spectre pur amené sur le rouge

de la lame ne s'éteint pas; il est seulement affaibli. La théorie explique aussi la vivacité des couleurs, par ce fait que le rapport de l'éclat minimum à l'éclat maximum est plus petit que dans le cas des anneaux de Newton.

Enfin M. Meslin explique les résultats obtenus quand on éclaire la face non collodionnée, en admettant que les lamelles n'existent que du côté opposé, et que le collodion traversé sous une épaisseur notable modifie la couleur des rayons lumineux par son absorption. Il obtient des résultats analogues en éclairant la face collodionnée à travers une autre lamelle de la même substance.

M. BRILLOUIN. — Sur la propagation des vibrations dans les milieux absorbants (*C. R.*, t. CXV, p. 808).

Dans toutes les théories de la propagation de la lumière dans les milieux absorbants isotropes, on suppose à tort que les équations aux dérivées partielles fondamentales sont nécessairement linéaires. A une onde plane et uniforme dans un premier milieu transparent correspond alors dans le milieu absorbant une onde plane dont l'amplitude n'est pas uniforme. Dans un milieu absorbant isotrope, la surface d'onde n'est déterminée que si l'on se donne la relation entre l'orientation du plan d'onde et celle du plan d'absorption.

Dans la réfraction entre un milieu transparent et un milieu absorbant, la surface d'onde est de révolution autour de la normale à la surface de séparation; mais elle peut présenter deux nappes correspondant aux vibrations parallèles et perpendiculaires à l'intersection du plan d'onde et du plan d'absorption. Dans la réfraction entre deux milieux absorbants la surface d'onde peut n'avoir aucun plan de symétrie. A la sortie d'un milieu absorbant dans un milieu transparent, l'onde plane permanente non uniforme se propage avec une vitesse

$$V\sqrt{1-p^2}$$

qui dépend du coefficient p de l'exponentielle d'amplitude. Les conditions d'émergence d'un milieu absorbant diffèrent des conditions d'incidence et la loi du retour des rayons est inapplicable.

Toutefois la variation de vitesse dans le milieu transparent ne comprend que des termes du deuxième ordre inaccessibles à l'ex-

périence, même pour des valeurs de p correspondant à des dissolutions fortement colorées. Il faudrait opérer sur des métaux ou des couleurs d'aniline solides. Deux lunettes pointées l'une sur l'autre à travers un prisme de 30° plein d'une solution de permanganate de potasse se trouvent toujours réglées à la fois, sans qu'on puisse saisir une différence dans la position des images. L'auteur s'est aussi assuré, à l'aide du compensateur Jamin, que ces dissolutions ne sont pas biréfringentes par absorption.

P. JOUBIN. — Sur le passage d'une onde par un foyer (*C. R.*, t. CXV, p. 932).

On éclaire par un point lumineux très petit un appareil à anneaux de Newton, et l'on observe au microscope la lumière réfléchie. Dans ces conditions les anneaux ne sont plus localisés; on en voit à toute distance. La lumière réfléchie par la face convexe de la lentille produit un foyer de $0^{m},90$ de la lentille; la lumière réfléchie par le plan de verre traverse deux fois la lentille et produit un second foyer à $1^{m},10$. En dehors de l'intervalle de ces deux foyers, les anneaux sont à centre noir, comme à l'ordinaire. Entre les deux foyers, ils sont à centre blanc, conformément à la théorie de M. Gouy.

P. JOUBIN. — Sur le rapport entre la vitesse de la lumière et la grandeur des molécules dans les milieux réfringents (*C. R.*, t. CXV, p. 1061).

En comparant la puissance réfractive $n-1$ de différentes substances simples ou composées avec leur constitution moléculaire et leur densité, l'auteur cherche à établir que la puissance réfractive est proportionnelle à la racine carrée du poids moyen de l'atome contenu dans la molécule. Toutefois il est conduit ainsi à attribuer aux molécules des corps simples des nombres d'atomes constituants différents de ceux que leur assigne la théorie atomique généralement en usage.

MOESSARD. — Sur la méthode Doppler-Fizeau (*C. R.*, t. CXIV, p. 1471).

H. DE LA FRESNAYE. — Méthode Doppler-Fizeau. Formule exacte. Formule approchée. Évaluation de l'erreur commise (*C. R.*, t. CXV, p. 1289).

Un corps vibrant et un observateur se meuvent dans l'espace. Deux ondes émanées du corps vibrant en A et en A_1 parviennent

à l'observateur en B et en B_1. v et v' étant les composantes suivant AB des vitesses des deux mobiles, V la vitesse de propagation des vibrations, t le temps écoulé entre les émissions des deux ondes, t' le temps écoulé entre leurs perceptions, ε l'angle des rayons vecteurs AB, A_1B_1, M. de la Fresnaye établit que, si l'on pose

$$s = A_1B_1(1 - \cos\varepsilon),$$

on a la relation

$$t' = t + \frac{v't' - vt + s}{V}.$$

En supposant infiniment petites les quantités ε, $1 - \frac{t'}{t}$ et $\frac{t}{t'} - 1$, on arrive aux relations approchées

$$v - v' = \frac{V}{2}\left(\frac{t}{t'} - \frac{t'}{t}\right),$$

$$\frac{t}{t'} = \frac{V - v'}{V - v},$$

qui sont usitées en Astronomie.

M. Moëssard avait présenté, le 20 juin, à l'Académie, une discussion de ce problème; mais M. de la Fresnaye revendique la priorité de sa démonstration qu'il avait déjà publiée antérieurement dans un autre recueil et communiquée à M. Moëssard. M. de la Fresnaye établit de plus, que la formule proposée par M. Moëssard, dans le cas d'un mouvement du milieu, manque de généralité.

HURMUZESCU. — Sur la diffraction éloignée (*C. R.*, t. CXIV, p. 465).

L'auteur étudie la diffraction d'un faisceau délié de lumière solaire par le bord linéaire et très aminci d'un écran métallique. On observe à l'aide d'un microscope se déplaçant sur un cercle gradué horizontal, dont le centre est sur l'arête diffringente. Outre les franges ordinaires de diffraction, on distingue, dans l'ombre géométrique, une bande lumineuse sillonnée de lignes noires très fines visibles jusqu'à des déviations de 100°. Les couleurs de grande longueur d'onde tendent à dominer dans la lumière de la bande, à mesure que la déviation augmente. La coloration de cette bande dépend d'ailleurs de la nature du métal. La lumière diffractée, provenant de lumière incidente naturelle, est partiellement pola-

risée parallèlement au bord de l'écran. Quand la lumière incidente est polarisée, la lumière diffractée est, en général, polarisée elliptiquement. La lumière réfractée par le bord très mince de l'écran pourrait avoir une part dans ces phénomènes.

A. HURION. — Sur la polarisation de la lumière diffusée par les milieux troubles (*C. R.*, t. CXIV, p. 910).

M. Hurion déduit de la théorie de M. Soret sur la polarisation atmosphérique la formule

$$\frac{(1-p)\cos^2\omega}{2-(1-p)\cos^2\omega}$$

pour exprimer la proportion de lumière polarisée, contenue dans un faisceau lumineux diffusé, dont la direction fait l'angle ω avec une normale à la direction du faisceau incident; p représente un coefficient dépendant de la nature des particules diffusantes.

Pour vérifier cette formule, M. Hurion fait arriver un faisceau de lumière électrique horizontal dans une cuve contenant de l'eau mêlée d'essence de citron. Il observe à l'aide d'un photopolarimètre de M. Cornu, pouvant tourner sur un limbe vertical et se déplacer sur une règle horizontale. Le tube de l'instrument, fermé par une glace, plonge dans le liquide. Les résultats ne sont précis qu'avec de la lumière à peu près homogène fournie par un verre coloré. Ils vérifient la loi à $\frac{1}{25}$ près, quand on prend la moyenne entre deux déterminations faites, de part et d'autre, de la normale au faisceau à la même distance angulaire.

E. CARVALLO. — Absorption cristalline et choix entre les diverses théories de la lumière (*C. R.*, t. CXIV, p. 661).

Observations de M. H. Becquerel (*Ibid.*, p. 664).

A. POTIER. — Sur l'absorption de la tourmaline (*Ibid.*, p. 874).

D'après une loi due à M. H. Becquerel, l'absorption d'un rayon monochromatique uniradial par un cristal biréfringent ne dépend que de la position de la vibration de Fresnel. M. Carvallo interprète cette loi en admettant que la vibration incidente peut être décomposée en trois composantes dirigées suivant les trois axes d'élasticité et se propageant avec des coefficients d'absorption dif-

férents. Il en résulterait que l'état de polarisation changerait avec la propagation, la vibration tendant à atteindre, puis à conserver la direction de l'axe qui correspond à la plus faible absorption.

Quand le rayon sort du cristal, il reprend brusquement, d'après l'auteur, son état de polarisation primitif. S'il n'en était pas ainsi, l'intensité devrait être réduite dans le même rapport, soit quand le rayon traverse une seule lame cristalline, soit quand il traverse deux lames superposées orientées comme la première, et telles que la somme de leurs épaisseurs soit égale à l'épaisseur de la première lame. M. Carvallo a fait l'expérience avec des tourmalines plongées dans le sulfure de carbone de même indice, pour écarter les réflexions. Il s'est servi de rayons calorifiques. Il a trouvé que, dans certains cas, le second système fournissait une intensité quatre fois plus petite que le premier, et il en a tiré la conclusion citée plus haut. Ce résultat mettrait en défaut à peu près toutes les théories de la lumière actuellement proposées.

M. H. Becquerel fait remarquer que les résultats précédents, s'ils étaient confirmés, pourraient s'interpréter en supposant que les phénomènes d'absorption sont dus à des mouvements intermoléculaires des molécules des corps ou de l'éther qui les entoure, ces mouvements s'accomplissant exclusivement et en inégale proportion, suivant les trois axes d'élasticité.

M. Potier a répété, avec des rayons lumineux, l'expérience des trois tourmalines de M. Carvallo, en opérant dans l'air et dans l'huile. Il a trouvé, contrairement aux conclusions de ce dernier, que la transparence était la même dans les deux systèmes. M. Carvallo a lui-même reconnu, après de nouvelles expériences, que son premier résultat était dû à une coïncidence fortuite.

PILTSCHIKOFF. — Sur la polarisation de l'atmosphère par la lumière de la Lune (*C. R.*, t. CXIV, p. 468).

Sur la polarisation atmosphérique spectrale du ciel (*C. R.*, t. CXV, p. 565).

M. Piltchikoff étudie la polarisation atmosphérique dans sa relation avec l'illumination transversale de l'atmosphère par la Lune. Il se sert du photopolarimètre de M. Cornu. Ses conclusions sont les suivantes :

1° La proportion de lumière polarisée dans le ciel de nuit diminue d'une manière continue depuis l'époque de la pleine lune, où elle est maximum, jusqu'à la nouvelle lune, où elle est égale à zéro : elle croît ensuite de la nouvelle lune à la pleine lune.

2° L'intensité de polarisation dans le ciel pour la lumière bleue est sensiblement plus grande que pour la lumière rouge.

3° Quand la polarisation de l'atmosphère s'élève ou s'abaisse, elle s'élève ou s'abaisse plus dans les radiations moins réfrangibles que dans les autres.

MASCART. — Sur l'arc-en-ciel (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XXVI, p. 501).

M. Mascart cherche à expliquer les variations qu'on observe dans le diamètre apparent de l'arc et les arcs surnuméraires qu'on aperçoit à l'intérieur du premier arc-en-ciel et à l'extérieur du second. Reprenant par une méthode nouvelle les théories d'Airy et de Stokes, il établit que dans un même plan d'incidence, les rayons émergents sont tangents à une caustique dont les branches infinies sont asymptotes à la direction des rayons efficaces. La surface des ondes réfractées normale à ces mêmes rayons présente sur la même direction un point d'inflexion de sa courbe méridienne. Si l'on considère une direction faisant un angle θ avec celle des rayons efficaces, les deux portions de l'onde situées de part et d'autre du point d'inflexion pourront être regardées comme deux ondes distinctes, présentant l'une et l'autre un pôle. La différence de marche des radiations émises par ces deux pôles pourra être calculée et donnera lieu à un phénomène d'interférence correspondant à une série de franges dont l'éclat est proportionnel au rayon des gouttes et à leur nombre.

Quand la longueur d'onde décroît, la largeur des franges diminue, en même temps que leur point de départ s'éloigne, puisque la déviation des rayons efficaces augmente. Il pourra donc y avoir superposition des interférences de même ordre pour deux couleurs différentes, et production de franges achromatiques. L'auteur établit que l'ordre de la frange achromatique est sensiblement proportionnel au diamètre des gouttes et en raison inverse de la longueur d'onde, tandis que la largeur des franges voisines subit une variation inverse.

M. Mascart a vérifié les conclusions de cette théorie au moyen de plusieurs séries de tiges cylindriques de verre, de différents diamètres. Il en déterminait les indices à l'aide d'un prisme du même verre. Les radiations observées ont été empruntées au spectre ou séparées à l'aide de verres colorés. Reprenant ensuite la lumière blanche, il a constaté qu'on observait un grand nombre de franges au voisinage de la direction calculée de la frange achromatique, et que les franges disparaissent quand on se rapprochait des rayons efficaces.

Les phénomènes observés dans la nature sont aussi d'accord avec cette explication, si l'on tient compte de ce fait que la source lumineuse ayant un diamètre apparent de 32′, les maxima et les minima ne sont plus distincts quand leur éclat angulaire est très inférieur à cette limite. L'écart du premier maximum à partir de la direction efficace croît à mesure que le diamètre des gouttes diminue, ce qui explique le rayon angulaire variable des arcs observés. Si les gouttes de pluie ne sont pas de taille uniforme, il se superpose des arcs d'inégal rayon. Les teintes disparaissent, sauf la bordure rouge correspondant aux plus grosses gouttes, et l'on obtient l'arc-en-ciel blanc. Le calcul montre que la meilleure condition pour l'observation des arcs surnuméraires correspond à des gouttes de $0^{mm},5$ environ de diamètre. Pour de plus grandes dimensions, le diamètre apparent du Soleil trouble le phénomène, et pour des dimensions plus petites les moindres inégalités de grosseur troublent la pureté des franges.

L'auteur étudie en terminant les phénomènes de polarisation qu'on observe dans l'arc-en-ciel.

MASCART. — Sur l'arc-en-ciel blanc (*C. R.*, t. CX, p. 429 et p. 453).

Reprenant la question de l'arc-en-ciel blanc abordée dans le précédent Mémoire, M. Mascart montre que, pour en donner une explication complète, il faut faire intervenir, outre le diamètre apparent du Soleil et l'existence simultanée de gouttes de diamètres différents, l'extension des franges sensiblement achromatiques à un intervalle angulaire notable. En désignant par z une grandeur liée par une relation connue à l'écart θ compté à partir des rayons efficaces, à la longueur d'onde et à l'indice, et en appelant $f(z)$ une fonction de z étudiée par Airy, on arrive à

la condition d'achromatisme

$$\frac{f(z)}{f'(z)} = 2,5257z - 0,3625(2a)^{\frac{2}{3}},$$

$2a$ étant le diamètre de la goutte.

En discutant les conditions où cette relation est satisfaite, on trouve que l'achromatisme est sensiblement réalisé au voisinage du premier maximum, entre des limites assez étendues de la valeur du diamètre des gouttes. L'irisation rouge persiste seulement à l'extérieur. Suivant l'écart qui existe entre ce premier maximum et la direction géométrique des rayons efficaces, l'arc-en-ciel paraîtra plus ou moins rétréci. C'est pour des diamètres voisins de 30^{μ} que l'achromatisme serait le plus parfait.

CARVALLO. — Pouvoirs rotatoires des rayons infra-rouges du quartz (*C. R.*, t. CXIV, p. 288).

Sur la polarisation rotatoire du quartz (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6ᵉ série, t. XXVI, 1892).

Le Mémoire des *Annales* est le développement de deux Notes des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences* dont la seconde figure en tête de cet article, et dont la première a déjà été analysée [1].

La formule

$$\omega\lambda^2 = A n^2 - B,$$

proposée par M. Carvallo, pour représenter la dispersion des pouvoirs rotatoires, est soumise par lui au contrôle de l'expérience. Pour les radiations visibles, les expériences de MM. Soret et Sarazin fournissent une concordance satisfaisante. Pour les radiations calorifiques, l'auteur applique la méthode de P. Desains basée sur le spectre cannelé de Fizeau et Foucault. A la suite d'un polariseur en spath, il dispose un quartz perpendiculaire à l'axe, puis un prisme de spath servant à la fois d'analyseur et de prisme dispersif et placé au centre d'un goniomètre. Le réticule de la lunette est remplacé par une pile thermo-électrique linéaire. L'auteur

(1) Voir *Journal de Physique*, 3ᵉ série, t. II, p. 438.

discute avec détail la méthode et les causes d'erreur. Il arrive finalement à cette conclusion, qu'entre l'observation et le calcul il demeure des écarts systématiques qui peuvent être mis sur le compte de l'absorption.

Ch. SORET et C. GUYE. — Sur le pouvoir rotatoire du quartz aux basses températures (*C. R.*, t. CXV, p. 1295).

M. Joubert avait trouvé pour le coefficient moyen d'accroissement du pouvoir rotatoire du quartz depuis 0° jusqu'à 840° des valeurs croissantes à mesure que la limite supérieure de la température s'élève. Les auteurs poursuivent cette recherche pour les basses températures. Le quartz est contenu dans un tube de laiton rempli d'alcool et plongeant dans une cuve où l'on mêle de l'alcool avec de la neige d'acide carbonique. La lumière, fournie par des étincelles d'induction à la surface d'une solution de bromure de sodium, traverse un polarisateur à pénombre, un collimateur, le quartz, un foucault monté sur un goniomètre, des prismes et une lunette munie d'une fente. On a reconnu que le coefficient de variation continue à diminuer au-dessous de 0°. Les températures étaient mesurées à l'aide d'une résistance de platine comparée au thermomètre à air. L'étude de cette résistance a donné des résultats analogues à ceux de MM. Cailletet et Bouty,

J. CHAPPUIS. — Réfraction des gaz liquéfiés (*C. R.*, t. CXIV, p. 286).

Le liquide est contenu dans une cuve à faces parallèles, de forme cubique, pratiquée dans un bloc d'acier et fermée par des glaces. Sous la lame supérieure est soudé un prisme rectangle isoscèle de crown qui plonge dans le liquide en fournissant un angle réfringent de 45°. On y ajoute l'angle variable d'un diasporamètre de Govi formé du même crown. Le faisceau émergent, reçu par une lunette, est amené à être perpendiculaire à la face de sortie. Le faisceau incident est perpendiculaire à la face d'entrée de la cuve. On a donc un prisme à liquide d'angle A_1 et d'indice n_1, et un prisme de crown d'angle A_2 et d'indice n_2 qui, dans ces conditions, fournissent la relation

$$n_1 \sin A_1 = n_2 \sin A_2.$$

P. BARY. — Sur les indices de réfraction des solutions salines (*C. R.*, t. CXIV, p. 827).

M. Bary mesure les indices de dissolutions d'un même sel, dont la concentration va en croissant. Il les représente par des lignes en prenant pour abscisses les concentrations et pour ordonnées les indices. Il trouve que les lignes représentatives présentent généralement des points anguleux, à partir desquels il est conduit à admettre la formation d'un nouvel hydrate. Dans certains cas, on obtient successivement deux de ces points singuliers.

C. FÉRY. — Sur l'étude des réactions chimiques dans une masse liquide, par l'indice de réfraction (*C. R.*, t. CXV, p. 1309).

A l'aide d'un réfractomètre de son invention, M. Féry mesure les indices des mélanges de deux liquides réagissant l'un sur l'autre. Les points anguleux de la courbe des indices lui révèlent les compositions qui correspondent à des combinaisons infinies. Il étudie ainsi les combinaisons des acides et des bases. Les acides polybasiques fournissent autant de points singuliers qu'ils forment de combinaisons. La même méthode fait connaître la composition des hydrates de l'acide sulfurique, pourvu qu'il ne se produise pas de phénomènes de dissociation comportant l'existence simultanée de plusieurs d'entre eux.

G. SALET. — Sur la loi de Stokes. Sa vérification et son interprétation (*C. R.*, t. CXV, p. 283).

D'après la loi de Stokes, les rayons émis par une substance fluorescente ont toujours une réfrangibilité moindre que celle des rayons excitateurs. M. Salet le vérifie au moyen d'un spectroscope formé de pièces de quartz, dont le spectre est reçu sur la cuve de quartz d'un oculaire de Soret, contenant la substance à étudier. L'image du spectre est projetée transversalement sur la fente d'un second spectroscope. On obtient un spectre diagonal dans lequel les limites théoriques ne sont pas franchies. Ce résultat peut être prévu par l'application du second principe de la Thermodynamique, si l'on admet que les couleurs de réfrangibilités croissantes apparaissent dans le spectre à des températures croissantes.

AYMONNET. — Des maxima calorifiques périodiques observés dans les spectres du flint, du crown et du sel gemme (*C. R.*, t. CXIV, p. 582).

M. Aymonnet trouve dans les spectres calorifiques d'absorption du flint, du crown et du sel gemme des maxima et des minima périodiques. Comme la précision des mesures ne permet de déterminer que des limites assez larges entre lesquelles ces maxima et minima sont compris, l'auteur admet qu'ils sont équidistants. Il attribue ces maxima successifs, dans le cas du sel gemme, aux vibrations fondamentales de 1, 2, 3, ..., n rangées de molécules.

LECOQ DE BOISBAUDRAN. — Sur les spectres électriques du gallium (*C. R.*, t. CXIV, p. 815).

L'auteur fait éclater l'étincelle, condensée ou non, fournie par des bobines à fil long ou court, à la surface d'une solution de chlorure de gallium ou sur des fils de gallium métallique. Il relève les longueurs d'onde des raies obtenues. Les résultats varient beaucoup avec les conditions de l'expérience.

FRÉDUREAU. — Sur les globes diffuseurs transparents (*C. R.*, t. CXV, p. 1064).

La lumière de l'arc électrique est disposée dans une enveloppe de verre ou de cristal transparent, munie sur sa surface extérieure d'anneaux prismatiques dont les faces sont parallèles et perpendiculaires à l'axe du globe.

Ces enveloppes sont moulées sous pression, pour obtenir des arêtes vives. La lumière se réfléchit sur la face supérieure des anneaux et se trouve renvoyée vers le bas, sans dispersion. L'éclairement est réparti suivant une loi continue, sans ombres tranchées, et la vision du foyer lumineux se trouve remplacée pour l'œil par celle d'un large faisceau.

G. FOUSSEREAU.

SUR LA THÉORIE DE LA PHOTOGRAPHIE DES COULEURS SIMPLES ET COMPOSÉES PAR LA MÉTHODE INTERFÉRENTIELLE;

PAR M. G. LIPPMANN.

1. On peut fixer l'image de la chambre noire, avec son modelé et ses couleurs, en employant une couche sensible transparente et continue, d'épaisseur suffisamment grande, adossée pendant la pose à une surface réfléchissante qu'il est commode de constituer par une couche de mercure. On développe et l'on fixe au moyen de réactifs usités en Photographie. Si l'on regarde par réflexion la couche redevenue sèche et éclairée par la lumière blanche, on retrouve l'image de la chambre noire fidèlement reproduite.

Ce phénomène est dû aux interférences lumineuses. Pendant la pose, les rayons incidents formant l'image interfèrent avec les rayons réfléchis par le mercure; il en résulte des ondes lumineuses stationnaires, dont l'amplitude varie d'une manière continue d'un point à l'autre, suivant l'épaisseur de la plaque. La densité du dépôt photographique et, par suite, son pouvoir réflecteur varient, par suite, d'une manière continue en fonction des coordonnées. Ainsi, lorsque l'on regarde l'image développée, la lumière reçue par l'œil est réfléchie, non par une surface réfléchissante, mais par un volume doué d'un pouvoir réflecteur variable dans toute son étendue. Chacun des rayons qui parviennent à l'œil est la résultante d'une infinité de rayons élémentaires. Dans le calcul de cette résultante, il est nécessaire de tenir compte non seulement de la variation du pouvoir réflecteur en fonction de la profondeur, mais encore des différences de phase dues à la différence des chemins parcourus par la lumière.

I.

2. Considérons d'abord le cas simple où l'impression photographique est produite par une lumière homogène de longueur d'onde λ; supposons en outre l'incidence normale et la vibration lumineuse réduite à une de ses composantes rectilignes. Soit z la distance d'un point au plan qui limite la couche sensible, plan qui est adossé au miroir pendant la pose, et qui, après coup, sera

tourné du côté de l'œil. L'interférence entre le rayon incident et le rayon réfléchi donne lieu à une vibration stationnaire dont l'intensité a pour mesure $4\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}$. Il en résulte au point z, après développement, un pouvoir réflecteur ρ qui est une fonction de l'intensité qui a produit l'impression; on a donc

$$(1) \qquad \rho = \varepsilon\,\varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right);$$

ε est un coefficient qui dépend des conditions de l'expérience : on ne peut pas le faire croître indéfiniment; mais, par contre, on peut le diminuer à volonté, soit en diminuant la proportion de matière sensible contenue dans la couche transparente, soit en changeant le mode de développement. ρ est donc une fonction de $\frac{z}{\lambda}$ toujours comprise entre o et l'unité et ayant $\frac{\lambda}{2}$ pour période.

Cela posé, supposons que l'on éclaire la couche développée par de la lumière blanche. Parmi les lumières homogènes qui constituent la lumière blanche, considérons-en une quelconque, dont la longueur d'onde λ' n'est pas, en général, égale à λ. A l'entrée de la couche, la vibration en question a pour équation

$$y = \sin\frac{2\pi t}{T}.$$

Après réflexion sur un élément situé en z et de profondeur infiniment petite dz, l'amplitude incidente est multipliée par la fraction infiniment petite $\rho\,dz$. En même temps, il y a une perte de phase due au chemin parcouru $2z$, et égale à $2\pi\frac{2z}{\lambda'}$. La vibration réfléchie a donc pour équation

$$y = \rho\,dz\sin 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{2z}{\lambda'}\right) = \rho\,dz\cos\frac{4\pi z}{\lambda'}\sin\frac{2\pi t}{T} - \rho\,dz\sin\frac{4\pi z}{\lambda'}\cos\frac{2\pi t}{T}.$$

Telle est l'équation de l'un quelconque des rayons élémentaires renvoyés à l'œil. Pour en avoir la résultante, il suffit d'intégrer par rapport à z, depuis $z = 0$ jusqu'à $z = Z$, Z étant l'épaisseur de la couche. On obtient ainsi une expression de la forme

$$X\sin\frac{2\pi t}{T} + Y\cos\frac{2\pi t}{T};$$

en posant

$$(2)\qquad X = \int_0^z \rho \cos\frac{4\pi z}{\lambda'}\,dz,\qquad Y = \int_0^z \rho \sin\frac{4\pi z}{\lambda'}\,dz,$$

l'amplitude résultante a, comme on sait, pour expression

$$+\sqrt{X^2 + Y^2}.$$

Il s'agit de discuter la valeur de cette quantité. Il est commode [1] de considérer l'expression $X + Y\sqrt{-1}$. On a donc

$$X + Y\sqrt{-1} = \int_0^z \rho\left(\cos\frac{4\pi z}{\lambda'} + \sqrt{-1}\sin\frac{4\pi z}{\lambda'}\right)dz.$$

Il reste à discuter la précédente intégrale. On peut la partager en une somme d'intégrales prises respectivement entre les limites o et $\frac{\lambda}{2}$, $\frac{\lambda}{2}$ et $2\frac{\lambda}{2}$, ..., $p\frac{\lambda}{2}$ et $(p+1)\frac{\lambda}{2}$.

On passe d'une intégrale à la suivante en changeant z en $z + \frac{\lambda}{2}$; il faut remarquer qu'il est inutile de faire ce changement dans la fonction φ, qui a $\frac{\lambda}{2}$ pour période. Posons

$$u = \cos\frac{2\pi\lambda}{\lambda'} + \sqrt{-1}\sin\frac{2\pi\lambda}{\lambda'}.$$

On passe d'une intégrale à la suivante en multipliant par u sous le signe $\int$. Il s'ensuit que l'on a

$$X + Y\sqrt{-1} = \int_0^{\frac{\lambda}{2}} \rho\left(\cos\frac{4\pi z}{\lambda'} + \sqrt{-1}\sin\frac{4\pi z}{\lambda'}\right)dz \times \Sigma,$$

Σ étant égal à $1 + u + u^2 + u^3 + \ldots + u^{n-1}$.

L'intégrale en facteur au second membre est toujours finie. Il en est de même de la somme Σ, qui reste finie quand $\frac{\lambda}{\lambda'}$ a une valeur quelconque fractionnaire, lors même que le nombre de ses termes croîtrait indéfiniment.

(1) Le calcul qui suit peut se faire en quantités réelles; il conduit, mais moins rapidement, au même résultat.



Quand l'épaisseur totale Z croît indéfiniment, n croît indéfiniment, puisque l'on a $Z = n\frac{\lambda}{2}$ (1). D'autre part, il convient de déterminer la fraction arbitraire ε, qui entre dans l'expression (1) de ρ de manière que $n\varepsilon$ reste égale à une grandeur finie, qu'il est loisible de prendre égale à l'unité (2). On a donc $\varepsilon = \frac{1}{n}$ et

$$X + Y\sqrt{-1} = \int_0^{\frac{\lambda}{2}} \varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right)\left(\cos\frac{4\pi z}{\lambda'} + \sqrt{-1}\sin\frac{4\pi z}{\lambda'}\right)dz \times \frac{\Sigma}{n}.$$

Or $\frac{\Sigma}{n}$ tend vers zéro quand n tend vers l'infini. En résumé, quand il n'y a pas de relation particulière entre λ', la longueur d'onde de la lumière qui éclaire la plaque, et λ, celle de la lumière qui l'a impressionnée, l'amplitude réfléchie tend vers zéro quand l'épaisseur de la couche sensible tend vers l'infini.

Il n'en est plus de même si $\lambda = \lambda'$, c'est-à-dire si l'on éclaire avec la même lumière qui a impressionné la plaque.

Dans ce cas, $\Sigma = n$ et, par suite

$$X + Y\sqrt{-1} = n\int_0^{\frac{\lambda}{2}} \varepsilon\,\varphi\left(\sin^2\frac{4\pi z}{\lambda}\right)\left(\cos\frac{4\pi z}{\lambda} + \sqrt{-1}\sin\frac{4\pi z}{\lambda'}\right)dz.$$

Le second membre tend vers l'infini avec n, si ε est fini, et vers une quantité finie si $n\varepsilon = 1$. Il en serait de même pour $\lambda = 2\lambda'$, $\lambda = 3\lambda'$. La couche sensible n'a donc un pouvoir différent de zéro que dans le cas où la longueur d'onde de la vibration incidente est égale à celle de la vibration photographiée ou à l'un de ses sous-multiples.

Le cas de $\lambda = \lambda'$ est seul réalisé dans la pratique, à cause de la faible longueur du spectre visible qui comprend moins d'une oc-

(1) Quand Z tend vers l'infini, on peut supposer que la longueur $\frac{\lambda}{2}$ y est contenue un nombre entier de fois, en négligeant, s'il y a lieu, la fraction complémentaire.

(2) Le nombre des couches réfléchissantes élémentaires augmentant avec l'épaisseur totale, il faut bien supposer que le pouvoir réflecteur de chacune d'elles diminue en même temps; car, d'une part, le pouvoir réflecteur total doit être au plus égal à l'unité; d'autre part, il faut que la lumière puisse traverser toute l'épaisseur du système.

tave. Pour réaliser les cas de $\lambda = \frac{\lambda'}{2}$, il faudrait photographier le spectre assez loin dans l'infra-rouge. En fait, on voit souvent en deçà du rouge commencer le violet. D'autre part, en humectant quelque peu la couche, ce qui la gonfle et ce qui en revient à augmenter les valeurs de λ, on voit apparaître le violet et les couleurs suivantes, correspondant aux demi-valeurs de λ.

En opérant sur des couches sèches, impressionnées par la partie visible du spectre, on n'aperçoit que les couleurs du premier ordre données par $\lambda = \lambda'$.

3. L'analyse précédente peut être remplacée par une construction géométrique. Notre confrère, M. Cornu, a montré autrefois que la construction de Fresnel pour la composition des vibrations s'étendait au cas d'une infinité de composantes infiniment petites; il obtient dans ce cas une courbe dont chaque élément représente une des composantes et où chaque corde représente une résultante. On peut effectuer ici une construction analogue.

Soit ds un élément de la courbe représentative dû à la vibration réfléchie par un élément du réseau photographique situé à la profondeur z et d'épaisseur dz. Soient dX et dY les projections de ds sur deux axes de coordonnées rectangulaires; on a

$$ds = \rho\, dz, \qquad dX = \rho\, dz \cos\frac{4\pi z}{\lambda'}, \qquad dY = \rho\, dz \sin\frac{4\pi z}{\lambda'}.$$

Soient $d\alpha$ l'angle de contingence, α l'angle de la tangente à la courbe avec l'axe des X, R le rayon de courbure; on a

$$d\alpha = \frac{4\pi\, dz}{\lambda'}, \qquad \alpha = \frac{4\pi z}{\lambda'}, \qquad R = \frac{\lambda'}{4\pi}\rho.$$

D'après l'équation (1), ρ est une fonction périodique de z ayant pour période $\frac{\lambda}{2}$. Il en est donc de même de ds et de R. Si l'on fait croître z successivement de o à $\frac{\lambda}{2}$, de $\frac{\lambda}{2}$ à $2\frac{\lambda}{2}$, $\ldots$, c'est-à-dire si l'on considère successivement l'action d'une série de concamérations du réseau réfléchissant, on voit que l'on passe d'un arc de la courbe au suivant par le changement de z en $z + \frac{\lambda}{2}$; α seul change

dans ce cas en s'accroissant de la quantité constante $\frac{2\pi\lambda}{\lambda'}$. La courbe se compose donc d'une série d'arcs AB, BC, CD, ... égaux entre eux, sous-tendus par des cordes égales, chaque corde faisant avec la précédente un angle constant égal à $\frac{2\pi\lambda}{\lambda'}$. Ces cordes sont inscriptibles dans une circonférence; leur résultante géométrique, quel que soit leur nombre, est au plus égale au diamètre de la circonférence, par conséquent du même ordre de grandeur, en général, que AB. Il n'en est plus de même dans le cas particulier où $\frac{\lambda}{\lambda'}$ est égal à l'unité, ou à un nombre entier. Les cordes AB, BC, ... sont alors situées sur une même droite; leur résultante géométrique, égale à la somme de leurs longueurs, est proportionnelle à leur nombre n. Quand n tend vers l'infini, la résultante totale devient infiniment plus grande si $\frac{\lambda}{\lambda'}$ est égal à l'unité ou à un nombre entier que si λ' est quelconque. On retrouve ainsi les résultats donnés par l'analyse. Les valeurs des intégrales X et Y, considérées précédemment, sont égales aux coordonnées courantes de la courbe représentative.

II.

Le cas général où la plaque photographique a été impressionnée par une lumière hétérogène, telle que celle qui est diffusée par un corps quelconque exposé à la lumière blanche, est beaucoup plus complexe. Il faut encore calculer le pouvoir réflecteur $\sigma\, dz$ en un point z du réseau photographique, ce qui exige que l'on définisse au préalable la composition d'une lumière hétérogène, la couleur d'un corps, la sensibilité photographique et l'isochromatisme d'une plaque. Ces deux dernières définitions peuvent seules présenter quelques difficultés.

La composition d'une lumière hétérogène peut se définir comme il suit. Supposons que l'on forme le spectre normal de cette lumière, c'est-à-dire tel que la déviation d'un rayon soit proportionnelle à sa longueur d'onde λ, que l'on mesure, par exemple à l'aide d'une pile thermo-électrique, l'intensité totale des rayons qui passent à travers une fente de largeur $d\lambda$; enfin, que l'on dé-

duise de cette mesure l'amplitude correspondante. Cette amplitude est de la forme $d\lambda \times F(\lambda)$; $F(\lambda)$ définit la répartition des amplitudes dans le spectre normal, et, par conséquent, la composition de la lumière hétérogène employée.

La couleur d'un corps se définit également par une fonction de λ. Tout corps diffuse (ou transmet) une fraction déterminée de l'amplitude d'une lumière simple incidente de longueur d'onde λ. Cette fraction varie en général avec λ; on peut la représenter par $f(\lambda)$. Cette fonction définit la couleur du corps. La condition $f(\lambda) = \text{const.}$ définit le corps blanc.

$F(\lambda)$ représentant la composition de la lumière blanche et $f(\lambda)$ la couleur d'un corps ou d'un élément d'un corps, le produit $F(\lambda)f(\lambda)$ représente la composition de la couleur diffusée par l'élément considéré, et qui vient impressionner la plaque.

Enfin, il faut définir la sensibilité d'une couche isochromatique. Soit $O(\lambda)$ l'impression produite par une vibration λ d'amplitude un; une amplitude égale à $F(\lambda)$ produira une impression égale à $F(\lambda)\,O(\lambda)$. J'admettrai que l'équation

$$(3) \qquad f(\lambda)\,O(\lambda) = \text{const.}$$

exprime analytiquement l'isochromatisme; c'est la condition pour que l'impression d'un spectre normal soit uniforme.

Cela posé, on peut calculer le pouvoir réflecteur σ en un point z de la plaque; si l'on éclaire celle-ci par une lumière homogène de longueur d'onde λ', l'intensité totale réfléchie se calculera à l'aide des intégrales

$$(4) \qquad X = \int_0^Z \sigma \cos\frac{4\pi z}{\lambda}\,dz, \qquad Y = \int_0^Z \sigma \sin\frac{4\pi z}{\lambda'}\,dz,$$

analogues à celles données en (2). Seulement, le pouvoir réflecteur σ, au lieu d'être donné par un terme unique, est la somme d'une infinité de termes correspondant aux lumières simples qui ont produit l'impression; il est donc représenté par une intégrale.

Le pouvoir réflecteur produit au point z par un rayon homogène λ est, en tenant compte de la réduction de l'amplitude due à l'interférence,

$$F(\lambda)\,f(\lambda)\,O(\lambda)\,2\,\varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right).$$

En tenant compte de la condition d'isochromatisme (3), ce terme se réduit à

$$f(\lambda)\varepsilon\,\varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right).$$

Pour les raisons indiquées plus haut, il convient de faire encore $\varepsilon = \frac{1}{Z}$. On a donc enfin

$$(5) \qquad \sigma = \frac{1}{z}\int_A^B f(\lambda)\,\varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right)d\lambda,$$

A et B étant les limites entre lesquelles varie λ.

En substituant en (4), il vient

$$X = \frac{1}{Z}\int_A^B\int_0^Z f(\lambda)\,\varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right)\cos\frac{2\pi z}{\lambda'}\,d\lambda\,dz,$$

$$Y = \frac{1}{Z}\int_A^B\int_0^Z f(\lambda)\,\varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right)\sin\frac{2\pi z}{\lambda'}\,d\lambda\,dz.$$

L'amplitude réfléchie est égale à $\sqrt{X^2+Y^2}$.

Les intégrales doubles X et Y étant définies, il est permis de renverser l'ordre des intégrations. Ce renversement a une interprétation physique : au lieu d'intégrer par rapport à λ, il est permis de donner d'abord à cette variable l'une quelconque des valeurs qu'elle doit acquérir, et d'intégrer par rapport à z. Ceci équivaut à isoler par la pensée, au milieu du réseau photographique complexe que porte la plaque, le réseau partiel produit par l'une quelconque des vibrations simples agissantes, et de chercher le pouvoir réflecteur total de ce réseau partiel; l'intégration faite ensuite par rapport à λ représente la somme des actions partielles ainsi considérées.

En d'autres termes, l'amplitude réfléchie est la même que si chacune des vibrations simples impressionnantes avait été seule à agir sur la couche sensible.

Cette remarque permet de prévoir la conclusion de l'analyse, ainsi que la propriété essentielle des intégrales X et Y. On a vu que le réseau photographique dû à une vibration simple λ ne réfléchit une fraction finie de la vibration λ' qui éclaire la plaque que si λ = λ' (ou plus généralement si λ est un multiple de λ'); et que l'effet de tout λ différent de λ' est infiniment petit quand la

couche est infiniment épaisse. En d'autres termes, le pouvoir réflecteur de la plaque pour une vibration λ' est déterminé uniquement par l'amplitude que possédait la vibration de même longueur d'onde dans le faisceau complexe qui a produit l'impression photographique.

Au point de vue analytique, il s'ensuit que les intégrales X et Y ne dépendent qu'en apparence des limites A et B de λ, et qu'elles se réduisent à des fonctions de λ'. En effet, on peut démontrer directement qu'il en est ainsi et que, pour $Z = \infty$,

$$\lim X = f(\lambda') + \text{const.}, \qquad \lim Y = 0.$$

Par cette propriété singulière, comme par leur forme, les intégrales doubles X et Y sont analogues à une intégrale double découverte par Fourier ([1]) et qui se réduit, elle aussi, à un seul de ses éléments.

Pour le démontrer, on peut avoir recours non à l'analyse de Fourier, mais à la démonstration géométrique qu'il y a ajoutée et qui est plus générale.

Afin de faciliter le rapprochement, il convient de développer

$$\varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right),$$

en tant que fonction de z, à l'aide de la série trigonométrique de Fourier, entre les limites $z = 0$, $z = \frac{\lambda}{2}$. On a ainsi

$$(6)\qquad \varphi\left(\sin^2\frac{4\pi z}{\lambda}\right) = C_0 + C_1\cos\frac{2\pi z}{\lambda} + C_2\cos\frac{4\pi z}{\lambda} + \ldots + C_i\cos\frac{4\pi i z}{\lambda} + \ldots.$$

Il faut remarquer que le premier membre étant, ainsi que le second, une fonction périodique de z, ayant $\frac{\lambda}{2}$ pour période, les deux membres sont égaux non seulement entre 0 et $\frac{\lambda}{2}$, mais encore entre deux multiples quelconques de $\frac{\lambda}{2}$. Le développement est donc valable non seulement de 0 à $\frac{\lambda}{2}$, mais de zéro à l'infini. Il

([1]) *Œuvres de Fourier*, publiées par M. G. Darboux, t. I, p. 494. Gauthier-Villars et fils.

faut remarquer encore que les coefficients du développement C_0, C_1, ... sont indépendants de λ comme de z; en d'autres termes, ce sont des nombres déterminés seulement par le choix de la fonction φ. En effet, on a

$$C_0 = \frac{1}{\lambda}\int_0^{\frac{\lambda}{2}} \varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right) dz, \qquad C_i = \frac{2}{\lambda}\int_0^{\frac{\lambda}{2}} \varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right)\cos\frac{4\pi i z}{\lambda}\, dz.$$

Posons $\frac{4\pi z}{\lambda} = \alpha$, par suite $dz = \frac{\lambda}{4\pi}\,d\alpha$; il vient

$$C_0 = 4\pi\int_0^{2\pi} \varphi\left(\sin^2\frac{\alpha}{2}\right) d\alpha, \qquad C_i = 8\pi\int_0^{2\pi} \varphi\left(\sin^2\frac{\alpha}{2}\right)\cos i\alpha\, d\alpha.$$

La variable α disparaissant par l'intégration, les coefficients C_0, ... se réduisent donc à des nombres.

En substituant à $\varphi\left(\sin^2\frac{2\pi z}{\lambda}\right)$ sa valeur, il vient

$$X = \frac{i}{Z}\int_A^B\int_0^Z f(\lambda)\sum\left(C_i\cos\frac{4\pi i z}{\lambda}\right)\cos\frac{4\pi z}{\lambda'}\,d\lambda\,dz;$$

ainsi, en faisant $i = 1$, le terme correspondant est

$$(7)\qquad \frac{1}{Z}\int_A^B\int_0^Z f(\lambda)C_1\cos\frac{4\pi z}{\lambda}\cos\frac{4\pi z}{\lambda'}\,d\lambda\,dz.$$

En appliquant à cette intégrale double le raisonnement de Fourier, on voit que, tant qu'il y a une différence finie entre les périodes des deux cosinus, l'intégrale double reste finie quel que soit Z; son quotient par Z a donc pour limite zéro. Il n'en est plus de même si les arguments sont égaux; si $\lambda = \lambda'$, l'intégrale double tend alors vers $f(\lambda')C_1 Z$, et son quotient par Z vers $C_1 f(\lambda')$.

Si l'on opère avec les longueurs d'onde du spectre visible, λ ne varie pas du simple au double; le terme (7), qui correspond à $i = 1$ ou à $\lambda = \lambda'$, est le seul qui ne se réduise pas à zéro [1]. On

---

[1] Si l'on supposait, au point de vue théorique, que λ et λ' puissent varier entre des limites quelconques, il y aurait lieu de considérer les autres valeurs de i. Chacun des termes correspondants représenterait une image d'ordre supérieur. L'œil d'ailleurs ne pourrait percevoir que les images d'ordre supérieur fournies par une source émettant des rayons infra-rouges.

a alors

$$\lim X = C_1 f(\lambda'). \quad (8)$$

On démontre d'ailleurs que $\lim Y = 0$; $\sqrt{X^2+Y^2}$ se réduit à X.

C_2 est une constante numérique. En se reportant à la définition de $f(\lambda)$, on voit que l'équation (8) signifie que l'image d'un élément dont la couleur est définie par $f(\lambda)$ affaiblit par réflexion les diverses radiations de la lumière incidente dans la même proportion que l'élément qui a servi d'objet; en d'autres termes, la couleur de l'image est la même que celle de l'objet.

La théorie qui précède est non seulement un peu abrégée sur certains points, mais incomplète sur d'autres. Il y aurait à examiner l'influence de l'absorption. Cette influence complique le phénomène et les formules; mais les conclusions restent qualitativement les mêmes.

Il est bon de remarquer également que j'ai supposé implicitement le dépôt photographique formé de molécules réfléchissantes disséminées suivant une loi déterminée dans un milieu d'ailleurs homogène. Il n'est pas impossible, au moins dans certains cas, que ce milieu lui-même ait été altéré chimiquement de telle façon que, tout en restant continu, il acquière un indice variable en fonction de l'espace, et un pouvoir réflecteur dû précisément à la variation de l'indice. L'examen de cette hypothèse exigerait une autre analyse.

SUR LA PROPAGATION DE L'ÉLECTRICITÉ LE LONG DES CONDUCTEURS;

PAR M. A. POTIER.

Considérons un système de conducteurs cylindriques, indéfinis, et tous parallèles entre eux; supposons qu'ils soient le siège de courants, variant très rapidement, par exemple de courants alternatifs de très haute fréquence, ou de courants analogues à ceux qui accompagneraient la charge instantanée d'une portion de ces conducteurs.

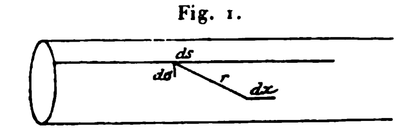
On sait que ces courants pénètrent d'autant moins profondément dans les conducteurs que leurs variations sont plus rapides,

et la résistance spécifique moins élevée. Lord Kelvin, entre autres, a particulièrement insisté sur l'identité de la loi suivant laquelle le courant varie avec la profondeur, et celle de la loi de la distribution des températures dans un métal dont la surface serait aussi soumise à des variations de température.

Nous supposerons que les courants sont entièrement superficiels, hypothèse extrême, mais nécessaire pour arriver à un résultat net.

L'axe des x étant choisi parallèle aux génératrices de ces cylindres conducteurs, on désignera par x l'abscisse d'un point à l'intérieur de ce conducteur, par s celle d'un point de la surface de ceux-ci, par r la distance du point (x) à un point (s). Le contour de la section droite des conducteurs est supposé divisé en

Fig. 1.



éléments infiniment petits $d\sigma$; $i\,d\sigma$ sera l'intensité du courant qui traverse l'élément $d\sigma$, i est positif quand le courant est dirigé vers la partie positive de l'axe des x et $q\,ds\,d\sigma$ sera la charge de l'élément de surface $ds\,d\sigma$.

Entre i et q, on a la relation (i et q sont fonctions de s, des autres coordonnées et du temps)

$$(1) \qquad \frac{\partial i}{\partial s} + \frac{\partial q}{\partial t} = 0,$$

qui exprime que le gain de la charge pendant le temps ∂t est l'excès de la quantité d'électricité $i\,d\sigma\,dt$ entrée sur la quantité sortie $\left(i + \frac{\partial i}{\partial s} ds\right) d\sigma\,dt$.

Ceci posé, la condition pour que le courant soit et reste nul à l'intérieur du conducteur est que la force électromotrice induite soit égale à la force électrostatique changée de signe, ou si V est le potentiel en un point intérieur, que l'on ait

$$\frac{\partial V}{dx} = -\frac{\partial}{dt}\sum \frac{i\,ds}{r}\,d\sigma,$$

le signe Σ s'étendant à tous les éléments superficiels des conducteurs.

On en déduit

$$\frac{\partial^2 V}{dx^2} = -\frac{\partial}{dt}\sum i \frac{\partial}{dx}\left(\frac{1}{r}\right) ds\, d\sigma.$$

Mais on voit que

$$\frac{\partial}{dx}\left(\frac{1}{r}\right) = -\frac{\partial}{ds}\left(\frac{1}{r}\right).$$

Si donc on étend la sommation d'abord à tous les éléments d'un même courant ayant même projection $d\sigma$ sur le plan des yz, on aura à calculer

$$\int i \frac{\partial}{ds}\left(\frac{1}{r}\right) ds = -\int \frac{1}{r}\frac{\partial i}{ds} ds,$$

en intégrant par parties; ou à cause de l'équation (1)

$$\int i \frac{\partial}{dx}\left(\frac{1}{r}\right) ds = \int \frac{1}{r}\frac{\partial q}{dt} ds = \frac{\partial}{dt}\int \frac{q\, ds}{r};$$

d'où l'on déduit enfin, en prenant en considération tous les éléments $d\sigma$ et, par suite, la surface entière des conducteurs

$$\frac{\partial^2 V}{dx^2} = \frac{\partial^2}{dt^2}\sum \frac{q\, ds\, d\sigma}{r}.$$

Or, dans le système électromagnétique de mesures, le Σ du second membre est le quotient du potentiel par v^2, si v est le rapport des unités; on arrive donc à l'équation

$$v^2 \frac{\partial^2 V}{dx^2} = \frac{\partial^2 V}{dt^2},$$

qui exprime que le potentiel se propage le long des conducteurs avec la vitesse v.

Les conditions théoriques dans lesquelles on s'est placé sont nécessaires pour que les mots *vitesse de propagation le long d'un conducteur* aient un sens précis.

Cependant, si l'on considère une perturbation n'occupant qu'une petite longueur sur un conducteur courbe, l'axe des x sera remplacé par une courbe, et l'équation fondamentale devient $\frac{\partial V}{dx} = -\frac{\partial}{\partial t}\sum \frac{i\, ds \cos\varepsilon}{r}$; et l'on pourra dire encore que le potentiel se propage avec la vitesse v, si i s'annule dès que $\cos\varepsilon$ diffère de

l'unité, ou ε de zéro (ε est l'angle de dx et de ds), ce qui aura lieu si i, q, V n'ont de valeur appréciable que sur une petite longueur.

Il résulte, comme on sait, de l'équation ci-dessus, qu'une charge brusquement communiquée à un point d'un fil se propagera à droite et à gauche, avec la vitesse v, donnant lieu, si le fil n'est pas indéfini, à des réflexions aux extrémités. Si l'on considère seulement la propagation dans un seul sens, i et q sont des fonctions de $(s - vt)$ et l'on a immédiatement $i = vq$. Calculant alors les forces électriques et électromagnétiques en dehors du conducteur, on trouve pour les composantes de la première

$$X_e = 0, \qquad Y_e = -\frac{\partial V}{\partial y}, \qquad Z_e = -\frac{\partial V}{\partial z};$$

et pour la seconde

$$X_m = 0, \qquad Y_m = -q\frac{\partial V}{\partial z}, \qquad Z_m = q\frac{\partial V}{\partial y}.$$

Elles sont donc perpendiculaires aux génératrices et entre elles; la première est radiale, la seconde tangentielle, leur rapport est constant et égal à v. On retrouve ainsi des caractères communs à la théorie de Maxwell et à celle de Weber; et une vérification expérimentale qui ne porte que sur l'un de ces caractères (telles les dernières et belles recherches de M. Blondlot) ne peut être considérée comme un *experimentum crucis*.

Les deux théories ne conduisent pourtant pas à des solutions identiques; si l'on applique successivement ces deux hypothèses, dans la théorie de Maxwell, les deux forces sont nulles en un point extérieur au conducteur, tant que la charge n'a pas atteint la projection de ce point sur les génératrices; dans l'autre, les deux forces auraient une valeur différente de zéro, quelle que fût la position de la charge.

Le calcul ci-dessus n'est donc pas présenté dans le but de montrer que le choix entre les deux systèmes est indifférent, mais afin d'appeler l'attention sur la nécessité, dans l'état actuel de la Science ou plutôt de l'enseignement, de distinguer avec soin, parmi les faits expérimentaux, ceux qui sont inconciliables avec l'ancienne théorie.

SUR LE POUVOIR ROTATOIRE SPÉCIFIQUE DES CORPS ACTIFS DISSOUS;

PAR M. A. AIGNAN.

En 1815, Biot découvrit que l'essence de térébenthine a la propriété de dévier le plan de polarisation d'un faisceau lumineux se propageant à son intérieur. L'illustre physicien attribua le phénomène « aux actions successives des particules mêmes de l'essence ». Guidé en outre par certaines considérations théoriques, il fut conduit à faire porter l'étude de l'action des corps actifs, non pas sur la considération de la rotation ω donnée immédiatement par l'expérience, mais sur celle de l'expression

$$[\omega] = \frac{\omega}{l\varepsilon\delta},$$

où ω représente la rotation due à une colonne de dissolution de longueur l, de densité δ et de concentration ε. « Un caractère spécial de ce *pouvoir spécifique* $[\omega]$, dit Biot, caractère que sa définition exige et que l'expérience confirme, c'est de rester invariable sous toutes les influences qui modifient seulement les distances mutuelles des groupes moléculaires sans altérer leur constitution. »

A la suite d'expériences nombreuses, Landolt fut conduit à cette conclusion diamétralement opposée à celle de Biot, que l'on a pour tous les corps, sauf le sucre,

$$[\omega] = A + Bq + Cq^2,$$

q étant le *tant pour cent* de dissolvant contenu dans la dissolution active. Cette opinion fut généralement adoptée. La loi de Biot $[\omega] = \text{const.}$, m'a paru injustement condamnée. J'ai essayé de montrer qu'il était possible de la mettre en harmonie avec l'expérience, en invoquant, pour en développer les conséquences, au lieu de la théorie à juste titre discréditée des *combinaisons en proportions continûment variables,* le fait bien établi aujourd'hui de la dissociation au sein des dissolutions.

I. *Vérification directe de la loi* $[\omega] = \text{const.}$ — J'ai étudié tout d'abord la variation du pouvoir rotatoire spécifique du *téré-*

benthène et de l'*essence de térébenthine* examinés à des degrés très divers de dilution dans de nombreux dissolvants. Les nombres trouvés peuvent se diviser en trois groupes [1] :

1° Dans certaines huiles et dans le pétrole, $[\omega] = \frac{\omega}{l\varepsilon\delta}$ reste invariable, ou du moins ses variations sont très faibles, les écarts les plus considérables sont inférieurs aux écarts les plus petits que Landolt a publiés pour le même corps actif;

2° Dans certains dissolvants, tels que l'alcool, $[\omega]$ croît sensiblement avec la dilution;

3° Dans d'autres dissolvants, tels que le sulfure de carbone, $[\omega]$ décroît fortement avec la dilution.

Le camphre et quelques carbures actifs sur la lumière polarisée m'ont donné des résultats tout à fait analogues : il est permis de croire que tous les corps actifs se comporteraient de même.

Landolt, ayant observé que, pour tous les corps actifs (sauf le camphre), le pouvoir rotatoire augmentait à mesure que la dilution du composé dans un dissolvant quelconque devenait plus forte, avait pu en conclure assez judicieusement que cet accroissement de $[\omega]$ était dû uniquement à la dissolution. Il faut remarquer cependant que, si la variation de $[\omega]$ était produite par un simple écartement des molécules actives, on devrait trouver aux dilutions extrêmes des valeurs de $[\omega]$ très peu différentes pour un même corps actif observé dans des dissolvants divers. Or il est loin d'en être ainsi. Nos expériences montrent que le *sens* de la variation de $[\omega]$ et *sa valeur absolue* dépendent avant tout de la nature du dissolvant; ce qui nous permet de dire que le dissolvant modifie souvent la molécule du corps actif.

L'hypothèse qui s'impose à notre choix, à cause de sa simplicité, dans le cas de $m \frac{\omega}{l\varepsilon\delta}$ n'éprouve que des variations insensibles, est celle que Biot a énoncée jadis, celle qui consiste à admettre que la déviation élémentaire produite par chaque molécule active ne dépend pas de la distance qui sépare ces molécules actives

---

(1) *Voir*, pour les tableaux numériques, pour les détails d'expérience et pour les calculs, le Mémoire complet dans les *Mémoires de la Société des Sciences physiques et naturelles de Bordeaux*, t. III, série IV; 1893-94.

dans le milieu inerte où elles se trouvent. Et, quand nous observerons une variation de $\frac{\omega}{l\varepsilon\delta}$, il sera logique d'admettre avec Biot que cette variation indique une modification de la molécule active, c'est-à-dire une réaction chimique, qui altère les propriétés fondamentales du corps actif considéré.

II. *Vérification indirecte de la loi* $[\omega] =$ const. — Soient une dissolution de masse M et de densité δ renfermant une masse invariable P d'un corps actif de pouvoir rotatoire $[a]$ et des masses graduellement croissantes Q d'un corps inactif susceptible de se combiner avec le premier pour donner un composé actif de pouvoir rotatoire $[\alpha]$; désignons par n le rapport défini suivant lequel les deux corps se combinent et par ω la déviation que la dissolution considérée fait éprouver sous une épaisseur égale à l au plan de polarisation de la lumière. Il est aisé de démontrer que la variation de l'expression $\frac{M\omega}{Pl\delta}$ est reliée à celle de $\frac{Q}{P}$ par l'équation

$$\frac{M\omega}{Pl\delta} = [a] + \frac{[\alpha](n+1) - [a]}{n}\,\frac{Q}{P},$$

quand le corps actif est en excès. Au contraire, quand le corps inactif est en excès, on a

$$\frac{M\omega}{Pl\delta} = (n+1)[\alpha] = \text{const.}$$

Ainsi la variation de $\frac{M\omega}{Pl\delta} = \frac{\omega}{\varepsilon l\delta}$ est représentée par les ordonnées y des portions AB, BC de deux droites

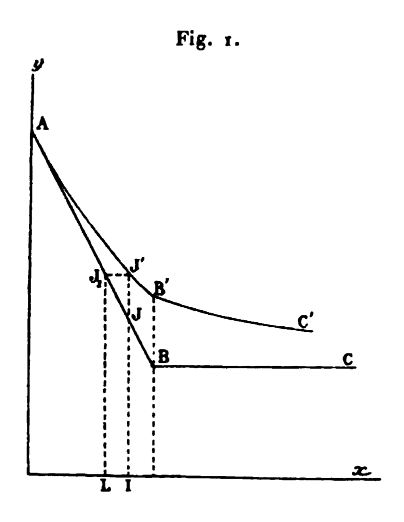
$$(y - d)(y + mx - p) = 0,$$

qui se coupent pour une valeur de l'abscisse $\frac{Q}{P} = n$.

Voilà ce que l'expérience doit montrer, quand on calcule le pouvoir rotatoire d'un corps dissous dont la molécule contracte en dissolution une *combinaison définie* qui n'éprouve aucune espèce de dissociation. Biot, n'ayant jamais pu constater expérimentalement l'existence de ces deux droites, en avait conclu qu'il se formait dans ces dissolutions des combinaisons en proportions continûment variables.

Mais, si le composé formé est partiellement dissocié en dissolution, à une valeur OI du rapport $\frac{Q}{P}$ correspond, non pas la valeur IJ de la quantité $[\omega] = \frac{M\omega}{Pl\delta}$, mais une valeur IJ′ plus grande, provenant d'une valeur $Q_1 < Q$ du corps inactif combiné. La

Fig. 1.



dissociation aura donc pour effet, dans la représentation graphique de la quantité $\frac{M\omega}{Pl\delta}$, de substituer à tout point des droites de Biot un point de même abscisse, mais d'ordonnée plus grande. Il est aisé de démontrer les théorèmes suivants :

Le poids de composé actif dissocié par dissolution est proportionnel à la différence entre la valeur du terme $[\omega] = \frac{M\omega}{Pl\delta}$ *que fournit l'expérience et celle que l'on trouverait s'il n'y avait pas de dissociation.*

A mesure que l'on étend une liqueur contenant des masses invariables de corps actif et de corps inactif, la masse de composé dissociée par une addition de dissolvant est proportionnelle à la variation observée du terme $[\omega] = \frac{M\omega}{Pl\delta}$.

Soit $[\omega_1]$ la valeur prise par l'expression quand le composé formé éprouve dans la dissolution une dissociation partielle. On

peut écrire évidemment

$$[\omega_1] = f([\omega], M);$$

$[\omega]$ est une certaine fonction des masses P et Q mises en présence; M est une fonction des masses P, Q et de la masse R de dissolvant entrant dans la liqueur. La fonction $f([\omega], M)$ renferme toutes les quantités fixes ou variables qui interviennent dans le problème. Donc, si l'on connaissait cette fonction f, on pourrait déduire des équations connues des deux droites de Biot les équations de la courbe ou des arcs de courbe qui en dérivent, et qui représentent la variation de $[\omega_1]$.

Examinons l'expression du coefficient angulaire de la tangente en un point de la courbe qui représente la variation de $[\omega_1]$; on a

$$\frac{\partial[\omega_1]}{\partial Q} = \frac{\partial f}{\partial[\omega]}\frac{\partial[\omega]}{\partial Q} + \frac{\partial f}{\partial M}\frac{\partial M}{\partial Q}.$$

Pour un point β' d'abscisse inférieure à celle de B', on a

$$\frac{\partial[\omega]}{\partial Q} = m,$$

m étant le coefficient angulaire de la droite AB. Donc, pour un pareil point, il vient

$$\frac{\partial[\omega_1]}{\partial Q} = m\frac{\partial f}{\partial[\omega]} + \frac{\partial f}{\partial M}\frac{\partial M}{\partial Q}.$$

Pour un point γ' d'abscisse supérieure à celle de B', on a

$$\frac{\partial[\omega]}{\partial Q} = 0,$$

puisque la droite BC, représentant la variation de $[\omega]$, lorsque Q croît, est parallèle à l'axe des abscisses. L'expression de $\frac{\partial[\omega_1]}{\partial Q}$ se réduit alors à $\frac{\partial f}{\partial M}\frac{\partial M}{\partial Q}$. Or la continuité des phénomènes de dissociation doit nous faire supposer que la fonction f est continue ainsi que ses dérivés. Il s'ensuit que pour deux points tels que β' et γ', infiniment voisins de part et d'autre de B', l'expression $\frac{\partial f}{\partial M}\frac{\partial M}{\partial Q}$ a sensiblement la même valeur. La différence des coefficients angu-

laires des tangentes en ces deux points est donc $m\frac{\partial f}{\partial[\omega]}$, et comme, en général, $\frac{\partial f}{\partial[\omega]}$ n'est pas nul, on voit que les deux tangentes doivent faire entre elles un angle déterminé. Nous pouvons donc énoncer la proposition suivante :

La courbe figurant la variation du terme $[\omega]=\frac{M\omega}{Pl\delta}$, *dans des liqueurs renfermant sous une masse* M *invariable, une masse fixe* P *d'un corps actif et des masses graduellement croissantes* Q *d'un corps inactif susceptible de se combiner avec le corps actif, présente un point anguleux correspondant à la dissolution qui contient les masses des deux corps dans les proportions où ils s'unissent pour former un composé défini.*

De plus, *les deux arcs* AB′, B′C′ *sont respectivement tangents aux deux droites de Biot* (¹).

J'ai vérifié ces conséquences par de très nombreuses expériences, exécutées en prenant comme corps actif le sucre, comme corps inactif la potasse, et comme dissolvant l'eau. Les diverses séries de mesures correspondent à des valeurs de M comprises entre 1000^{gr} et 8000^{gr}, avec $P=342^{gr}$, soit une molécule de sucre. Pour $M\geqq 2000^{gr}$, les courbes présentent un point anguleux correspondant à $Q=2$ molécules de potasse.

Remarque. — La variation de la rotation ω, à mesure que varie le rapport $\frac{Q}{P}$, est représentée également par deux arcs de courbe qui se coupent en un point ayant même abscisse que le point d'intersection des deux droites de Biot.

La loi de Biot $[\omega]=$ const., nous permettra, dans ces conditions, d'interpréter d'une manière simple des mesures sur le pouvoir rotatoire des corps actifs dissous, qui, dans toute autre hypothèse, paraîtraient obscures ou contradictoires.

III. *Application des principes qui précèdent à la discussion*

(¹) Quand il se forme successivement plusieurs composés dans la dissolution, on a une série d'arcs de courbes correspondant à une série de droites analogues aux deux droites de Biot.

des expériences de Biot et des expériences de M. Gernez. — 1° Biot, étudiant l'acide tartrique dissous dans l'eau, trouva que les résultats de l'expérience étaient représentés par la formule

$$[\omega] = A + Be,$$

dans laquelle *e* représente la proportion d'eau.

Si l'on admet que la molécule d'acide tartrique $C^4H^6O^6$ existe en dissolution à l'état de molécule double $(C^4H^6O^6)^2$ partiellement dissociée, ou bien encore si l'on suppose que l'acide tartrique forme en dissolution un hydrate $C^4H^6O^6 + 2H^2O$ partiellement dissocié, on explique très simplement les résultats trouvés par Biot.

Dans le cas de la première hypothèse, ces résultats conduisent à énoncer le théorème suivant :

La proportion de composé $(C^4H^6O^6)^2$ *dissocié par dissolution est égale à la proportion e de dissolvant dans la liqueur examinée.*

Cette hypothèse nous a paru préférable à la deuxième, parce qu'elle s'accorde avec un certain nombre de faits déjà connus. De plus, ayant calculé la *pression osmotique* d'une telle dissolution, le résultat du calcul s'est trouvé conforme à la détermination expérimentale, ce qui n'a pas eu lieu pour la pression osmotique calculée dans l'hypothèse de l'hydrate $C^4H^6O^6 + nH^2O$ partiellement dissocié (1).

2° Après avoir complété par des expériences nouvelles les recherches de Biot sur la variation du pouvoir rotatoire de l'acide tartrique dissous dans l'eau en présence de la soude, j'ai pu vérifier que la courbe représentant la variation de $[\omega] = \frac{M\omega}{Pl\delta}$ présentait un premier point anguleux correspondant à la formation du bitartrate et un deuxième point anguleux correspondant au tartrate neutre (2).

3° Enfin la discussion des expériences de M. Gernez sur les variations que le pouvoir rotatoire de l'acide malique éprouve en

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXII.
(2) *Ibid.*

présence des phosphomolybdates alcalins m'a fourni des résultats analogues.

Remarque. — Il est certain que l'acide tartrique et l'acide malique dissous, surtout quand on les met en présence de composés aussi complexes que les phosphomolybdates, donnent des résultats compliqués. Je n'ai pas choisi ces exemples pour établir les principes énoncés plus haut, mais j'ai essayé de prouver que ces principes, qui découlent immédiatement de la loi de Biot $[\omega] = \text{const.}$, permettent d'expliquer d'une façon rationnelle des faits considérés jusqu'à présent comme infirmant cette loi même.

IV. *Sur la loi de dissociation par dissolution.* — L'étude de la variation avec la dilution du pouvoir rotatoire d'un composé actif dissous permettra d'aborder par une méthode nouvelle l'examen de la loi de dissociation par dissolution. Nous avons vu plus haut que, pour chaque liqueur examinée, le poids de composé dissocié est proportionnel à la différence entre le terme $[\omega] = \frac{M\omega}{Pl\delta}$ observé et l'ordonnée correspondante de la droite de Biot. J'ai indiqué dans mon Mémoire comment on pouvait, par deux méthodes distinctes, déterminer cette droite de Biot; j'ai fait voir, par l'examen d'un cas particulier, que les deux méthodes donnaient des résultats absolument concordants. D'autre part, le coefficient de proportionnalité, qui rattache à $\Delta[\omega]$ le poids de composé dissocié, est aisé à calculer.

On pourrait évidemment développer des considérations analogues à celles qui font l'objet de ce travail au sujet d'une autre propriété moléculaire des composés dissous; on pourrait considérer, par exemple, la variation des indices ou des pouvoirs réfringents, des conductibilités électriques, des pouvoirs rotatoires magnétiques, etc. Mais il faut remarquer que l'expérience fournira des résultats beaucoup plus nets dans le cas du pouvoir rotatoire. Cette propriété moléculaire, en effet, appartenant seulement à un ou deux corps de la dissolution et à des degrés en général tout à fait différents, décèlera avec une grande précision les moindres changements survenus dans les combinaisons actives considérées. Il en serait tout autrement pour une autre propriété moléculaire.

J'ai appliqué cette méthode à l'étude de la dissociation du sucrate de potasse dissous dans l'eau. Désignons par C_1 le nombre des molécules-grammes de sucrate de potasse non dissocié, par C_2 le nombre de molécules de potasse KOH mises en liberté par dissociation :

1° Quand le sucre et la potasse sont en dissolution dans le rapport qui permet la saturation exacte (*une* molécule de sucre pour *deux* molécules de potasse), les nombres trouvés satisfont à la loi de Van t'Hoff sur les équilibres chimiques

$$\frac{C_1^{n_1}}{C_2^{n_2}} = \text{const.},$$

en prenant $n_1 = 1$, $n_2 = 1,8$. Le rapport a varié entre 2,03 et 2,27, tandis que le nombre des molécules d'eau mises en présence d'une molécule de potasse a varié de 84 à 420. Si l'on remarque de plus que les diverses valeurs du rapport $\frac{C_1^{n_1}}{C_2^{n_2}}$ ont été obtenues par des calculs assez longs, qui s'appuient sur des déterminations expérimentales nombreuses, et que, d'autre part, les écarts ne présentent pas de loi systématique, il en résulte que l'accord avec la formule exponentielle est aussi satisfaisant qu'on pouvait l'espérer;

2° Quand le sucre est en excès par rapport à la potasse, les résultats paraissent tous différents. L'étude de dissolutions renfermant, pour *une* molécule de sucre, *une* seule molécule de potasse a montré que l'équilibre est atteint dès que la liqueur renferme *par litre* une masse fixe C_2 de potasse non combinée, égale sensiblement à $3^{gr},5$. Il en est ainsi dans nos expériences quand la liqueur renferme, pour une molécule de sucre et de potasse, un nombre de molécules d'eau H^2O variant de 80 à 480.

Dans ce dernier cas, les dissolutions de sucrate de potasse présentent une loi de dissociation identique à celle qu'a trouvée M. Ditte, en étudiant la décomposition par l'eau du sulfate neutre de mercure.

Biot attachait une importance considérable à l'étude des corps actifs dissous, car il pensait que l'examen au polarimètre de sem-

blables dissolutions permettrait d'en effectuer l'analyse *qualitative* et *quantitative,* et de déterminer les « états d'équilibre ou de mouvement », les *équilibres chimiques,* des composés en présence dans les liqueurs examinées.

CONTRIBUTION A L'ÉTUDE DES ÉGALISEURS DE POTENTIEL;

PAR M. G. GOURÉ DE VILLEMONTÉE.

On emploie généralement pour mesurer le potentiel en un point de l'air et pour égaliser les potentiels des couches d'air qui recouvrent l'intérieur d'un conducteur et l'extérieur d'un autre conducteur l'une des deux méthodes suivantes : 1° Apports successifs d'une balle mobile au potentiel zéro à l'intérieur du premier conducteur et contact de la balle avec l'électrode d'un électromètre ou un talon métallique relié par un fil au second conducteur; 2° écoulement de limaille ou de gouttes liquides d'un vase relié au premier conducteur à travers un tube en communication métallique avec le second.

Le principe de ces méthodes a été souvent l'objet de discussions théoriques et rarement le sujet de vérifications expérimentales. J'ai cherché dans quelles limites l'égalisation du potentiel de deux conducteurs de même nature peut être réalisée par ces procédés.

I. Méthode des déplacements d'une balle mobile.

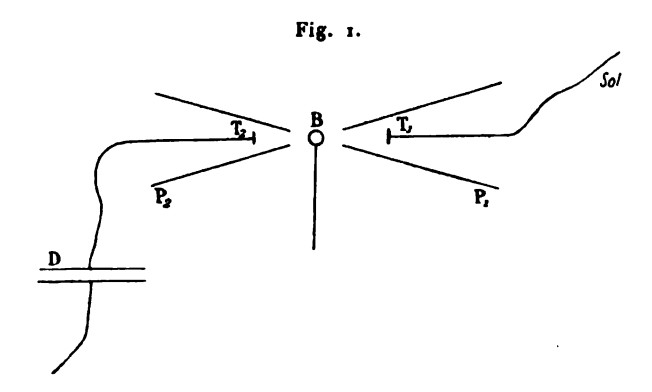
Les potentiels à égaliser étaient les potentiels des couches d'air qui recouvrent : 1° les faces internes d'un tronc de pyramide en cuivre P_2 ; 2° la surface d'un disque de cuivre D.

Je cherche à obtenir l'égalisation par les contacts alternatifs d'une balle de cuivre isolée B : 1° avec un premier talon T_1, relié au sol, maintenu à l'intérieur d'un tronc de pyramide cuivré intérieurement P_1 en communication avec le sol; 2° avec un second talon T_2 isolé relié au disque D et maintenu par des supports isolants à l'intérieur du tronc de pyramide P_2 porté à un potentiel V. Les pièces de cuivre ont été recouvertes d'un dépôt électrolytique de cuivre. La différence de potentiel, au contact des conducteurs

était nulle (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXV, p. 727. — *Journal de Physique*, 3ᵉ série, t. II, p. 213).

L'expérience était disposée comme l'indique sommairement la *fig.* 1. La balle mobile fixée à l'extrémité d'une baguette de verre

Fig. 1.



était entraînée par la tige d'un métronome. Une fente pratiquée dans l'une des faces de chacun des troncs de pyramide laissait passer le support de la balle sans contact et lui permettait de butter contre les talons.

Dans ces conditions, l'égalisation de potentiel cherchée n'a pas pu être obtenue.

Dans une seconde série d'expériences le talon T_2 a été relié directement à la feuille d'or d'un électromètre Hankel et j'ai cherché à obtenir la même déviation : 1° par charge de l'électromètre à l'aide des battements de la balle mobile contre le talon T_2 ; 2° par communication directe de la feuille de l'électromètre avec le tronc de pyramide P_1. La première déviation a toujours été beaucoup inférieure à la seconde, et les résultats ont été très variables.

La conclusion des expériences a été la suivante :

1° Nécessité de réduire la capacité de l'appareil de charge au minimum ;

2° Nécessité d'employer un nombre de contacts de la balle mobile bien supérieur à celui que l'on peut réaliser avec un métronome ;

3° Nécessité de supprimer la tige isolante soutenant la balle des contacts : cette condition est la plus importante. L'électrisation du support isolant de la balle au moment de la pose, ou l'électrisation de cette même tige, au moment des battements dans l'air, détermine rapidement une charge de l'électroscope, lorsque toutes les pièces métalliques sont au potentiel zéro, et rend toutes les mesures illusoires.

II. Égaliseurs de potentiel par écoulement.

Les conditions imposées par la discussion précédente sont réalisées dans les égaliseurs de potentiel par écoulement beaucoup plus souvent employés ; mais, dans ce cas, on se borne généralement à étendre des théorèmes, démontrés pour des corps conducteurs de forme invariable, à des liquides qui coulent à l'intérieur de tubes mauvais conducteurs et qui se séparent en gouttes dans un gaz. Les expériences suivantes ont eu pour objet : 1° de réaliser un appareil à gouttes dans lequel tout frottement sur un corps mauvais conducteur et toute déformation du corps en mouvement sont évités ; 2° de vérifier avec cet appareil la possibilité d'égaliser le potentiel d'un vase et d'un tronc de pyramide de même métal, pour l'écoulement de la grenaille de ce métal à travers le tronc de pyramide ouvert aux deux bases. Le vase en forme d'entonnoir est terminé par un tube dont l'extrémité s'ouvre à l'intérieur d'un tronc de pyramide. Aucun contact n'existe entre l'entonnoir et le tronc de pyramide. Les dimensions ont été choisies de manière à éviter les chocs de la grenaille contre les parois au moment de l'écoulement, et à voir l'extrémité de l'entonnoir sous le plus petit angle possible depuis les bases. Un bouchon de cuivre mû à distance par un manche isolant permet de vider l'entonnoir au moment où l'on veut observer les effets de l'écoulement. L'entonnoir posé sur trois cales isolantes est relié au plateau inférieur d'un condensateur dont le plateau supérieur est maintenu en communication avec le sol. Un jeu de commutateurs permet d'établir et de supprimer la communication de l'entonnoir avec le plateau inférieur du condensateur, d'établir la communication du plateau inférieur avec la feuille d'or d'un électromètre très sensible de Hankel et de mesurer la charge.

L'entonnoir, le tronc de pyramide, les grains de plomb, les plateaux du condensateur ont été recouverts d'un dépôt électrolytique de cuivre (*Comptes rendus, loc. cit.*). Une dérivation prise sur le circuit d'une pile constante permet de porter la pyramide ou l'un des plateaux du condensateur à un potentiel donné, disposition développée (*Journal de Physique*, 3e série, t. II, p. 213). Tout l'appareil est monté à l'intérieur de caisses dont les parois sont couvertes de feuilles d'étain reliées au sol.

On vérifie avant et après chacune des séries d'expériences que le déplacement des plateaux du condensateur et le jeu des commutateurs ne déterminent aucune charge : 1° dans le cas où l'entonnoir est vide; 2° dans le cas où l'entonnoir rempli de grenaille est vidé à travers le tronc de pyramide maintenu au sol.

Deux méthodes ont été successivement suivies :

1. *Méthode d'opposition.* — 1° On charge le condensateur par l'écoulement de la grenaille à travers la pyramide maintenue au potentiel V et l'on détermine la déviation de la feuille de l'électromètre, lorsqu'on soulève le plateau supérieur du condensateur et établit la communication du plateau inférieur du condensateur avec la feuille de l'électroscope; 2° on cherche la différence de potentiel empruntée à une dérivation OS qu'il faut intercaler entre l'entonnoir et le condensateur pour rendre nulle la charge du condensateur par le jeu de l'écoulement de la grenaille à travers la pyramide au potentiel V. La différence de potentiel ajoutée est égale et de signe contraire à la différence de potentiel produite par l'écoulement de la grenaille. La disposition de l'expérience est indiquée sur la *fig.* 2.

Les résultats ont été :

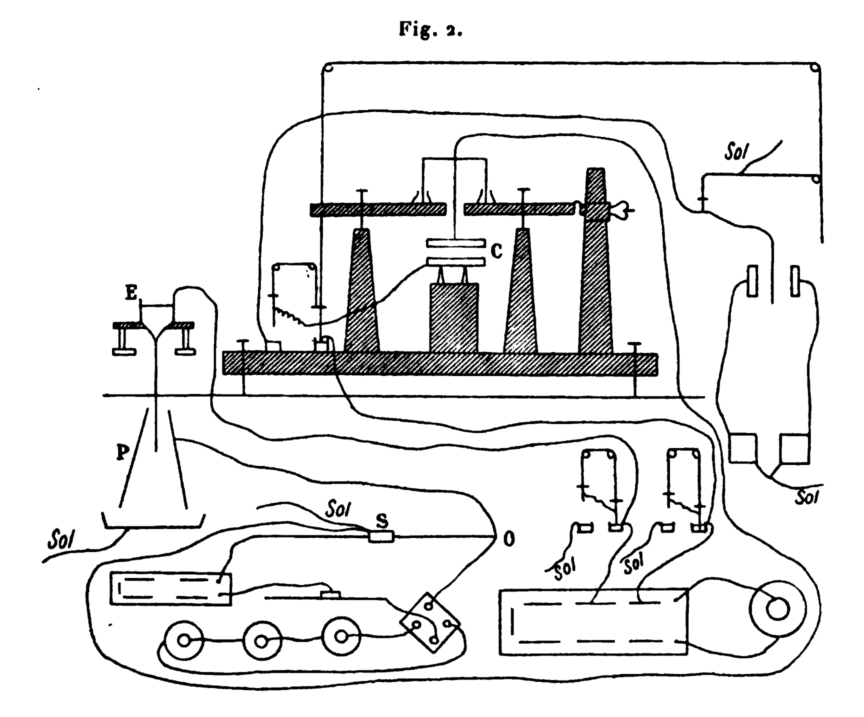
Potentiel V du tronc de pyramide.	Différence de potentiel intercalée entre l'entonnoir et le condensateur.
$+0^{\text{volt}},2$	$-0^{\text{volt}},19$
$+0^{\text{volt}},2$	$-0^{\text{volt}},21$

L'approximation des mesures ne pouvant pas dépasser $0^{\text{volt}},01$, les écarts sont dans les limites des erreurs d'observation.

L'avantage de la méthode est l'élimination de la capacité du condensateur, l'inconvénient est la nécessité d'employer deux dé-

rivations, d'augmenter le nombre des commutateurs et des supports isolants, dont le maniement est l'une des plus grandes causes

Fig. 2.



d'erreur des expériences d'électricité statique. Les inconvénients sont plus grands que l'avantage cherché.

2. *Méthodes des charges alternatives.* — La méthode suivante permet d'employer une seule dérivation et de conserver au condensateur une capacité constante pendant toute l'expérience.

La disposition de l'appareil est représentée par la *fig.* 3, dans laquelle E est l'entonnoir, P le tronc de pyramide, C le condensateur, OS un fil de platine tendu entre les extrémités duquel on établit avant chaque expérience une différence de potentiel constante de un L. Clark, $1^{volt},435$.

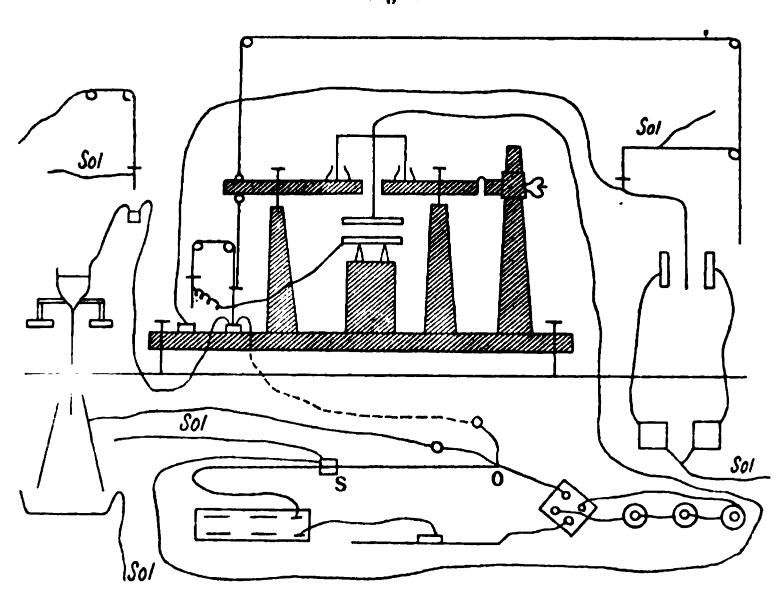
On effectue les trois opérations suivantes :

1° Mesure de la charge prise par le condensateur porté au potentiel V par communication directe : le condensateur séparé

du vase d'écoulement E est relié à l'extrémité O de la dérivation et porté au potentiel V. On soulève le plateau supérieur, un jeu de commutateurs rompt la communication avec O, isole la feuille de l'électromètre, établit la communication du plateau inférieur



Fig. 3.



avec la feuille de l'électromètre. La déviation est mesurée comme il a été dit antérieurement (*Journal de Physique,* 3ᵉ série, t. II, *loc. cit.*).

2° Mesure de la charge du condensateur par le jeu de l'écoulement de la grenaille cuivrée à travers la pyramide au potentiel V.

Le plateau supérieur du condensateur est replacé dans la position primitive en abaissant la bascule qui le supporte; la feuille d'or de l'électromètre, l'entonnoir relié au plateau inférieur du condensateur et la pyramide sont mis en communication avec le sol; l'ouverture de l'entonnoir est fermée par un bouchon en cuivre qu'il est possible de retirer à distance par une tige de cuivre fixée à un support isolant. On remplit l'entonnoir de grenaille, et l'on effectue dans l'ordre indiqué les trois opérations suivantes : 1° on supprime la communication de la pyramide avec

le sol, et l'on en établit la communication avec l'extrémité O de la dérivation; 2° on retire le bouchon qui retient la grenaille dans l'entonnoir; 3° on supprime la communication de l'entonnoir et du plateau inférieur du condensateur avec le sol. On maintient la communication de l'entonnoir avec le plateau inférieur du condensateur. Lorsque l'écoulement a duré pendant un temps suffisant observé sur un compteur et avant que l'entonnoir soit vidé, on rompt la communication du condensateur avec l'entonnoir, on soulève le plateau supérieur et l'on établit la communication du plateau inférieur avec la feuille d'or de l'électromètre isolé. Le jeu des pièces qui se commandent permet d'effectuer ces différents mouvements en une fraction de seconde. La déviation de la feuille de l'électromètre est observée comme dans la première opération.

3° On répète la première détermination : mesure de la charge du condensateur porté au potentiel V par communication directe.

L'égalité des déviations observées dans la première et la troisième opération vérifie la constance de la capacité du condensateur pendant les trois opérations, condition sans laquelle le nombre de la seconde opération serait indéterminé.

Les résultats des expériences sont résumés dans le Tableau suivant, où les déviations sont évaluées en divisions du micromètre :

Potentiel de charge du condensateur ou de la pyramide.	Déviation de la feuille de l'électromètre par décharge du condensateur chargé		Différences.
	par contact.	par écoulement.	
volt	div	div	div
−0,1 ...	− 9,7	− 9,5	+0,2
+0,1 ...	+ 11	+ 11	0
−0,2 ...	− 20	− 20	0
+0,2 ...	+ 24	+ 24	0
−0,3 ...	− 30	− 30	0
+0,3 ...	+ 30	+ 30	0
−0,4 ...	− 40	− 40	0
+0,4 ...	+ 50	+ 50	0
−0,6 ...	− 52	− 52	0
+0,6 ...	+ 70	+ 70	0
+0,8 ...	+110	+110	0
+1	+120	+120	0

L'erreur de lecture est inférieure à une demi-division. Une différence de potentiel de $0^{volt},1$ produit une déviation de 10 divisions, l'erreur absolue dans les mesures est $0^{volt},005$.

L'égalité des nombres de la deuxième et de la troisième colonne montre l'identité des charges prises par contact et par écoulement.

Les durées de charge du condensateur par écoulement de la grenaille ont varié de quinze secondes à une minute. Dans ces limites la charge est indépendante de la durée de l'écoulement, l'état permanent est atteint.

L'égalité des charges et, par suite, des potentiels, par contact et par écoulement, exige la réalisation des conditions suivantes :

1° Égalité de potentiel au contact des plateaux du condensateur, de la grenaille cuivrée, des faces internes du tronc de pyramide et de la pointe par laquelle la grenaille sort du vase, condition réalisée par l'emploi des dépôts électrolytiques (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences, loc. cit.*). Toute altération superficielle des faces internes du tronc de pyramide par dépôt de poussières ou de fumée détermine une charge du condensateur par le jeu de l'écoulement à travers la pyramide au potentiel zéro. Un lavage à l'alcool suffit pour rétablir les surfaces dans l'état primitif si l'altération n'est pas chimique.

Le condensateur est chargé par écoulement de grenaille cuivrée à travers la pyramide en cuivre, lorsqu'on remplace la pointe de cuivre de l'entonnoir par une pointe de laiton.

2° Contact de la grenaille avec l'entonnoir à la sortie, sans choc contre les parois. Pour assurer le contact des grains avec l'entonnoir au point où la grenaille s'échappe de l'entonnoir, le tube avait été fendu et les bandes de cuivre ainsi formées avaient été repliées horizontalement de manière à laisser entre les bandes des ouvertures de passage. Le choc des grains contre les bandes ainsi repliées, au moment de l'écoulement à travers la pyramide au potentiel zéro, détermine une charge variable du condensateur. La charge cesse lorsque les bandes de cuivre redressées sont rapprochées verticalement, de manière à assurer le contact des grains avec l'entonnoir sans changement brusque de vitesse.

3° Stabilité parfaite du vase d'écoulement et des cales sur lesquelles il est placé.

Toute déformation des cales et tout glissement produisent une charge au moment de l'écoulement des grains à travers la pyramide maintenue au potentiel zéro.

La communication de la pyramide avec la dérivation a été établie quelques secondes avant le début de l'écoulement et suspendue quelques secondes après la mesure de la charge du condensateur, afin d'éviter toute électrisation persistante des supports ou de la couche d'air à l'intérieur de la pyramide. L'inversion du courant produit alors l'inversion de charge, comme il est indiqué dans le Tableau.

La conclusion est la suivante : *L'égalisation de potentiel d'un tube et d'un récipient de même métal, rempli de grenaille de ce métal, peut être obtenue en faisant écouler du récipient, à travers le tube, de la grenaille du métal.*

III. Expérience de vérification.

Dans toutes les expériences précédentes la différence de potentiel au contact des conducteurs employés était nulle.

D'après l'énoncé précédent, il doit être possible d'établir entre les couches d'air qui recouvrent deux métaux différents, par écoulement de grenaille de l'un, à travers un tube formé avec l'autre, la même différence de potentiel qu'en réunissant ces deux métaux par un fil métallique, tous les points étant à la même température.

Cette conséquence a été vérifiée par l'expérience suivante : Des plaques de cuivre ont été recouvertes d'un dépôt de zinc assez mince pour voir le cuivre sous-jacent. La différence de potentiel entre cette couche de zinc exposée à l'air pendant plusieurs semaines et le cuivre de l'un des plateaux du condensateur a été trouvée égale à $0^{\text{volt}},420$ au moment des expériences de vérification rapportées ici. Deux troncs de pyramide semblables ont été construits, l'un avec les lames recouvertes de zinc, l'autre avec les lames cuivrées de l'expérience précédente, les faces recouvertes de dépôts galvaniques étant disposées à l'intérieur. J'ai fait écouler de la grenaille de plomb cuivrée à travers les deux troncs de pyramide montés successivement comme il a été dit précédemment. La charge du condensateur par le jeu de l'écoulement à travers la pyramide cuivrée a été nulle. La charge du con-

densateur par le jeu de l'écoulement à travers la pyramide recouverte de zinc a produit une déviation de 50^{div} du micromètre.

La charge du condensateur a été annulée en portant le tronc de pyramide recouvert de zinc à un potentiel de — $0^{volt},420$ par une dérivation prise sur le circuit d'éléments Daniell, comme il a été dit, valeur trouvée pour la différence de potentiel des couches d'air qui recouvrent des lames de cuivre et de zinc en contact.

WIEDEMANN'S ANNALEN.

T. XLVIII, XLIX et L; 1893.

Physique moléculaire. — Acoustique.

W. VOIGT. — Mesure des constantes élastiques du chlorate de soude, t. XLIX, p. 719-723.

Un cylindre de chlorate de soude dont l'axe est dans le plan de l'une des faces cubiques se *dilate* transversalement quand on l'étire. M. Voigt cherche à rattacher ce fait aux propriétés piézo-électriques remarquables du chlorate de soude.

A. SELLA et W. VOIGT. — Observations sur l'élasticité de rupture du sel gemme, t. XLVIII, p. 636-656.

W. VOIGT. — Quelques observations sur l'élasticité de rupture du sel gemme par la torsion, *ibid.*, p. 657-662.

W. VOIGT. — Observations sur l'élasticité de rupture du quartz et du spath fluor, *ibid.*, p. 663-673.

La traction qu'il faut exercer sur un prisme rectangulaire de sel gemme pour en provoquer la rupture dépend non seulement de la direction dans laquelle s'exerce la traction, mais encore, résultat assez inattendu, de la direction des faces latérales du prisme; par exemple, la traction nécessaire pour rompre le prisme est, à section égale, plus forte dans le rapport 1,6 quand les faces latérales, au lieu d'être parallèles aux faces du cube, font avec celles-ci des angles de 45°. Les auteurs pensent qu'on pourrait

expliquer cette singularité en admettant qu'un filet de la couche superficielle est toujours plus fragile qu'un filet de même section pris dans l'intérieur, et cela dans un rapport qui dépend de l'orientation des faces. On comprendrait alors que la rupture se produisant d'abord dans la couche superficielle, puis dans la nouvelle couche superficielle mise à nu par la rupture de la première, atteignît progressivement le centre; la valeur de la traction employée nous renseignerait sur une propriété *superficielle,* non sur une propriété *solide.*

Les tractions (en grammes par millimètre carré) ont varié suivant l'orientation des trois faces du prisme de 470^{gr} à 2240^{gr}; une flexion du prisme soumis à la traction ne paraît pas modifier notablement la valeur de la traction de rupture.

Des expériences sur la rupture du sel gemme par torsion n'ont pas apporté de nouvel éclaircissement à la question : la rupture ne se produit que pour des valeurs du couple de torsion très supérieures à celles qu'on aurait déduites des expériences de traction.

Le quartz et surtout le spath fluor fournissent des résultats bien moins réguliers que le sel gemme, quand on compare entre elles les expériences relatives à des prismes de *même* orientation : l'influence de l'orientation des faces latérales est cependant manifeste. Les tractions de rupture du quartz varient de 16300^{gr} à 12550^{gr} par millimètre carré; celles du spath fluor de 4660^{gr} à 2210^{gr}.

W. VOIGT. — **Mesure des constantes élastiques de quelques métaux quasi isotropes à l'aide de vibrations lentes de verges, t. XLVIII, p. 674-707.**

M. Voigt mesure les durées de vibration d'un même prisme fléchi ou tordu. Il emploie pour produire ces vibrations les appareils qui ont été sommairement décrits dans un Mémoire antérieur sur l'élasticité résiduelle (1). On voudra bien remarquer que ce dernier phénomène, ainsi que les résistances diverses qui s'opposent au mouvement vibratoire, ne modifient pas sensible-

(1) Voir *Journal de Physique,* 3e série, t. I, p. 515.

ment la durée de vibration et agissent surtout en introduisant un décrément logarithmique. C'est ce décrément logarithmique que M. Voigt avait étudié dans le Mémoire auquel nous venons de faire allusion.

Voici les résultats obtenus par M. Voigt :

	$\alpha = \frac{1}{E}$.	β.	μ.
Aluminium	$1{,}55.10^{-12}$	$0{,}425.10^{-12}$	0,274
Bronze (1)	0,963	0,292	0,303
Cadmium	1,44	0,638	0,443
Fer	0,795	0,182	0,229
Or	1,345	0,445	0,339
Cuivre	0,940	0,126	0,134 (?)
Magnésium	2,39	0,589	0,246
Laiton (2)	1,11	0,274	0,247
Nickel	0,501	0,151	0,301
Argent	1,31	0,414	0,316
Acier	0,490	0,132	0,269
Bismuth	3,20	0,92	0,287
Zinc	0,989	0,326	0,330
Étain	1,89	1,07	0,566 (?)

Les nombres relatifs à l'étain ne peuvent être rigoureux, car alors l'étain se dilaterait par la compression. On remarquera aussi que la valeur de μ relative au cuivre est singulièrement petite. De nouvelles expériences sur ces deux corps paraissent s'imposer.

W. VOIGT. — Sur une loi de Wertheim relative à l'élasticité des corps solides, t. XLIX, p. 396-400.

Wertheim (3) avait annoncé que le quotient $\frac{E}{A^7}$ du coefficient d'élasticité E d'un métal par la septième puissance du nombre A d'atomes par unité de longueur est constant. En réalité, les nombres de Wertheim lui-même montrent cette quantité variable dans le rapport de 1 à 2,6.

(1) Cuivre 88, étain 12.
(2) Cuivre 60, zinc 40.
(3) WERTHEIM, *Ann. de Ch. et de Phys.*, 3e série, t. XII, p. 385.

M. Voigt étudie les quotients $\frac{E}{A^6}$ ou, ce qui revient au même, $E\left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2$, δ désignant la densité, γ le poids atomique. Si l'on admet : 1° que les attractions des atomes situés de part et d'autre d'un plan de séparation à des distances du second ordre de grandeur n'interviennent que pour une quantité infiniment petite dans l'attraction totale des masses situées de part et d'autre de ce plan; 2° que l'attraction de deux molécules est représentée par une force proportionnelle au produit de leurs masses et à une fonction de la distance qui demeure la même quelle que soit la nature des molécules, M. Voigt démontre que l'on aurait $E\left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2 = \text{const.}$ Pour les métaux qu'il a étudiés dans le Mémoire ci-dessus, le carré m^2 des masses varie à peu près dans le rapport de 100 à 1, tandis que $E\left(\frac{\delta}{\gamma}\right)^2$ ne varie que dans le rapport de 1 à 2,45.

W. VOIGT. — Mesure des constantes de la dilatation thermique et de la pression thermique de quelques métaux quasi isotropes, t. XLIX, p. 697-708.

W. VOIGT. — Les chaleurs spécifiques c_p et c_v de quelques métaux quasi isotropes, *ibid.*, p. 709-718.

Si l'on veut rechercher des relations générales entre les constantes spécifiques des corps, il y a un grand intérêt à ce que ces diverses constantes soient déterminées sur un *même* échantillon, non sur des échantillons de provenance, de composition chimique et de propriétés diverses, comme cela arrive infailliblement quand on compare les constantes obtenues par divers expérimentateurs. Après avoir déterminé le frottement intérieur et les constantes élastiques de divers métaux, M. Voigt emploie aujourd'hui *les mêmes échantillons* de ces métaux pour rechercher leurs constantes thermiques.

Il mesure les dilatations linéaires à l'aide d'un appareil déjà décrit sommairement dans ce recueil (¹); et, connaissant maintenant les deux constantes élastiques α et β et le coefficient de dilatation linéaire a, il en déduit sans peine le coefficient de pression

(¹) Voir *Journal de Physique*, 3ᵉ série, t. I, p. 539.

thermique q, c'est-à-dire la pression uniforme qu'il faudrait exercer à la surface du corps pour s'opposer à la variation de volume produite par une élévation de température de 1°.

M. Voigt mesure ensuite la chaleur spécifique c_p sous pression constante par la méthode des mélanges, et à l'aide d'un dispositif analogue à celui de Neumann. Il obtient c_v par la relation

$$c_v = c_p - \frac{3qaT}{A\delta}, \tag{1}$$

dans laquelle T est la température absolue, A l'équivalent mécanique de la chaleur, δ la densité. Enfin il calcule les vitesses de propagation du son par ondes longitudinales V et par ondes transversales V'. Toutes ces données sont réunies dans le Tableau suivant :

Métal.	δ.	a.	q.	c_p.	$\frac{c_p}{c_v}$.	V.	V'.
Aluminium ...	2,676	$2{,}306.10^{-5}$	$3{,}29.10^7$	0,2145	1,0295	$5{,}5.10^5$	$3{,}07.10^5$
Bronze	8,731	1,775	4,68	0,0874	1,0237	4,02	2,14
Cadmium	8,665	2,47	?	0,0549	?	5,19	1,66
Fer	7,188	1,161	2,70	0,1159	1,0081	4,51	2,66
Or	19,28	1,414	3,11	0,0303	1,0162	2,40	1,20
Cuivre	8,860	1,709	2,48	0,0923	1,0114	3,53	2,30
Magnésium ...	1,741	2,605	2,15	0,246	1,0285	5,35	3,10
Laiton	8,438	1,865	3,33	0,917	1,0177	3,58	2,07
Nickel	8,795	1,315	6,60	0,1084	1,0198	5,53	2,94
Argent	10,493	1,925	4,01	»	1,0288	3,21	1,66
Acier	7,822	1,147	4,90	0,1138	1,0138	5,62	3,18
Bismuth	10,05	1,367	1,00	0,0304	1,0098	2,02	1,09
Zinc	7,212	2,51	7,45	0,0916	1,063	4,55	2,30
Étain	7,328	2,22	?	0,05515	?	?	?

L. AUSTIN. — **Recherches expérimentales sur le résidu élastique d'allongement et de torsion des métaux, t. I, p. 659-677.**

Expériences réalisées (dans la tour de l'Université de Strasbourg sur des fils tendus verticalement, de 23^m de long), dans le but d'étendre au résidu élastique d'allongement les lois expérimentales établies par M. F. Kohlrausch ([1]) pour le résidu de torsion.

([1]) F. KOHLRAUSCH, *Pogg. Ann.*, t. CXIX, p. 338; CXXVIII, p. 7, 207 et 399; CLVIII, p. 337 et CLX, p. 225.

Le résidu d'allongement est plus faible, mais obéit en somme aux mêmes lois. Les grandeurs absolues des résidus pour le cuivre, l'argent et le laiton sont entre elles comme 7, 3 et 2 pour la torsion et comme 4, 3 et 2 pour l'allongement : il n'y a donc pas proportionnalité entre les deux sortes de résidu.

W. JAEGER. — Note sur la purification du mercure, t. XLVIII, p. 209-212.

Le mercure brut provenant d'Idria est filtré, desséché, distillé deux fois dans le vide à l'aide d'une pompe à mercure sans robinet, enfin transformé en sulfate mercureux qui fournit, par voie d'électrolyse, du mercure parfaitement pur.

A. OBERBECK. — Sur les propriétés de minces couches d'huile à la surface de l'eau, t. XLIX, p. 366-381.

D'expériences de laboratoire et d'autres expériences consistant à *filer de l'huile* sur la mer par l'arrière d'un vaisseau, M. Oberbeck déduit l'épaisseur moyenne des couches d'huile qu'il faut répandre à la surface de l'eau pour produire des variations déterminées des propriétés de cette surface.

1° Épaisseur de l'huile inférieure à deux millionièmes de millimètre ($2^{\mu\mu}$). La couche est d'épaisseur uniforme; la surface de l'eau commence à manifester une viscosité sensible. Ce résultat, ainsi que les suivants, paraît à peu près indépendant de la nature de l'huile (huile d'olive, de ricin, de lin, d'amandes, etc.).

2° Épaisseur d'huile comprise entre $2^{\mu\mu}$ et $18^{\mu\mu}$. La couche est encore uniforme, mais la viscosité superficielle atteint sa limite. La surface est imperméable aux vapeurs d'éther.

3° Épaisseur supérieure à $18^{\mu\mu}$. La distribution de l'huile à la surface de l'eau cesse d'être uniforme : de très petites gouttelettes surnagent, ce qui rend la couche d'huile visible à l'œil nu. L'action d'amortissement sur les ondes propagées à la surface de l'eau est sensible.

4° Si l'on veut produire sur la surface d'une vaste étendue d'eau une action d'amortissement durable (pouvant persister pendant une demi-heure par exemple), il faut verser des quantités d'huile

qui correspondent à la formation d'une couche de $55^{\mu\mu}$ environ.

De l'ensemble de ces observations, ainsi que des mesures d'épaisseur limites publiées par divers auteurs, M. Oberbeck tire cette déduction remarquable que la surface de l'eau pure *dissout* de l'huile en devenant visqueuse, et que les épaisseurs d'huile employées pour produire une modification déterminée de la surface varient suivant les circonstances qui facilitent plus ou moins la diffusion de la couche superficielle modifiée vers les couches non modifiées sous-jacentes. M. Oberbeck pense donc qu'il faut renoncer à tirer de l'extension de l'huile à la surface de l'eau des conclusions précises sur la grandeur du rayon des attractions moléculaires, ainsi qu'on a voulu le faire dans l'hypothèse d'une *superposition* des deux liquides, eau et huile, non accompagnée de *dissolution*.

C. BRODMAN. — **Modification de la méthode de Poiseuille pour l'étude des liquides très visqueux, t. XLVIII, p. 188-206.**

Cette méthode consiste essentiellement à déterminer le temps nécessaire pour qu'un poids connu de liquide s'écoule, par un tube capillaire vertical, dans un réservoir supporté par une balance sensible.

L'auteur a appliqué cette méthode à divers mélanges de glycérine et d'eau. Il représente les valeurs du coefficient k de viscosité par des formules telles que

$$k = A\frac{452 - t}{t} - B(150 - t),$$

dans lesquelles t représente la température centigrade. 450° est, d'après l'auteur, la température critique de la glycérine pure, 150° la température à laquelle la glycérine aqueuse commence à présenter quelques signes de décomposition.

Pour 100.	A.	B.
Glycérine à 94,1	0,51798	0,03583
» 92,7	0,31832	0,02288
» 88,4	0,13184	0,006238
» 82,4	0,05289	0,001793

P. CZERMAK. — Sur les courants d'eau ou de liquides chauds, t. L, p. 329-334.

M. Czermak rappelle d'abord les travaux peu connus de Vettin (1) sur les courants gazeux ou liquides provoqués par des différences de température et il publie une série de photographies de ces phénomènes.

Une boîte prismatique à parois de verre contient une masse d'air que l'on peut échauffer à sa partie inférieure à l'aide d'une spirale traversée par un courant. La couche d'air inférieure est rendue visible par un peu de fumée de tabac. Cette couche enfermée, primitivement en repos, donne naissance, dès qu'on l'échauffe, à un jet mince s'élevant verticalement de son centre : à sa partie supérieure ce jet s'épanouit en une sorte de large volute d'une très grande netteté.

On reproduit les mêmes apparences dans un liquide, en remplaçant la fumée de tabac par de l'encre. Les phénomènes se compliquent quand on emploie des liquides superposés de densité différente, miscibles ou non.

F. KOHLRAUSCH et W. HALLWACHS. — Sur la densité des solutions aqueuses étendues, t. L, p. 118-126.

Expériences réalisées par la méthode de la balance hydrostatique. Une sphère de verre de 130^{cc} de capacité est suspendue au plateau de la balance par un fil de cocon toujours humide. Dans ces conditions les auteurs pensent pouvoir répondre de la sixième décimale sur la densité δ.

Les concentrations m ont varié de 0,00125 jusqu'à trente équivalents (en grammes) de sel par litre. Elles ont porté sur le sucre, le chlorure de sodium, le carbonate de soude, les sulfates de magnésie et de zinc, les acides chlorhydrique, sulfurique, phosphorique, tartrique, acétique et monochloracétique. La quantité $\frac{\delta - 1}{m}$ varie en général avec la dilution d'une manière d'autant plus sensible que

(1) F. Vettin, *Pogg. Ann.*, t. C, p. 99, et CII, p. 246; 1857.

m est plus petit, et ce sont les liqueurs dont les conductibilités électriques varient le plus rapidement avec la dilution qui donnent les variations les plus rapides de $\frac{\delta - 1}{m}$.

Pour le sucre, qui n'est pas un électrolyte, $\frac{\delta - 1}{m}$ est sensiblement constant, et sa valeur est telle qu'il n'y a ni contraction, ni dilatation sensible par la dissolution du sucre solide dans l'eau.

F. KOHLRAUSCH et F. ROSE. — Solubilité de quelques corps difficilement solubles dans l'eau, déduite de la conductibilité de leurs dissolutions, t. L, p. 127-137.

La mesure des coefficients de solubilité par cette méthode suppose que l'on admet :

1° L'identité de la matière dissoute et du sel soumis à l'action de l'eau;

2° La légitimité d'un calcul consistant à considérer la conductibilité due au sel dissous comme la différence de la conductibilité de la dissolution et de la conductibilité primitive de l'eau;

3° L'identité au moins approchée des conductibilités moléculaires de tous les sels en dissolution très étendue.

La première et la seconde de ces hypothèses peuvent se trouver gravement en défaut pour les corps extrêmement peu solubles. Les auteurs évaluent à 30 pour 100 l'erreur qui peut en résulter pour quelques-uns d'entre eux.

La dernière hypothèse revient à admettre que le sel étudié appartient à la catégorie des sels que j'ai désignés sous le nom de *sels normaux;* en principe elle est en contradiction avec l'hypothèse de la dissociation complète des sels en ions (hypothèse d'Arrhenius) habituellement adoptée par M. Kohlrausch.

Les principales substances étudiées par MM. Kohlrausch et Rose sont les chlorure, bromure et iodure d'argent, le spath fluor, les sulfates et carbonates de baryte, de strontiane, de chaux, de plomb, etc. Un litre d'eau à 18° dissout par exemple $0^{mg},1$ d'iodure, $0^{mg},4$ de bromure, $1^{mg},7$ de chlorure d'argent, $2^{mg},6$ à 2^{mg} de sulfate de baryte, etc.

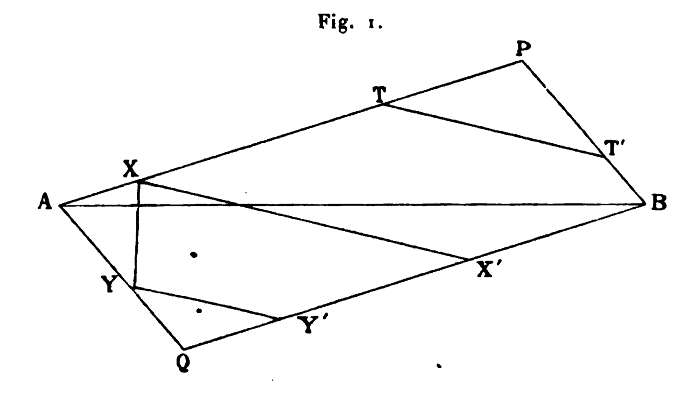
O. KRIGAR MENZEL et A. RAPS. — **Mouvement des cordes pincées**, t. L, p. 444-455.

Les cordes sont saisies en un point à l'aide d'une pince spéciale et abandonnées à elles-mêmes par un déclenchement; on obtient ainsi des vibrations planes et l'on photographie le mouvement d'un point quelconque de la corde à l'aide de la méthode précédemment indiquée par les auteurs ([1]).

Le mouvement prévu par la théorie se compose de deux mouvements en sens inverse de même amplitude et de vitesse uniforme séparés par deux périodes de repos dont l'étendue dépend de la position du point vibrant par rapport au point d'attaque et aux extrémités fixes de la corde. On se rend compte de toutes les circonstances de ce mouvement par le schéma (*fig.* 1) ci-joint :

Soient P le point pincé et APB la position initiale de la corde;

Fig. 1.



celle-ci balaye le parallélogramme APBQ en prenant les formes brisées

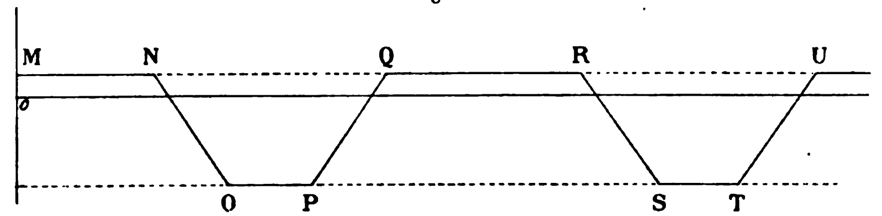
APB, ATT'B, AXX'B, AYY'B, AQB,

que l'on détermine en supposant que les points de brisure s'écartent du point P en sens contraire avec une même vitesse uniforme égale à la vitesse de propagation des vibrations transversales, puis se rapprochent du milieu, chacun à leur tour, après

([1]) Voir *Journal de Physique*, 3e série, t. I, p. 305.

réflexion en B et en A. Ainsi le point X, par exemple, demeure en repos en X, tandis que le point de brisure T court de P en X, se déplace de X en Y d'un mouvement uniforme, tandis que T va de X en A et en Y, demeure en repos en Y jusqu'à ce qu'il soit atteint par le point de brisure T', revient de Y en X d'un mouvement uniforme, et ainsi de suite; ce mouvement correspond à la figure de vibration (*fig.* 2).

Fig. 2.



L'expérience confirme ces prévisions, à cela près que, les extrémités de la corde ne pouvant être considérées rigoureusement comme des nœuds, mais étant douées de mouvements de très faible amplitude, au mouvement représenté (*fig.* 2) s'en superpose un autre, aussi prévu par la théorie, et dont l'effet est d'incurver légèrement les portions ascendante et descendante et d'incliner les parties horizontales de la ligne brisée MNOPQR....

A. RAPS. — Sur les vibrations de l'air, t. L, p. 193-220.

Une source lumineuse très intense fournit un faisceau lumineux parallèle qu'on reçoit sur les glaces épaisses de l'appareil de Jamin.

Une lentille projette une image réelle des franges sur un appareil photographique constitué par une fente perpendiculaire à la direction des franges et par un tambour revêtu de papier sensible qui se déroule perpendiculairement à la fente.

Dans ces conditions, si les franges sont immobiles, chacune d'elles fournit sur le papier photographique une impression continue parallèle à sa propre direction; mais, si l'on introduit entre les deux faisceaux interférents une différence de marche périodique, le système des franges oscille et l'on obtient en photo-

graphie des courbes sinusoïdales parallèles, sur lesquelles on peut relever tous les détails de l'oscillation des franges.

M. Raps produit la différence de marche périodique à l'aide d'un tuyau sonore : l'un des faisceaux interférents traverse normalement le tuyau à la hauteur d'un nœud, tandis que l'autre faisceau passe en dehors du tuyau sonore; les condensations et les dilatations périodiques de l'air dans la région du nœud introduisent une différence de marche périodique et les photographies obtenues révèlent le caractère harmonique simple ou complexe de la vibration de l'air.

Soit, par exemple, un tuyau fermé animé par une soufflerie à régulateur. Si la pression est faible, le tuyau rend le son fondamental et les courbes sinusoïdales obtenues sont d'une pureté parfaite. Quand on augmente la pression, la sinusoïde se déforme; bientôt apparaissent nettement les indentations du troisième harmonique, dont l'importance s'accroît peu à peu jusqu'à ce qu'enfin elles subsistent à peu près seules; on ne constate pas de différence de phase sensible entre les deux harmoniques superposés.

De l'amplitude d'excursion des franges, on déduit sans peine l'amplitude des variations de pression. L'auteur fournit à ce sujet le Tableau suivant; p désigne l'excès de pression dans la soufflerie *en millimètres d'eau,* δ l'amplitude des variations de pression au nœud, *en atmosphères.*

p.	δ.
60	0,00666
80	0,01175
100	0,01435
120	0,01932
220	0,02113
240	0,02712
280	0,03548
Encore plus grande.	0,04531

Si l'on exprime p et δ en fonction de la même unité, on reconnaît que la valeur absolue de δ est toujours comprise entre p et $2p$; le rapport $\frac{\delta}{p}$ croît légèrement avec p (de 1,146 à 1,309 dans les limites de l'expérience).

Le Mémoire de M. Raps est accompagné de soixante-quatre pho-

tographies relatives aux vibrations des tuyaux fermés et ouverts à embouchure de flûte et des tuyaux à anche, munis de cornets de formes diverses.

M. Raps a aussi étudié les vibrations produites dans l'air libre par la voix humaine. A cet effet, l'un des faisceaux interférents A traverse un tube à parois métalliques épaisses terminé par des glaces de verre et celles-ci débordent suffisamment pour être traversées par le second faisceau B. Le pavillon d'un porte-voix s'ouvre à 4^{cm} ou 5^{cm} de distance des parois du tube. Quand on chante une voyelle dans le porte-voix, les vibrations de la voix sont transmises à l'air libre dans la région B et y provoquent des condensations et des dilatations, tandis que le faisceau A traverse l'air tranquille du tube. On obtiendra donc des photographies caractéristiques des diverses voyelles.

M. Raps publie vingt-quatre photographies relatives aux sons *a*, *o*, *ou* (¹). Ces voyelles sont caractérisées par un harmonique supérieur prédominant, mais celui-ci ne possède pas un numéro d'ordre fixe. Ce n'est pas non plus une note d'un nombre de vibrations déterminé. Quand on chante une même voyelle sur un ton de plus en plus aigu, le numéro d'ordre de l'harmonique renforcé s'abaisse et le nombre absolu de ses vibrations oscille entre certaines limites, mais de telle sorte que ce son supérieur demeure un harmonique exact du son fondamental.

Les voyelles *e*, *i*, *u* (²) n'ont pas fourni de photographies suffisamment distinctes. E. BOUTY.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

7e série, t. I; janvier 1894.

G. WYROUBOFF. — *Recherches sur la nature du pouvoir rotatoire moléculaire*, p. 5.

(¹) *u* allemand.
(²) *ü* allemand.

A. Ditte. — *Contributions à l'étude des phénomènes qui se passent dans la pile Leclanché et dans quelques piles analogues,* p. 115.

Février 1894.

G. Moreau. — *Dispersion rotatoire magnétique infra-rouge du sulfure de carbone,* p. 227.

Berthelot. — *Les classifications et les symboles chimiques dans l'antiquité et au moyen âge,* p. 259.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXVII; janvier 1894.

Sydney Young. — *Note sur les généralisations de van der Waals relatives aux températures, aux pressions et aux volumes correspondants,* p. 1.

F.-R. Barell, G.-L. Thomas et Sydney Young. — *Séparation de trois liquides par des distillations fractionnées,* p. 8.

Carey Lea. — *Décompositions endothermiques produites par la pression.* IIe Partie : *Transformation d'énergie par cisaillement,* p. 31.

Fen K.-D. Kraewitch. — *Sur une loi approchée de pression des vapeurs saturées; avec Notes de MM. Fitz-Gerald et Ramsay,* p. 38.

G.-M. Minchin. — *Action des radiations électromagnétiques sur des pellicules contenant des poudres métalliques,* p. 90.

O.-J. Lodge. — *Sur l'acquisition soudaine du pouvoir conducteur par une série de particules métalliques séparées,* p. 94.

A.-W. Rücker. — *Rôle de couches sphériques concentriques envisagées comme écrans magnétiques,* p. 95.

H. Nagaoka. — *Hystérésis relative au changement de longueur produit par l'aimantation dans le nickel et le fer,* p. 131.

C.-G. Knott. — *Cycles d'allongement magnétique et de torsion magnétique,* p. 141.

S.-H. Burbury. — *Sur la loi de la distribution de l'énergie,* p. 143.

J. Shields. — *Sur les forces relatives ou* avidités *des acides faibles,* p. 159.

Février 1894.

V.-H. Veley. — *Phases et conditions des changements chimiques,* p. 165.

J. Daniel. — *Étude de la polarisation sur une cloison métallique mince dans un voltamètre,* p. 185.

J. Swinburne. — *Potentiomètre pour courants alternatifs,* p. 201.

G.-M. Minchin. — *Calcul du champ magnétique d'un courant circulant dans une bobine cylindrique,* p. 204.

W. Ramsay et Sydney Young. — *Propriétés thermiques des liquides*, p. 215.

W. Huey Steele. — *Diagramme thermo-électrique pour quelques métaux purs*, p. 218.

Wiedemann's Annalen.

T. LI, n° 1; 1894.

F. Paschen. — *Sur l'émission des gaz*, p. 1.

F. Paschen. — *La loi de Kirchhoff est-elle applicable à l'émission?* p. 40.

O. Lehmann. — *Sur la coloration artificielle de cristaux et de corps amorphes*, p. 47.

P. Drude. — *Changement de phase de la lumière par réflexion sur les métaux*, p. 77.

U. Behn. — *Sur la disposition stratifiée des précipités galvaniques*, p. 105.

A.-C. Mac Gregory. — *Conductibilité électrique de quelques dissolutions salines, notamment des sels de chaux, de strontiane et de baryte*, p. 126.

P. Springmann. — *Sur la polarisation de précipités solides entre deux électrolytes*, p. 140.

E. Riecke. — *L'étude de l'amortissement apériodique et application à la galvanométrie et au frottement intérieur des liquides*, p. 156.

K. Kahle. — *Comparaisons de la force électromotrice d'éléments normaux de Clark*, p. 174.

K. Kahle. — *Prescriptions pour la construction d'éléments normaux de Clark*, p. 204.

K.-R. Koch. — *Glaciers artificiels*, p. 212.

R. Lohnstein. — *Résistance anomale des liquides pour les courants alternatifs*, p. 219.

T. Duhring. — *Réclamation relative à une publication de M. Colot*, p. 223.

T. LI; n° 2; 1894.

Ph. Lenard. — *Sur les rayons cathodiques dans les gaz depuis la pression atmosphérique jusqu'aux vides extrêmes*, p. 225.

H. Ebert. — *Sur la théorie des phénomènes électriques et magnétiques*, p. 268.

O. Wiedeburg. — *Sur les lois de la polarisation galvanique et de l'électrolyse*, p. 302.

F. Kohlrausch. — *Quelques formes d'électrodes plongeantes, pour les mesures de résistance d'électrolytes*, p. 346.

F. Kohlrausch. — *Sur les lames les plus minces que l'on peut obtenir, observées au moyen des anneaux de Newton*, p. 351.

K. Wesendonck. — *Quelques recherches sur l'électricité dégagée par les chutes d'eau*, p. 353.

A. Wassmuth. — *Sur la solution des problèmes de magnétisme par les séries*, p. 367.

H. Rubens. — *Sur la dispersion des rayons infra-rouges dans la fluorite*, p. 381.

O. Chwolson. — *Nouvel actinomètre*, p. 396.

O. Chwolson. — *Deux problèmes de conductibilité calorifique*, p. 405.

O. Chwolson. — *Les aimants fortement amortis restent en arrière par l'emploi d'intensités de courants variables*, p. 410.

W.-C. Röntgen. — *Note sur la mesure de différences de pression à l'aide de la méthode de Poggendorff (miroir et lunette)*, p. 414.

G. Meyer. — *Essai de photographie du spectre de l'éclair*, p. 415.

SUR LA MESURE DES COEFFICIENTS D'INDUCTION;

PAR M. H. ABRAHAM.

Lorsqu'on détermine un coefficient d'induction en le comparant à une résistance et un temps, on atteint difficilement le centième avec le galvanomètre balistique. On augmente déjà la sensibilité et la précision en renouvelant périodiquement les impulsions, ce qui produit une déviation permanente.

Je me propose de montrer qu'on peut aller plus loin, en se servant d'un *galvanomètre différentiel* qui permet de compenser cette déviation. *Les mesures se font alors très aisément au centième, et peuvent fournir le millième sans grande difficulté.*

COEFFICIENTS D'INDUCTION MUTUELLE.

1. Dispositif. — Les communications nécessaires sont établies par un commutateur tournant, que figurent les clefs K, K′ (*fig.* 1), et dont on règle la vitesse par un procédé stroboscopique. On envoie dans le premier circuit du galvanomètre différentiel la décharge induite que provoque n fois par seconde l'établissement du courant inducteur. L'effet des impulsions périodiques est compensé en faisant traverser le deuxième circuit par un courant continu fourni par la même pile.

On arrête alors le commutateur, et, au moyen des godets de mercure P, le circuit induit est mis en dérivation sur une résistance r du circuit inducteur.

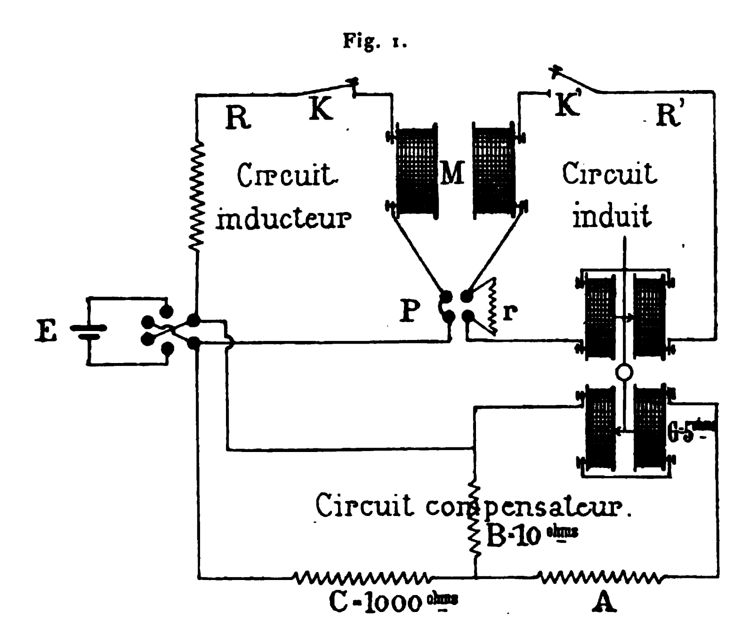
On substitue ainsi aux décharges successives un nouveau courant continu. Si l'équilibre du galvanomètre n'est pas troublé, on pourra dire que la résistance réelle r équivaut à la résistance fictive nM par laquelle les deux circuits étaient tout d'abord en relation; et l'on écrira, en faisant abstraction de toute correctiou,

$$M = \frac{1}{n} r.$$

Il n'est donc nécessaire de connaître avec précision que la seule résistance r : cette résistance sera constituée par un ohm étalon.

Ce mode d'emploi du galvanomètre différentiel, analogue à une double pesée, élimine bien des causes d'erreur. Il n'est pas nécessaire de connaître la constante du galvanomètre; les variations de la pile sont aussi sans influence, puisque à chaque instant c'est la même force électromotrice qui actionne les deux circuits.

Fig. 1.



M. Brillouin a indiqué autrefois (¹) une méthode assez voisine de celle-ci, mais dans laquelle on devait mesurer les déviations simultanées de deux galvanomètres.

2. Formule complète. — Le circuit induit se compose de l'étalon r, du galvanomètre et de la bobine induite; nous désignons sa résistance par $R'+r$. La résistance *totale* de l'inducteur étant R et la force électromotrice de la pile E, le courant induit moyen aura pour valeur

$$I_1 = n M \frac{E}{R(R'+r)}.$$

Lorsque, dans la seconde expérience, la résistance r est commune aux

(¹) *Journal de Physique*, t. X, p. 106; 1881.

deux circuits, le courant dérivé dans le galvanomètre a pour expression

$$I_2 = \frac{Er}{Rr + R'r + RR'}.$$

L'égalité $I_1 = I_2$ s'écrira donc

$$\frac{nM}{R(R'+r)} = \frac{r}{Rr + R'r + RR'},$$

d'où

$$M = \frac{1}{n} r \frac{R(R'+r)}{Rr + R'r + RR'}.$$

Indiquons de suite une simplification. Dans nos mesures R (inducteur) était de l'ordre de 1000^{ohms}, R' (induit) de l'ordre de 100^{ohms}, r de l'ordre de 1^{ohm}. A moins de $\frac{1}{100000}$ près, la fraction $\frac{R(R'+r)}{Rr + R'r + RR'}$ peut donc être réduite à $\frac{R}{R+r}$, ce qui donne

$$M = \frac{1}{n} r \frac{R}{R+r}.$$

Ceci posé, il est bien certain qu'en faisant une mesure on ne s'astreindra pas à changer l'étalon r ou la vitesse n jusqu'à rendre I_2 rigoureusement égal à I_1. La période et l'étalon étant donnés, il sera plus aisé de modifier la résistance A du circuit compensateur A, B, C (*fig.* 1) pour rétablir l'équilibre. A prend donc des valeurs inégales A_1, A_2 pour les deux expériences, et l'on voit sans peine que l'on doit écrire

$$M = \frac{1}{n} r \frac{R}{R+r} \frac{BC + B(A_2 + G) + C(A_2 + G)}{BC + B(A_1 + G) + C(A_1 + G)}.$$

Comme les résistances C et A sont l'une de 1000^{ohms}, l'autre variable, mais du même ordre; que, de plus, B vaut 10^{ohms}; en ne commettant qu'une erreur inférieure au $\frac{1}{10000}$, la dernière fraction peut être remplacée par

$$\frac{A_2 + G + B}{A_1 + G + B}.$$

D'où la formule définitive

$$M = \frac{1}{n} r \frac{R}{R+r} \frac{A_2 + G + B}{A_1 + G + B}.$$

3. Voici maintenant quelques détails d'installation :

La pile. — Quand on interrompt le courant inducteur, le débit total de la pile diminue d'autant; sa force électromotrice utile

remonte donc légèrement. Il serait illusoire de tenir compte d'une telle variation; il faut la rendre absolument insensible. On y arrive en prenant une pile de résistance intérieure très faible : une grande pile bouteille ou, mieux, un accumulateur.

Le galvanomètre différentiel. — C'est un galvanomètre Thomson (Carpentier n° 631-7) à quatre bobines de gros fil. Le couple des bobines supérieures forme l'un des circuits, les bobines inférieures constituent l'autre.

On réalise ainsi un galvanomètre différentiel très sûr et très sensible. Je le crois supérieur aux instruments dont les deux fils sont enroulés côte à côte sur une même monture; ou dont les bobines, se faisant vis-à-vis, agissent en sens inverse sur les mêmes aimants.

Enfin, c'est en renversant le courant de la pile que l'équilibre du galvanomètre est constaté. Ceci permet, non seulement de doubler la sensibilité, mais surtout d'éliminer les déplacements du zéro.

Le commutateur tournant. — Cet instrument a servi pour des recherches antérieures ([1]). J'en reproduis succinctement la description.

Représenté schématiquement (*fig.* 1) par les clefs K et K', il est formé de deux bagues en *laiton demi-rouge* portées par des cylindres d'ébonite, montés eux-mêmes directement sur l'axe d'une machine Gramme d'un cheval ([2]). Une de ces bagues sert pour l'inducteur, l'autre pour l'induit. Chacune tourne entre deux frotteurs (*fig.* 2 et 3). Elle est en communication permanente avec l'un d'eux, et se sépare de l'autre pendant une fraction de tour, grâce à une échancrure convenable.

Les communications sont établies dans l'ordre suivant :

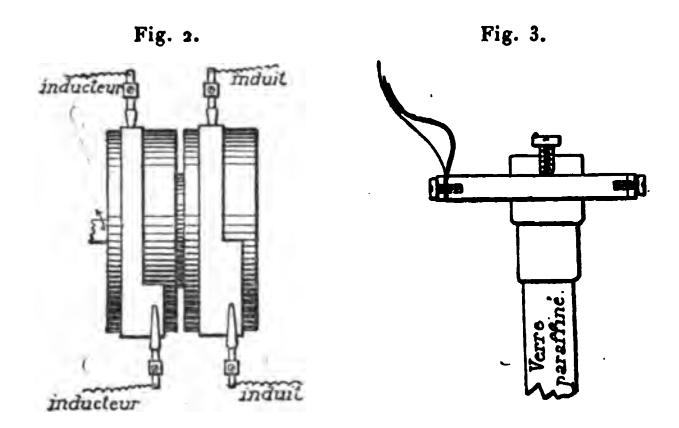
([1]) *Sur une nouvelle détermination du rapport v* (*Ann. de Chim. et de Phys.*, t. XXVII, p. 433; 1892).

([2]) Pour que le galvanomètre ne soit pas influencé par la marche du moteur, ces deux appareils ont été éloignés de plus de six mètres; les fils de communication sont supportés par des isolants en verre.

1° Fermeture de l'induit;
2° Fermeture de l'inducteur;
3° Ouverture de l'induit;
4° Ouverture de l'inducteur.

De cette manière, on sépare le courant induit direct du courant inverse et l'on ne recueille que ce dernier.

Fig. 2. Fig. 3.



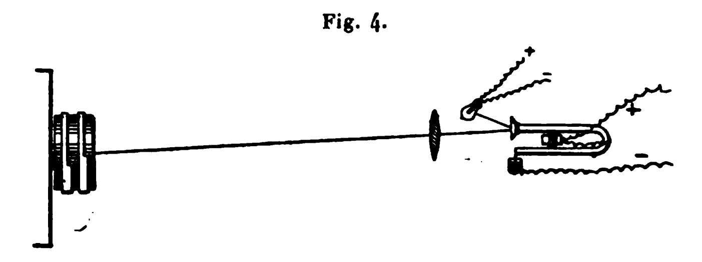
Il est bon de ne pas mettre le galvanomètre en *court circuit* pendant le courant induit direct, car les forces électromotrices thermo-électriques inévitables causent alors des courants nuisibles.

Pour que le commutateur fût bien centré, il avait été tourné sur place. Il doit être visité avant chaque série d'expériences, car de mauvaises surfaces de contact avec les frotteurs causent des grippements qui, *brusquement,* rendent les contacts illusoires.

Stroboscopie. — Sur le conseil de M. Brillouin, j'ai adopté le dispositif de la *fig.* 4. La source de lumière est le filament *rectiligne* d'une lampe à incandescence. Le diapason vibrant est muni d'un miroir plan. A l'aide de ce miroir et d'une lentille fixe on projette, au niveau de l'axe, sur le système tournant, l'image du filament incandescent. Quand le diapason vibre, ce trait lumineux se déplace et éclaire la partie centrale pendant un instant à chaque oscillation simple.

Sur la partie mobile on a centré un disque (*fig.* 5) dont les couronnes concentriques ont respectivement 1, 3, 4, ..., 8 secteurs noirs sur fond blanc. On rend la vitesse du moteur *aussi régulière que celle du diapason* en s'arrangeant de manière que l'une des couronnes paraisse immobile; il suffit pour cela d'agir à la main sur l'axe : ce réglage est extrêmement facile.

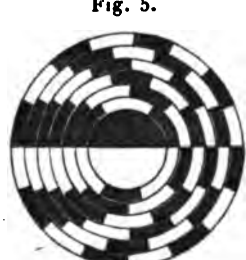
Fig. 4.



Le diapason est entretenu électriquement; on a accepté, pour sa période, la valeur trouvée par le constructeur, M. Kœnig : 72 vibrations simples par seconde.

Le commutateur faisait le plus souvent douze tours par seconde. Il convient de ne pas opérer avec des vitesses beaucoup plus considérables. On risquerait, en effet, de ne pas laisser au courant

Fig. 5.



inducteur le temps de s'établir, et de ne pas permettre au courant induit de s'éteindre complètement.

Il faut, en effet, que la durée du contact soit bien supérieure à la constante de temps $\frac{L}{R}$ du circuit induit, qui atteint aisément plusieurs millièmes de seconde. Les contacts doivent donc durer *plusieurs centièmes de seconde;* et il serait imprudent de trop dépasser les vitesses employées. Si les coefficients d'induction

sont un peu forts, il est essentiel d'augmenter la résistance de l'induit pour réduire sa constante de temps $\frac{L}{R}$.

Sensibilité. Précision. — Les valeurs des résistances indiquées conviennent à la mesure de coefficients d'induction inférieurs à un Henry (10^9 C.G.S.). On a toujours soin de choisir la résistance R du circuit inducteur de manière que la déviation du galvanomètre soit d'environ 500^{mm} de l'échelle, quand le circuit compensateur est ouvert. Or la compensation se fait au dixième de division; l'incertitude d'une lecture isolée est donc largement inférieure au millième.

J'estime, d'autre part, que le diapason entretenu électriquement peut subir des variations de cet ordre, en sorte que la précision des expériences dépasserait difficilement le $\frac{1}{1000}$.

4. **Contrôles.** — On a commencé par s'assurer que le circuit inducteur n'agissait pas directement sur les aimants du galvanomètre : il n'y avait aucune déviation en renversant ce courant alors que le circuit induit était ouvert.

L'induction des fils de communication était négligeable. Pour l'établir, on a cherché à mesurer le coefficient d'induction mutuelle des deux circuits en mettant successivement en court circuit : 1° la bobine inductrice; 2° la bobine induite; 3° ces deux bobines à la fois. Pour ces contrôles le courant inducteur avait été décuplé et le commutateur lancé à toute vitesse. Si l'on supprimait alors les courts circuits, la tache lumineuse était violemment projetée hors de l'échelle. Cependant, en l'absence des bobines, la déviation n'atteignait pas le quart de millimètre.

APPLICATIONS DE LA MÉTHODE.

5. J'ai appliqué la méthode qui vient d'être indiquée à la vérification de la réciprocité des coefficients d'induction. Admettons que les équations du régime variable de deux courants, 1 et 2, soient de la forme

$$E_1 = i_1 R_1 + L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{II}^{I} \frac{di_2}{dt},$$

$$E_2 = i_2 R_1 + L_2 \frac{di_2}{dt} + M_{I}^{II} \frac{di_1}{dt}.$$

où les coefficients d'induction L_1, L_2, M_I^{II}, M_{II}^I sont des constantes. Multiplions respectivement ces équations par $i_1\,dt$, $i_2\,dt$ et ajoutons, il vient

$$\begin{aligned} E_1 i_1\,dt + E_2 i_2\,dt - R_1 i_1^2\,dt - R_2 i_2^2\,dt \\ = (L_1 i_1 + M_I^{II} i_2)\,di_1 + (M_{II}^I i_2 + L_2 i_1)\,di_1. \end{aligned}$$

Or le premier membre représente l'énergie élémentaire (électrique et calorifique) fournie à l'ensemble des deux circuits. En admettant, encore, qu'il n'y ait pas d'autre énergie mise en jeu, le second membre doit être une différentielle exacte, ce qui entraîne l'unique relation

$$M_I^{II} = M_{II}^I.$$

S'il existe donc des coefficients d'induction mutuelle définis, c'est-à-dire indépendants des intensités, le principe de la conservation de l'énergie exige que le coefficient d'induction du premier circuit sur le second soit égal au coefficient d'induction du second sur le premier.

Voici une première expérience où l'on emploie deux solénoïdes concentriques *sans noyau de fer :*

$R = 1500$ ohms, $C = 1000$ ohms, $B = 10$ ohms, $G = 5$ ohms.

Induction de I *sur* II.		*Induction de* II *sur* I.	
$n = 12$	$A_1 = 1533,$	$n = 12$	$A_1 = 2865,$
$r = 0,6$	$A_2 = 1523,$	$r = 0,6$	$A_2 = 2848,$
$M_I^{II} = 0^{\text{Henry}},04966,$		$M_{II}^I = 0^{\text{Henry}},04968.$	

La concordance est bonne.

6. **Bobines contenant du fer.** — La démonstration de la relation

$$M_{II}^I = M_I^{II}$$

ne suppose rien sur l'homogénéité du champ magnétique. Elle suppose seulement *qu'il existe* des coefficients d'induction. Dans le cas où le champ contient du fer, cela veut dire que le courant inducteur doit être d'assez faible intensité pour que le fer soit soumis à une force magnétisante correspondant à la partie rectiligne de la courbe d'aimantation.

Les coefficients d'induction étant beaucoup augmentés par la présence du fer, il ne faut pas oublier d'accroître la résistance de l'induit pour réduire sa constante de temps $\frac{L}{R}$ (§ 3).

Si l'on néglige cette précaution, on trouve, par exemple, pour les deux bobines dont il s'agit

$$M_I^{II} = 0^H,5433, \qquad M_{II}^I = 0^H,5683\ (^1).$$

Ces valeurs qui diffèrent de 4 pour 100 sont toutes deux *trop faibles*. En doublant la résistance de l'induit les valeurs trouvées deviennent quasi identiques

$$M_I^{II} = 0,5767, \qquad M_{II}^I = 0,5762,$$

et ne changent plus quand on augmente à nouveau la résistance.

Il fallait en outre s'assurer *expérimentalemgnt* que le champ inducteur ([2]) ne dépassait pas la limite au-dessous de laquelle l'aimantation du fer reste proportionnelle au courant. On a donc à peu près doublé ce champ. Les coefficients d'induction ne devaient pas varier, on a trouvé effectivement

$$M_I^{II} = 0^{\text{Henry}},5763.$$

Quand on atteint des forces magnétisantes de l'ordre de 0,1 C.G.S., il n'y a plus, à proprement parler de coefficient d'induction et les nombres M que l'on obtient doivent croître en même temps que le champ, puisque l'aimantation du fer croît tout d'abord *plus vite* que la force magnétisante.

On a, en effet, trouvé pour un autre couple de solénoïdes

$$M = 0^{\text{Henry}},1991 \qquad 0^{\text{Henry}},2000 \qquad 0^{\text{Henry}},2012 \qquad 0^{\text{Henry}},2053$$

pour des forces magnétisantes respectivement proportionnelles à

1 1,821 3,589 et 10,17

et dont la première valait 0,16 C.G.S.

([1]) Et l'on peut en conclure à tort la non-réciprocité des coefficients d'induction pour des bobines contenant du fer (*Comptes rendus*, t. CXVII, p. 624; 1893).

([2]) Les deux bobines ont, l'une 3263 tours, l'autre 3272 tours, pour une même longueur de $48^{cm},5$ avec des rayons moyens de $5^{cm},45$ et $2^{cm},49$. Le courant est fourni par *un* accumulateur et la résistance totale est tout d'abord de 5100^{ohms}. Avec ces données, on trouve pour valeur du champ 0,03 C.G.S environ.

7. J'ai multiplié les vérifications de la relation $M_{II}^{I} = M_{I}^{II}$; signalons encore les suivantes :

a. Petite bobine de 500 tours traversée par une âme de fils de fer doux formant circuit magnétique *fermé*. On place tout ce système dans un grand solénoïde. Les nombres trouvés sont

$$M_{I}^{II} = 0,1984, \qquad M_{II}^{I} = 0,1986.$$

b. Dans cette mesure l'une des bobines est un solénoïde très long, l'autre est une bobine plate entourant la première, une armature de fer est placée dans l'espace annulaire qui les sépare. On obtient

$$M_{I}^{II} = 0,01900, \qquad M_{II}^{I} = 0,01897.$$

Pour passer du cas de l'expérience à celui d'un solénoïde indéfini, il y aurait lieu de faire une correction pour les extrémités. En déplaçant le solénoïde on trouve une correction *assez incertaine* de $+0,00040$. Il faut donc remplacer les nombres ci-dessus par

$$0,01940 \quad \text{et} \quad 0,01937.$$

Ce dispositif a ceci de particulier que *le* coefficient d'induction mutuelle doit être indépendant de la présence du fer (¹). En supprimant l'armature de fer doux, on trouve en effet

$$M = 0,01947.$$

L'écart est acceptable à cause de l'incertitude du terme correctif.

c. Prenant encore pour bobine intérieure un solénoïde très allongé on a successivement employé comme bobine extérieure deux enroulements de dimensions identiques formés d'un égal nombre de tours d'un fil de même diamètre (²). L'un des appareils est en fil de cuivre, l'autre en *fil de fer recuit*.

Les résultats sont :

	Henry
Bobine de fer..............	$M_{I}^{II} = 0,005613$
»	$M_{II}^{I} = 0,005617$
Bobine de cuivre...........	$M = 0,005610$

La constante M n'a donc pas été altérée par la présence du fer *même quand le courant circule dans le fer lui-même.*

(¹) Si le solénoïde indéfini est inducteur, le résultat est bien naturel puisque le fer ne s'aimante pas. Dans le cas contraire, le fer est aimanté, mais, ainsi que M. Pellat a bien voulu me le signaler, il équivaut à un ensemble de courants qui *n'entourent pas* le solénoïde indéfini et sont, par suite, sans action sur lui.

(²) 2366 spires en fil de 1^{mm}.

Mais il n'en doit plus être ainsi quand la bobine de fer ou de cuivre *est à l'intérieur* du solénoïde indéfini. Dans ce cas les coefficients M_I^{II}, M_{II}^I, relatifs à un même couple de bobine doivent être égaux, mais ils doivent changer par la substitution de la bobine de cuivre à la bobine de fer. On a trouvé

Bobine de fer....... $M_I^{II} = 0,05797$ $M_{II}^I = 0,05800$;

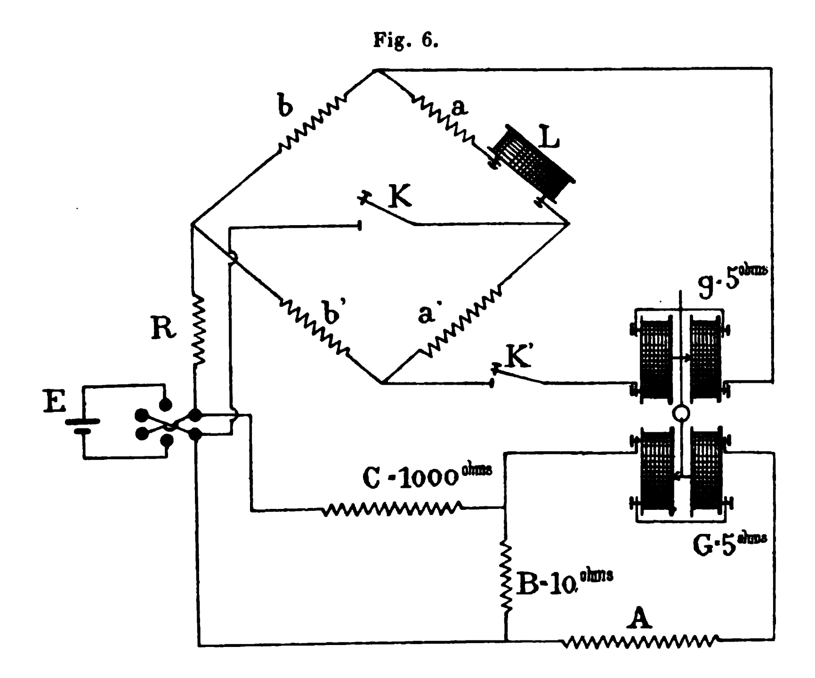
ces valeurs sont bien égales, mais elles diffèrent notablement de celle que donne la bobine de cuivre

$$M = 0,03678.$$

COEFFICIENTS D'INDUCTION PROPRE.

8. **Méthode.** — Trois des branches d'un pont de Wheatstone sont sans induction, la quatrième contient la bobine étudiée L (*fig.* 6).

Fig. 6.



Ce pont est réglé pour un courant permanent; c'est le premier circuit du galvanomètre différentiel qui sert à constater l'équilibre. Le commutateur tournant, figuré par les clefs K et K′, envoie *n* fois par seconde le courant induit de fermeture dans ce galva-

nomètre, que l'on ramène au zéro au moyen du courant compensateur.

On arrête alors le commutateur et l'on dérègle légèrement le pont en augmentant d'une certaine quantité r la résistance de la bobine L. Si l'équilibre n'est pas troublé, on peut dire que la résistance r a agi comme la résistance fictive nL et écrire la formule réduite

$$nL = r.$$

Soient a, a', b, b' les résistances des branches principales du pont, g celle du galvanomètre, R celle de la pile. L'induction à mesurer appartient à la branche a; c'est aussi à a qu'on *ajoute* r dans la seconde expérience; toutes les autres portions du circuit sont supposées dénuées d'induction. Nous désignerons enfin par A_1 et A_2 les valeurs de A correspondant aux deux équilibres. La formule complète est

$$\frac{nL}{r}\left\{1+\frac{r[R(ag+ab+a'b)+a'b(a+a'+b)+a'g(a+b)]}{[b(a+a')+g(a+b)][R(a+a')+a'(a+b)]}\right\} = \frac{C(A_2+G)+B(A_2+G)+BC}{C(A_1+G)+B(A_1+G)+BC}.$$

Mais on peut la simplifier.

Tout d'abord, en n'opérant qu'avec un pont symétrique, on aura

$$a = a', \qquad b = b'.$$

De plus, dans les expériences dont je rends compte, r était toujours de l'ordre de 1^{ohm}; comme on faisait R et b de l'ordre de 1000^{ohms} et que g valait 5^{ohms}, quelle que fût la valeur de a (qui variait entre 50^{ohms} et 200^{ohms}), on ne commettait qu'une erreur bien inférieure au $\frac{1}{1000}$ en adoptant la formule plus simple

$$L = \frac{1}{n} r \frac{2a+g}{2a+g+r} \frac{A_2+B+G}{A_1+B+G}.$$

La méthode n'exige donc bien *qu'une seule* résistance r connue en valeur absolue, les autres résistances ne figurant que dans des termes correctifs. Si l'on *diminue* de r' la résistance a' au lieu *d'augmenter* de r la résistance a, on doit employer la formule

$$L = \frac{1}{n} r' \frac{a'}{a} \frac{2a+g}{2a+g-r'} \frac{A_2+B+G}{A_1+B+G}.$$

Le réglage du pont doit être très soigné; un rhéostat à corde permet de l'effectuer au dix-millième d'ohm. Comme il faut aussi se mettre en garde contre les forces électromotrices thermo-

électriques et contre les variations de température qui dérèglent le pont, on doit s'astreindre à opérer assez vite.

9. **Contrôles.** — Après avoir vu que les différents circuits n'influençaient le galvanomètre ni par action directe sur l'aimant, ni par induction mutuelle, on a établi que les inductions propres, autres que celle qu'il s'agissait de mesurer, n'avaient aucune influence sensible sur les expériences (¹).

Pour le montrer on a essayé de mesurer l'induction propre d'un fil de maillechort très fin replié quatre fois sur lui-même et valant 100 ohms pour une longueur d'environ 60^{cm}. On a trouvé zéro.

Comme l'induction cherchée était pratiquement nulle, cette expérience montre bien que l'induction propre des branches du pont, si elle existe, n'ajoute aucune induction apparente à celle que l'on veut mesurer.

10. **Mesures.** — A titre de justification générale de la méthode, j'ai mesuré l'induction propre d'une même bobine en faisant varier les branches b et b' du pont, en modifiant aussi la résistance r', et en changeant la vitesse du commutateur. Avec les constantes

$$R = C = 1000 \text{ ohms}, \quad B = 10 \text{ ohms}, \quad G = g = 5 \text{ ohms},$$
$$a = a' = 171 \text{ ohms},$$

on a eu

Pour $b = b' = 100$ ohms et $r' = 3$ ohms.		Pour $b = b' = 1000$ ohms et $r' = 4$ ohms.	
$n = 12$,	$n = 14,4$,	$n = 12$,	$n = 14,4$,
$A_1 = 2659$ ohms,	$A_1 = 2213$ ohms,	$A_1 = 3634$ ohms,	$A_1 = 3023$ ohms,
$A_2 = 2578$ ohms,	$A_2 = 2578$ ohms,	$A_2 = 2626$ ohms,	$A_2 = 2626$ ohms,
$L = 0^{\text{Henry}},2445$,	$L = 0^{\text{Henry}},2446$,	$L = 0^{\text{Henry}},2446$,	$L = 0^{\text{Henry}},2443$.

Sur un autre appareil j'ai constaté que la valeur de L ne changeait pas avec l'intensité du courant. Ayant fait varier R de 1000

(¹) On a évité d'utiliser les bobines de 5000 et 10000 ohms dont la *capacite* aurait pu commencer à être gênante. Dans toutes les expériences de ce travail la capacité des bobines étudiées a été absolument négligeable en comparaison de leur induction propre et de leur conductibilité. Ainsi l'une de nos bobines, qui est de $0^{\text{Henry}},1$ et de 30 ohms débiterait plus qu'un condensateur de *cent microfarads*, alors que sa capacité ne saurait dépasser le centième de microfarad, comme j'ai pu m'en assurer ultérieurement.

à 1500 et 2000 ohms, j'ai obtenu pour L les valeurs

$$0^{\text{Henry}},11318, \quad 0^{\text{Henry}},11318, \quad 0^{\text{Henry}},11325,$$

$$\text{Moyenne}\ldots\ldots\ldots \quad 0^{\text{Henry}},11318.$$

L'appareil en question est formé de deux bobines à peu près pareilles (diamètre intérieur 2^{cm}, hauteur 2^{cm}, épaisseur 2^{cm}) dont chacune a environ 1500 tours de fil. Elles se faisaient suite dans le circuit, et l'on avait eu soin de les éloigner l'une de l'autre, en les orientant de manière à ne plus leur laisser d'induction mutuelle. Le coefficient d'induction propre du système devait alors être égal à la somme des coefficients d'induction propre des deux bobines.

Ces derniers coefficients, mesurés directement, se trouvaient valoir

$$0^{\text{Henry}},05810, \quad 0^{\text{Henry}},05512,$$

dont la somme

$$0^{\text{Henry}},11322$$

est pratiquement identique à la valeur précédente

$$0^{\text{Henry}},11318.$$

11. Toutes les vérifications numériques se font ainsi au millième. L'ensemble de ces contrôles et la concordance générale des mesures me semblent donc prouver, en résumé, que la méthode du galvanomètre différentiel est susceptible de donner de bonnes mesures absolues tant pour les coefficients d'induction propre que pour les coefficients d'induction mutuelle.

SUR LA LOI DE L'UNITÉ THERMODYNAMIQUE;

PAR M. JOSEPH DE KOWALSKI.

M. Gibbs a démontré qu'on peut, à l'aide des deux principes de Thermodynamique, à savoir : *l'énergie du monde est constante et l'entropie du monde augmente*, trouver l'état d'équilibre d'un système hétérogène de corps, pourvu que l'on connaisse par expérience l'équation dite *caractéristique* du système. Cette équation se réduit, dans le cas où le système n'est formé que d'un seul corps, à la loi qui relie la pression avec le volume et la température. La loi de *Mariotte* n'était que la première approximation d'une telle équation.

Les travaux inoubliables de Regnault ont démontré que cette loi n'est pas assez exacte pour exprimer la relation voulue. On en a proposé d'autres, et c'est surtout M. van der Waals qui doit être nommé ici ; son équation caractéristique donnée sous la forme

$$\left(p - \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT$$

exprimait avec beaucoup d'approximation les faits donnés par l'expérience. Mais des mesures exactes, plus récentes, ont démontré que cette loi n'est aussi qu'une approximation. Ainsi nous pouvons dire que nous ne connaissons pas de loi tout à fait exacte nous donnant une équation caractéristique. Je croirais même qu'il serait inutile de vouloir exprimer cette équation sous forme algébrique finie.

Ce sont, en outre, des questions que l'expérience seule peut résoudre dans l'avenir, et comme l'équation caractéristique est la clef du problème de l'équilibre des corps, on ne saurait trop accentuer l'importance des travaux exacts nous donnant cette équation ; mais il me semble que, dans l'état actuel de la Science, il est surtout utile d'étudier les propriétés générales des équations caractéristiques des corps, indépendamment des formes spéciales qu'on pourrait donner à ces équations. Comme telle j'apprécie la propriété suivante : *L'équation caractéristique d'un système de n corps différents, entre $n+3$ paramètres,*

est indépendante de la nature de ces corps pourvu que les paramètres soient exprimés en unités spécifiques.

Dans ce qui suit, je me propose d'étudier une classe de faits qui augmentent la vraisemblance avec laquelle on pourrait admettre la propriété ci-dessus énoncée, comme loi générale.

M. Duclaux a démontré, en 1876, qu'en mettant dans deux liquides qui ne se mélangent point un troisième liquide qui se dissout dans les deux, il se forme un liquide homogène, qu'on nomme *solution ternaire*. Une dizaine d'années plus tard Alexeiew a démontré que deux liquides qui ne se mélangent pas à la température ordinaire forment un liquide homogène à une température élevée.

Je veux maintenant démontrer l'analogie qui existe, d'une part, entre l'élévation de température dans le cas signalé par Alexeiew et, d'autre part, l'action du troisième liquide que je nomme *liquide actif,* dans le premier cas. En se reportant aux importants travaux sur les mélanges de M. Orme Masson et de M. L. Natanson, on peut en tirer des conclusions fort intéressantes.

Soient deux liquides, (a) et (A), qui ne se mélangent pas entre eux, mais dont chacun peut se mélanger en toutes proportions avec un troisième liquide (c) (liquide actif).

Dans ce cas il existe une certaine quantité q, minimum du liquide actif c, qui, ajoutée à l'unité de masse du liquide (a) et à ($m-1$) unités de masse du liquide (A), produit un liquide homogène; une quantité plus petite du liquide actif ne peut le faire.

Soient

u le volume de la masse q du liquide actif;
v le volume de 1^{gr} du liquide (a);
V le volume de 1^{gr} du liquide (A).

Dans ce cas, le volume orthobarique de 1^{gr} du liquide (a) dissous dans (c) + (A) est

$$w = v + (m-1)V + u.$$

Cette équation est exacte si nous ne tenons pas compte de la diminution du volume pendant le mélange. On sait qu'il existe une certaine quantité Q du liquide actif, qui, additionnée à l'unité

de masse du liquide (a), lui permet de se mélanger en toutes proportions avec le liquide (A).

Nous allons appeler cette quantité du liquide actif *la quantité critique* du mélange complet des deux liquides (a) et (A), par analogie à la dénomination de *température critique*, lors du mélange des deux liquides. Après avoir introduit l'idée de la quantité critique Q, on pourra y étendre les notions d'unités spécifiques, de quantités correspondantes, etc. Nous pourrons même chercher à savoir si l'analogie signalée s'étend jusqu'aux lois trouvées par M. van der Waals pour les températures critiques et les états correspondants. J'ai tâché de répondre à cette question, en me basant sur les expériences de M. H. Pfeifer. Dans ces expériences on ne trouve pas de données sur le volume du mélange répondant à la quantité Q; par conséquent, j'ai exécuté le calcul d'une manière analogue à celle adoptée par M. Natanson. Je prends un corps (a) comme normal et je calcule la proportion du volume orthobarique qui répond à la quantité $\frac{q}{Q}$ de ce corps et du volume orthobarique d'autres corps avec la même quantité donnée $\frac{q}{Q}$; cette proportion doit être indépendante de la quantité du corps actif, si la loi des états correspondants est démontrée.

Les résultats de ces calculs sont donnés dans les Tableaux suivants :

I. Quantités U en centimètres cubes d'alcool éthylique qui, ajoutées à 1^{cc} d'un des corps suivants, lui permettent de se mélanger avec l'eau en toutes proportions :

1. Formiate de propyle	U = 6,83
2. Formiate de butyle	U = 8,00
3. Acétate de propyle	U = 7,83
4. Propionate de méthyle	U = 2,67
5. Propionate d'éthyle	U = 7,66
6. Propionate de propyle	U = 17,66
7. Butyrate de méthyle	U = 8,00
8. Butyrate d'éthyle	U = 17,00
9. Valérate de méthyle (corps normal)	U = 13,33

II. $\frac{q}{Q}$ quantités du liquide actif, exprimées en unités spécifiques;

w volume orthobarique du liquide (a); μ rapport avec le volume orthobarique du corps normal.

	$(\alpha)\ \frac{q}{Q} = 0,250.$		$(\beta)\ \frac{q}{Q} = 0,375.$		$(\gamma)\ \frac{q}{Q} = 0,500.$	
1....	$w =$ 4,64	$\mu =$ 0,58	$w =$ 6,85	$\mu =$ 0,56	$w =$ 9,44	$\mu =$ 0,55
2....	$w =$ 5,94	$\mu =$ 0,76	$w =$ 8,92	$\mu =$ 0,73	$w =$ 12,15	$\mu =$ 0,74
3....	$w =$ 6,38	$\mu =$ 0,82	$w =$ 9,71	$\mu =$ 0,80	$w =$ 13,29	$\mu =$ 0,78
4....	»	»	$w =$ 3,45	$\mu =$ 0,27	»	»
5....	$w =$ 5,28	$\mu =$ 0,67	$w =$ 7,77	$\mu =$ 0,64	$w =$ 10,84	$\mu =$ 0,64
6....	$w =$ 10,22	$\mu =$ 1,31	$w =$ 16,20	$\mu =$ 1,33	$w =$ 22,88	$\mu =$ 1,34
7....	$w =$ 5,32	$\mu =$ 0,68	$w =$ 8,21	$\mu =$ 0,67	$w =$ 11,48	$\mu =$ 0,67
8....	$w =$ 9,99	$\mu =$ 1,29	$w =$ 15,83	$\mu =$ 1,30	$w =$ 22,27	$\mu =$ 1,31

	$(\delta)\ \frac{q}{Q} = 0,625.$		$(\varepsilon)\ \frac{q}{Q} = 0,750.$		$(\zeta)\ \frac{q}{Q} = 0,875.$	
1....	$w =$ 12,33	$\mu =$ 0,65	»	»	$w =$ 20,90	$\mu =$ 0,59
2....	$w =$ 15,88	$\mu =$ 0,71	$w =$ 20,00	$\mu =$ 0,70	$w =$ 25,27	$\mu =$ 0,70
3....	$w =$ 17,45	$\mu =$ 0,80	$w =$ 22,07	$\mu =$ 0,80	$w =$ 27,33	$\mu =$ 0,77
4....	»	»	$w =$ 7,17	$\mu =$ 0,25	»	»
5....	$w =$ 14,28	$\mu =$ 0,65	$w =$ 18,24	$\mu =$ 0,64	$w =$ 23,18	$\mu =$ 0,64
6....	$w =$ 30,36	$\mu =$ 1,35	$w =$ 39,07	$\mu =$ 1,37	$w =$ 49,83	$\mu =$ 1,38
7....	$w =$ 15,38	$\mu =$ 0,68	$w =$ 19,93	$\mu =$ 0,70	$w =$ 26,55	$\mu =$ 0,73
8....	$w =$ 29,56	$\mu =$ 1,32	$w =$ 38,22	$\mu =$ 1,31	$w =$ 48,85	$\mu =$ 1,34

Les expériences de M. Pfeifer ont été conduites dans un but différent du nôtre et sont très incomplètes : nous pouvons nous en persuader en remarquant les irrégularités des courbes obtenues par la représentation graphique de ses résultats. Les diminutions des volumes des mélanges n'ont pas été non plus prises en considération. Il nous semble donc qu'il y a lieu de nous arrêter à la conclusion suivante, et d'y attacher une certaine vraisemblance : *La loi de la correspondance thermodynamique subsiste encore dans le cas des mélanges ternaires.*

SUR LES FRANGES DE HERSCHEL;

Par M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

I. Les franges d'interférence de Herschel ([1]) présentent de nombreuses particularités. Ce sont, en lumière homogène, leur aspect tout spécial et la loi de leur répartition (*voir* plus loin); en lumière blanche, leurs colorations singulières, dont M. Mascart a donné la théorie ([2]). J'en rappellerai le principe et les résultats :

Il existe, en général, une série de franges achromatisées pour les diverses radiations du spectre, de telle sorte que le nombre des franges discernables peut devenir très considérable; il croît avec l'épaisseur de la lame mince. Dans ces conditions, les maxima d'intensité se produisent dans les régions où il y a à la fois achromatisme et maximum d'intensité pour une même radiation λ, et la teinte de ce maximum est celle qui correspond à cette radiation, les minima voisins présentant la teinte complémentaire. Les maxima, lorsqu'on s'éloigne de la limite de réflexion totale, revêtent ainsi toutes les couleurs successives du spectre, du rouge au bleu.

II. Une autre particularité curieuse, que je me propose d'étudier ici, est que ces franges colorées sont équidistantes. Ce fait est d'autant plus singulier que la largeur des franges, lorsqu'on les examine en lumière homogène, augmente lorsqu'on s'éloigne de la limite de réflexion totale, suivant une loi que j'établirai tout d'abord.

([1]) Il est particulièrement commode, pour les obtenir, de constituer une lame mince d'air, d'épaisseur uniforme, au moyen de deux lames de verre planes, séparées par deux fragments d'un même fil de platine ($\frac{1}{10}$ de millimètre de diamètre par exemple), mastiquées sur leurs bords, et immergées verticalement dans l'eau d'un auge de verre rectangulaire.

([2]) *Journal de Physique*, (3), t. I, p. 509; 1892. Ces mêmes phénomènes de coloration peuvent être, il est vrai, réalisés avec d'autres appareils interférentiels [Anneaux de Newton examinés avec un prisme, lorsque l'achromatisme correspond à une frange d'ordre élevé, Mascart, *Journal de Physique*, (2), t. VIII, p. 445; 1889], mais aucun ne permet de les obtenir avec autant de facilité ni à un aussi haut degré.

Soient

i l'angle d'incidence, voisin de $\frac{\pi}{2}$, dans la lame mince;
r, ρ les angles de réfraction dans le prisme;
θ l'angle d'émergence;
$\frac{\pi}{2}$, r_0, ρ_0, θ_0 les valeurs de ces mêmes angles qui correspondent à l'incidence rasante;
e l'épaisseur de la lame;
n l'indice;
A l'angle au sommet du prisme;
$\delta = m\frac{\lambda}{2}$ la différence de marche.

On a

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} \delta &= 2e\cos i,\\ \sin i &= n\sin r,\\ r+\rho &= A,\\ \sin\theta &= n\sin\rho,\end{aligned}\right.$$

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} 1 &= n\sin r_0,\\ r_0+\rho_0 &= A,\\ \sin\theta_0 &= n\sin\rho_0.\end{aligned}\right.$$

Les phénomènes étudiés se produisant dans des directions θ voisines de θ_0, les angles $\theta-\theta_0$, $\rho-\rho_0$, $r-r_0$ seront assez petits pour que l'on puisse confondre leurs sinus avec les arcs, leurs cosinus avec l'unité, et remplacer $\frac{\theta+\theta_0}{2}$, $\frac{\rho+\rho_0}{2}$, $\frac{r+r_0}{2}$ par θ_0, ρ_0, r_0. On obtient alors, en retranchant membre à membre les équations situées sur la même ligne horizontale,

$$\theta-\theta_0 = n(\rho-\rho_0)\frac{\cos\rho_0}{\cos\theta_0} = -(r-r_0)\frac{\cos\rho_0}{\cos\theta_0},$$

$$\sin i = 1+n(r-r_0)\cos r_0 = 1-(\theta-\theta_0)\frac{\cos r_0\cos\theta_0}{\cos\rho_0},$$

$$\cos^2 i = 2(\theta-\theta_0)\frac{\cos r_0\cos\theta_0}{\cos\rho_0},$$

$$\delta^2 = \frac{m^2\lambda^2}{4} = 8e^2\frac{\cos r_0\cos\theta_0}{\cos\rho_0}(\theta-\theta_0).$$

La distance de deux franges consécutives en lumière homogène s'obtient en donnant à m un accroissement $\Delta m = 2$. Elle est

donc

$$\Delta\theta = \frac{\lambda^2 \cos\rho_0}{8 e^2 \cos r_0 \cos\theta_0} m.$$

Elle est proportionnelle à l'ordre d'interférence m.

III. Dans la formule obtenue, que l'on peut écrire

$$\delta = \frac{m\lambda}{2} = h(\theta - \theta_0)^{\frac{1}{2}}, \tag{3}$$

h peut être considéré comme une constante, et θ_0 est une fonction de la longueur d'onde que l'on est en droit de mettre sous la forme

$$\theta_0 = a + \frac{b}{\lambda^2} \ (^1). \tag{4}$$

La condition pour qu'une frange soit achromatisée pour la radiation λ est que l'on ait

$$\frac{dm}{d\lambda} = 0,$$

d'où

$$\theta - \theta_0 = -\frac{\lambda}{2}\frac{d\theta_0}{d\lambda}. \tag{5}$$

Les équations (3), (4) et (5) permettent de calculer l'orientation θ et le numéro d'ordre m de la frange achromatisée pour la radiation λ. Si en même temps la valeur de m ainsi déterminée

(1) Effectivement, le calcul numérique, appliqué au cas d'un prisme en flint très dispersif, de 45°, montre que h ne varie pas de 1 pour 100 de sa valeur lorsque n varie de 1,705 (raie B) à 1,749 (raie G).

D'autre part, si l'on différentie les équations (2), on trouve

$$d\theta_0 = \frac{\sin A}{\cos\theta_0 \cos r_0} dn.$$

Or le coefficient de dn peut être considéré comme constant, car il ne varie pas de 0,1 pour 100 dans les mêmes conditions et entre les mêmes limites; θ_0 est donc une fonction linéaire de n, et, en posant $n = \alpha + \frac{\beta}{\lambda^2}$, prend la forme indiquée.

Le calcul direct, appliqué au cas où θ_0 est très petit, conduit d'ailleurs à la relation

$$\theta_0 = \frac{n \sin A - 1}{\cos A} = \frac{\alpha \sin A - 1}{\cos A} + \frac{\beta}{\lambda^2} \operatorname{tang} A.$$

correspond à un maximum ou à un minimum d'intensité pour cette même radiation, la valeur de θ correspond, ainsi qu'il a été dit, à un maximum ou à un minimum en lumière blanche. Ces valeurs de m sont d'ailleurs de la forme (k étant un nombre entier)

	Lumière transmise.	Lumière réfléchie.
Maxima	$m = 2k$	$m = 2k + 1$
Minima	$m = 2k + 1$	$m = 2k$

Des équations (3) et (5) on tire, en remplaçant θ_0 par sa valeur et éliminant λ,

$$\theta = a + \frac{\sqrt{b}}{h} m,$$

équation qui, si l'on y donne à m les valeurs convenables, indiquées dans le Tableau, détermine les déviations qui correspondent aux maxima et aux minima en lumière blanche. On voit *que la distance de deux franges consécutives, brillantes ou sombres, est bien constante,* car elle a pour valeur

$$\Delta\theta = \frac{2\sqrt{b}}{h}.$$

La simplicité de ce résultat tient essentiellement à la loi particulière (3) qui lie $\theta - \theta_0$ à m en lumière monochromatique, loi qui ne se retrouve dans aucun autre phénomène d'interférence.

IV. Nous trouvons une première vérification de ce fait dans la figure même donnée par M. Mascart ([1]), représentant les bandes noires qui sillonnent le spectre obtenu en projetant les franges sur la fente, normale à leur direction, d'un appareil spectroscopique. Il est facile de voir que l'achromatisme a lieu pour une frange sombre (minima en lumière blanche), lorsque la tangente à l'une des courbes noires obtenues est verticale. Or on constate que les distances de deux des points de contact consécutifs sont égales, et comme ces points sont très sensiblement en ligne droite, ils correspondent à des distances égales sur la fente.

Voici d'ailleurs les résultats de quelques mesures micromé-

([1]) *Loc. cit.*, p. 516.

triques ([1]) d'autant plus faciles que, dans le cas des franges de Herschel, les maxima dans la lumière transmise, les minima dans la lumière réfléchie, se présentent sous la forme de lignes extrêmement déliées ([2]). Les distances x sont comptées à partir de la limite de la réflexion totale qui correspond à la lumière du sodium.

	Lumière blanche.		Lumière monochromatique (sodium).		
Franges observées.	x.	Distance de deux franges.	m.	x observé.	x calculé.
	mm			mm	
1re (rouge)........	3,21		20	0,41	0,40
		0,285			
3 »	3,78		28	0,79	0,79
		0,300			
5 »	4,38		36	1,31	1,31
		0,295			
7 »	4,97		44	1,96	1,96
		0,285			
9e (jaune).........	5,54		52	2,76	2,73
		0,300			
11 »	6,14		60	3,65	3,64
		0,285			
13 »	6,71		68	4,67	4,67
		0,285			
15 »	7,28		76	5,83	5,84
		0,290			
17 »	7,86		84	7,11	7,13
		0,285			
19e (vert bleuâtre)..	8,43		92	8,52	8,56
Moyenne........		0,290	Formule admise $m^2 = 989{,}2x$.		

Les résultats de ces expériences vérifient complètement l'exactitude des formules théoriques établies. Ils donnent lieu en outre à quelques remarques :

La 9e frange observée en lumière blanche présente le maximum d'achromatisme : elle est bordée de franges sombres à peu près complètement noires. Elle coïncide exactement avec la 37e frange de la lumière du sodium ($m = 74$, x observé : $5^{mm},54$). Au voisinage de cette dernière, la largeur d'une frange a été trouvée exactement égale à $0^{mm},29$, c'est-à-dire identique, conformément à la théorie, à la largeur constante observée en lumière blanche.

([1]) Lumière transmise; $e = \frac{1}{10}$ de millimètre; franges projetées dans le plan focal d'une lentille ayant 45^{cm} de distance focale.

([2]) Ce fait est dû aux réflexions multiples dans la lame mince (Ch. Fabry, *Thèse*, p. 34; 1892 et *Annales de la Faculté des Sciences de Marseille*, t. I, p. 92).

SUR DES FRANGES RIGOUREUSEMENT ACHROMATIQUES;

PAR M. GEORGES MESLIN.

PREMIÈRE PARTIE.

En continuant mes études sur les franges d'interférences circulaires (¹), j'ai été amené à recevoir sur un réseau circulaire à traits équidistants un faisceau lumineux provenant d'un trou très petit (deux fentes en croix) éclairé par le Soleil; si les rayons tombent sur la partie centrale et si l'on examine dans le faisceau lumineux avec une loupe de grand champ, on observe un nombre considérable d'anneaux concentriques équidistants *absolument achromatiques,* c'est-à-dire alternativement blancs et noirs. Pour apercevoir facilement le phénomène, il est bon de mettre le réseau à une dizaine de centimètres au plus de l'ouverture, de placer l'oculaire à $1^m,50$ et de se servir d'un réseau étendu; celui que j'ai employé était au $\frac{1}{50}$ et couvrait 18^{mm}.

Si le réseau était moins large, on ne verrait rien à cette distance, et il faudrait se rapprocher; mais alors les anneaux seraient plus petits; à 50^{cm} on peut encore les voir à la loupe; ils sont très fins et l'aspect général est fort élégant; si l'on veut observer encore plus près, on doit employer le microscope; j'ai compté plus de 360 anneaux et les derniers étaient aussi nets que les premiers; c'est l'éclairement seul qui finissait par faire défaut.

Ces franges s'élargissent lorsqu'on observe à une plus grande distance ou lorsqu'on rapproche le réseau de la source; ces deux variations, jointes à ce fait que les anneaux sont blancs et noirs, permettent de dire que l'aspect est le même que si l'on observait l'*ombre* des traits portée par le point lumineux; ce n'est d'ailleurs là qu'une façon de s'exprimer pour résumer le sens général du phénomène; car, outre que ce ne pourrait être une explication, j'ai constaté les faits suivants :

1° Sur une longueur connue (sur un micromètre), on compte

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences.* 6 février, 20 février, 13 mars 1893. — *Journal de Physique*, 3ᵉ série, t. II, p. 205.

exactement deux fois plus d'anneaux qu'il y a de cercles projetés sur ce même espace.

2° En couvrant avec un disque la partie centrale du réseau, les anneaux centraux ne disparaissent pas.

3° En limitant le réseau par des diaphragmes circulaires de moins en moins larges, on finit par faire disparaître les franges.

4° Le diaphragme qui fait disparaître le phénomène a une ouverture d'autant plus grande qu'on observe à plus grande distance.

5° *La disparition des franges se produit exactement lorsque l'œil de l'observateur placé au point où l'on vise ne voit plus le premier cercle coloré de diffraction qui entoure le point lumineux.*

Cette dernière remarque permet d'attribuer le phénomène à l'interférence des rayons correspondant à ce premier cercle de diffraction.

Soient S le point lumineux, O le centre du réseau (*fig.* 1)

Fig. 1.

perpendiculaire à SO ; un faisceau conique très délié émané de S se diffracte à droite et à gauche en formant des ondes paragéniques; considérons, en particulier, la première onde diffractée de part et d'autre, et voyons ce qui se passe dans un plan passant par SD.

Les rayons correspondants se comportent comme s'ils émanaient des deux points S_1 et S_2; soit alors un point M situé à une distance y en arrière de S, le mouvement vibratoire qui lui parvient peut être considéré comme provenant des deux points S_1 et S_2 et la lumière qui arrive en M est celle qui a été diffractée au voisinage des deux points s_1 et s_2. Ces deux sources provenant d'une source unique interféreront et la frange d'ordre k sera à une

distance x de SO donnée par la formule

$$x = k\frac{\lambda}{2}\frac{y}{2c}.$$

Admettons que les deux points s_1 et s_2, centre des ondes parogéniques se comportent comme deux sources synchrones et que le retard des mouvements vibratoires envoyés en M ne dépende que de la différence des chemins parcourus à partir de s_1 et s_2. Nous partirons d'abord de ces hypothèses qui ne constituent d'ailleurs qu'une première approximation, car elles seraient impuissantes à expliquer un certain nombre de particularités que nous signalerons plus loin; aussi nous verrons dans la deuxième Partie comment elles doivent être complétées en tenant compte de la constitution spéciale des ondes paragéniques.

Considérons maintenant une autre radiation, les points S_1 et S_2 ne sont plus les mêmes, c est une fonction de λ, $c = d\,\mathrm{tang}\,\delta$, ou sensiblement $d \sin\delta$ ou $n\lambda d$, δ étant la déviation pour le diffracté de premier ordre et n le nombre de traits par millimètre.

La distance de deux franges consécutives obtenue en faisant $k = 2$ est

$$\varepsilon = \frac{\lambda}{2}\frac{y}{n\lambda d} = \frac{y}{2nd}, \tag{1}$$

elle est indépendante de λ ainsi que x : *l'achromatisme est donc absolu;* en calculant la distance ε' des ombres de deux traits consécutifs, on a

$$\varepsilon' = \frac{nd}{y}. \tag{2}$$

La comparaison des équations (1) et (2) justifie l'une des remarques énoncées plus haut; de même, pour que l'interférence se produise en M, il faut que les deux régions s_1 et s_2 ne soient pas masquées; aussi les franges ne sont visibles qu'à l'intérieur d'un cône qui s'appuie d'un côté sur le cercle S_1S_2 et de l'autre sur celui qui limite l'ouverture utilisée du réseau; elles seront circulaires à cause de la symétrie de l'appareil autour de SO.

Cette théorie doit s'appliquer aux réseaux rectilignes et permet de prévoir la production de franges provenant de l'interférence des deux diffractés de premier ordre.

Mais ici on peut remplacer le point S par une fente lumineuse parallèle aux traits, ce qui permet d'avoir plus d'intensité; il faut, il est vrai, un réglage de parallélisme, mais, en revanche, on obtient un phénomène d'une remarquable régularité, le champ est sillonné de raies brillantes et sombres, identiques entre elles et en nombre considérable.

Le phénomène est difficile à voir avec des réseaux au $\frac{1}{100}$; je ne l'ai aperçu qu'en visant avec un microscope très grossissant (objectif n° 6 Nachet) contre le plan du réseau; encore est-il compliqué de colorations sur lesquelles je reviendrai. Avec un réseau au $\frac{1}{25}$, les franges sont visibles, mais les colorations dont on vient de parler se manifestent presque à toutes les distances; au contraire, avec les réseaux au $\frac{1}{50}$, placés à quelques centimètres de la fente, on a des franges achromatiques de dimensions variables; j'en ai mesuré dont la largeur n'était guère supérieure à un centième de millimètre. Voici enfin les mesures que j'ai faites tant sur les franges circulaires que sur les franges rectilignes pour vérifier la formule établie plus haut; elles ont été obtenues soit à l'aide d'un oculaire micrométrique, soit avec un microscope, par comparaison avec un micromètre-objectif

	Distance			Nombre de franges dans $\frac{25}{100}$ de millimètre.		
	de la source au réseau ou *d*.	des franges au réseau.	y.		ε obs.	ε calc.
		cm			mm	mm
Franges rectilignes..	9	2,5	11,5	78	0,0129	0,0127
	»	11,3	20,5	44	0,0229	0,0225
	»	24	33	27	0,0373	0,0366
	»	34,2	43,2	21	0,0481	0,0480
Franges circulaires..	12	12	24	51	0,0197	0,0200
	»	20	32	38	0,0265	0,0265
	»	88	100	$60\frac{1}{2}$ (1)	0,0825	0,0830
	»	188	200	30 (1)	0,1666	0,1666

(1) Ces deux nombres obtenus par le premier procédé indiquent le nombre de franges contenues dans les 5mm du micromètre oculaire.

THE AMERICAN JOURNAL OF SCIENCE;

t. XLVI, 2e semestre 1893.

H.-S. CARHART. — Pile étalon de un volt, p. 60-67.

C'est une pile à calomel mercure-calomel-chlorure de zinc-zinc. La force électromotrice décroît quand on augmente la densité de la solution de chlorure de zinc. Avec une densité 1,391 à 15°, on a exactement à cette température une force électromotrice de 1 volt. (La mesure a été faite par comparaison avec un élément Clarke dont on prend la force électromotrice égale à $1^{volt},434$ à 15°, le coefficient de variation avec la température étant — 0,00077.) *L'élément au calomel varie très peu avec la température*. Entre 10° et 40°, sa force électromotrice est très exactement représentée par la formule

$$E_t = 1 + 0,000094(t - 15).$$

Le coefficient de variation est inférieur à $\frac{1}{10000}$; une incertitude de 10° sur la température n'entraîne pas une erreur de $\frac{1}{1000}$.

La variation d'une pile avec la température tient uniquement, selon l'auteur, aux phénomènes thermoélectriques qui se produisent des deux côtés, au contact du métal et de l'électrolyte. Par exemple, le couple thermoélectrique Cu — $CuSO^4$, a une force électromotrice d'environ $0^{volt},00073$ par degré centigrade entre 0° et 50°. Le couple Fe — $FeSO^4$ a une force électromotrice sensiblement nulle, comme l'a montré M. Bouty. L'accroissement de la force électromotrice, quand on élève la température d'un couple hydroélectrique Fe — $FeSO^4$ — $CuSO^4$ — Cu, doit être sensiblement le même que si l'on chauffait seulement le côté cuivre-sulfate de cuivre. C'est ce que l'expérience vérifie. Pour l'élément au calomel, l'auteur a mesuré, par des différences de température, des contacts variant entre 10° et 50°, la force électromotrice d'un couple Zn — $ZnCl^2$, et d'un autre

$$Hg — Hg^2Cl^2 — ZnCl^2 — HgCl^2 — Hg.$$

Il a trouvé, pour le premier, +0,000584 par degré; pour le second,

+ 0,000681 ; la différence donne bien 0,000097 qui est sensiblement le coefficient $\frac{dE}{dT}$ de l'étalon qu'il a étudié ([1]).

F.-E. BEACH. — Emploi du nitrate de cuivre dans le voltamètre, et équivalent électrochimique du cuivre, p. 81-88.

Le nitrate paraît donner des résultats plus réguliers que le sulfate. On a employé un voltamètre à cathode de cuivre électrolytique de 2^{mm} d'épaisseur, à anode de platine; on a mesuré le courant au voltamètre à nitrate d'argent, en adoptant le nombre $0^{gr},0011181$ pour le poids d'argent déposé par un ampère dans une seconde. On peut, avec le nitrate, employer une densité de courant élevée; pour éviter toute oxydation de la solution, on y ajoute un peu de chlorhydrate d'ammoniaque, et en quantité d'autant plus grande que la densité de courant à employer est plus grande. Les nombres obtenus pour l'équivalent électrochimique dans différents cas, dans les expériences que l'auteur a conservées, ont varié entre 3290×10^{-7} et $3302 . 10^{-7}$. La moyenne concorde bien avec le nombre $3294,4 . 10^{-7}$ qu'on déduit du poids atomique donné par Richards.

O.-N. ROOD. — Méthode photométrique indépendante de la couleur, p. 173-176.

Il s'agit, en particulier, de comparer les pouvoirs réfléchissants de deux disques colorés. Si l'on met en rotation un disque dont la teinte est uniforme, la rétine n'éprouve pas d'impression brusque, on n'a pas la sensation d'une lumière vacillante. Si, au contraire, une moitié du disque a un pouvoir réflecteur moindre que l'autre de $\frac{1}{50}$, avec une vitesse convenable de rotation, on perçoit un lé-

---

([1]) Le procédé de raisonnement qu'emploie l'auteur pour obtenir le coefficient de variation de l'élément hydroélectrique semble correct dans ce dernier cas, où il a pris soin d'étudier un couple thermoélectrique où deux contacts calomel-chlorure de zinc sont à des températures inégales. Dans le cas de l'élément à sulfates de fer et de cuivre, il faudrait tenir compte des phénomènes thermoélectriques au ontact des deux solutions de sulfates. On rendrait aussi compte sans doute par là du désaccord que M. Carhart constate, sans l'expliquer, entre le résultat qu'il calcule et celui qu'il observe avec un élément Cu — $CuSO^4$ — $NiSO^4$ — Ni.

ger vacillement (*flickering*) qui devient plus sensible si la différence d'éclairement augmente. L'auteur estime que ce vacillement n'est pas perçu dans le cas où les deux moitiés du disque sont deux surfaces de même luminosité totale, mais de couleurs différentes. Il a déterminé ainsi, par comparaison avec une série de disques gris allant du blanc au noir, l'éclat de différents disques colorés. En prenant deux de ces disques ayant des couleurs complémentaires, on produit par la rotation un gris résultant dont on peut apprécier l'éclat à la manière ordinaire; l'éclat ainsi observé et l'éclat calculé, en partant de celui qu'on a obtenu pour les disques colorés par l'expérience du vacillement, concordent suffisamment.

J. TROWBRIDGE. — Oscillations des décharges lumineuses et de l'aurore boréale, p. 195-201.

En actionnant une bobine de Ruhmkorff et un transformateur au moyen d'un alternateur, on peut avoir des étincelles correspondant à une haute tension et à une grande quantité. On a pu les photographier. L'intervalle de deux oscillations successives est d'environ $\frac{1}{100000}$ de seconde; on observe que la décharge électrique suit exactement le même chemin dans l'air pendant trois cent-millièmes de seconde; sur la figure qui est la reproduction d'un cliché, on voit une traînée lumineuse; de chaque côté, aux deux électrodes, deux ou trois stries lumineuses bien nettes : il semble donc qu'au début l'air ne joue aucun rôle, qu'il reste passif. La chaleur produite par l'étincelle ne se dissémine pas par conduction pendant ce premier intervalle de temps; si l'air était échauffé, sa résistance électrique serait modifiée et la décharge changerait de forme. La décharge disruptive, quand elle est produite par une force électromotrice oscillatoire, cesse d'être disruptive au bout de quelques cent-millièmes de seconde et devient ensuite analogue à la décharge par aigrettes.

Il y a une grande différence entre les stratifications obtenues par les décharges à travers des tubes à gaz raréfiés et l'illumination produite dans un tube à vide tenu à la main par une personne qui touche de l'autre main un pôle d'un transformateur. M. Trowbridge est porté à assimiler l'aurore boréale à l'illumination qu'on

obtient dans ce dernier cas. On peut passer par degrés de la décharge par aigrettes à la décharge disruptive; en intercalant une résistance liquide sans induction et un tube à vide entre les bornes d'un transformateur convenable, on peut éviter les phénomènes que présente le tube à vide tenu d'une main; la résistance liquide tient lieu de la résistance de l'air de l'espace. Si l'on diminue l'intensité de la décharge, on peut avoir des stratifications d'espèces variées, des stratifications transitoires, qui se distinguent par là des stratifications stationnaires qu'on observe dans des tubes étroits; on peut produire de ces stratifications transitoires en touchant certains points du tube à vide avec le doigt ou en les reliant au sol; de pareilles stratifications persistent autant que le contact et sont tout à fait indépendantes du nombre d'alternances du courant primaire du transformateur. On a obtenu des photographies qui rappellent tout à fait l'aspect de l'aurore boréale; ce phénomène se produit ainsi au contact établi par un nuage humide entre le sol et un point des hautes régions de l'atmosphère, où l'air raréfié serait le siège d'une décharge du même genre que celle du tube à vide.

P.-F. BECKER. — Fonction reliant les déformations élastiques aux forces déformatrices quand les déformations sont finies (*finite elastic stress-strain function*), p. 337-356.

Prenons un solide élastique homogène et isotrope; l'étude purement cinématique des déformations conduit à certaines relations entre les diverses déformations possibles. La relation entre les déformations et les forces déformatrices ne peut naturellement être trouvée que par l'expérience. Pour des déformations infiniment petites, on a la loi de Hooke, pour des déformations finies, on n'a plus la loi de Hooke, si l'on part de l'hypothèse que les vibrations d'un solide élastique, par exemple les vibrations longitudinales de ce solide, sont absolument isochrones; il faut y substituer une loi exponentielle : la grandeur géométrique sur laquelle s'exerce la déformation a son logarithme proportionnel à la force déformatrice. C'est la *loi de l'intérêt composé* substituée à la loi de l'intérêt simple.

A.-H. PATTERSON et C.-H. ARNOLD. — Accroissement de la fréquence des oscillations électriques, p. 359-363.

Si l'on prend un circuit primaire parcouru par un courant alternatif et un secondaire sur lequel sont mis en parallèle un condensateur et un micromètre à étincelles, on obtient en général des étincelles : il importe de ne pas confondre les oscillations électriques correspondantes à la période propre de ce circuit secondaire (période aisée à calculer, car on peut avoir sa capacité et sa self-induction), et les impulsions électriques provenant du primaire. En étudiant les oscillations par la photographie, on a reconnu qu'elles correspondent toujours à la période propre du secondaire, et sont indépendantes de la période du primaire. On a pu étudier aussi les étincelles du primaire, et voir que leur période est indépendante de la période du secondaire, calculée séparément : il n'y a influence réciproque qu'au voisinage des conditions de résonance.

CAREY LEA. — Réactions endothermiques effectuées par la force mécanique, p. 241-244 et 413-420.

L'auteur a produit certaines réactions endothermiques, décomposition de certains sels d'argent, de mercure, etc.: 1° en les soumettant simplement à une compression continue; 2° en ajoutant à cette pression un effort tangentiel, *shearing stress,* en faisant tourner dans un mortier solide un pilon qui presse sur les corps étudiés. M. C. Lea voit dans ces phénomènes, dont il donne de nombreux exemples, une transformation directe *de l'énergie mécanique en énergie chimique* (1).

BERNARD BRUNHES.

(1) Peut-être y aurait-il lieu de bien insister sur la différence entre le cas où l'on soumet simplement le corps à une pression statique de celui où l'on dépense du travail mécanique. Dans le premier cas, si on laisse deux jours un composé soumis à une pression de 70 atmosphères (p. 243), pendant ces deux jours ou ces quatre jours il n'y a pas de travail dépensé. On a simplement ce résultat que plusieurs réactions endothermiques, impossibles à la pression ordinaire, se produisent dans certaines conditions de pression; de même que plusieurs réactions endothermiques impossibles à la température ordinaire se produisent dans des conditions de températures convenables.

ARCHIVES DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES (DE GENÈVE); 1892.

CH.-EUG. GUYE. — Problème du pont de Wheatstone appliqué au bolomètre, t. XXVII, p. 26.

Le bolomètre a été utilisé jusqu'à ce jour comme micro-radiomètre. M. Guye propose de le faire servir à la mesure de plus grandes différences à haute et à basse température. Le dispositif est celui du pont de Wheatstone. Dans l'état permanent, si a, b, a', b', r, R sont les résistances, α, β, α', β', i, I les intensités des courants qui traversent séparément ces résistances, E la force électromotrice de la pile, l'intensité i qui traverse le galvanomètre est donnée par la formule

$$i = \mathrm{E}\frac{ab' - ba'}{\Delta},$$

où

$$\Delta = \mathrm{R}r(a + a' + b + b') + \mathrm{R}(a + a')(b + b') + r(a + b)(a' + b') + aa'bb'\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} + \frac{1}{b} + \frac{1}{b'}\right)$$

(Mascart et Joubert, t. II, p. 382). On établit l'équilibre du pont en faisant $a = a'$, $b = b'$. La valeur de la résistance a' après une variation de température dt est donnée par $a'(1 + \gamma\, dt)$, ce qui donne dans le pont un courant d'intensité

$$di = \mathrm{E}\frac{ab\gamma\, dt}{\Delta + (\mathrm{R}ra + 2\mathrm{R}ab + ra(a + b) + ab^2 + 2a^2 b)\gamma\, dt}$$

ou $di = \mathrm{E}\frac{ab\gamma\, dt}{\Delta}$ en négligeant les termes en γ^2. Mais l'intensité change dans toutes les portions du circuit; d'où une variation de température et, par suite, de résistance; le calcul précédent néglige ces variations de résistance qui ont leur cause dans la variation du régime permanent d'équilibre du pont. On peut pratiquement annuler les variations de température des différentes branches, sauf a et a' qui constituent le bolomètre, en leur donnant une grande surface de refroidissement, les construisant en maillechort ou en nickeline et les entourant d'eau froide. Sous

le bénéfice de cette hypothèse, l'auteur conclut que la sensibilité et l'exactitude des mesures sont indépendantes de la valeur absolue des résistances *a*, *b*, *r* et ne dépendent que du rapport de ces résistances. Il le vérifie par l'expérience.

P. CHAPPUIS. — Sur les thermomètres destinés à la mesure des basses températures, t. XXVIII, p. 293.

Il n'existe pas encore de thermomètres justes, sensibles, et d'une manipulation facile, pour la mesure des basses températures. Le thermomètre à hydrogène ne saurait être considéré comme un appareil de pratique courante. Les thermomètres à alcool livrés par les constructeurs présentent des écarts énormes avec le thermomètre à hydrogène, atteignant 7° dans le voisinage de — 70°.

Plusieurs causes interviennent dans ces divergences. D'abord l'adhésion de l'alcool contre la paroi du tube capillaire qu'il mouille : il faut, en effet, près de deux jours pour que le liquide adhérent à la paroi rejoigne la masse d'alcool. En second lieu, la dilatation de l'alcool croît avec la température, et les constructeurs adoptent des divisions de longueurs égales sur la tige calibrée, pour le repérage des degrés. Aucune entente n'existe pour établir les repères extrêmes, de telle sorte que les indications varient avec le constructeur. Enfin l'alcool est très difficile à obtenir pur et une moindre impureté influe sur la loi de sa dilatation. M. P. Chappuis a fait des expériences comparatives au Bureau international des Poids et Mesures, avec des thermomètres à alcool (rectifié par M. Joly), des thermomètres à alcool (fourni par la maison Billault), des thermomètres à toluène. Les thermomètres à alcool ne sont même pas comparables entre eux : l'écart atteint 1° vers — 72°; les thermomètres à toluène restent comparables à $\frac{4}{100}$ de degré près. Leur emploi semble devoir se généraliser au détriment des thermomètres à alcool.

CH.-ED. GUILLAUME. — Possibilité d'une comparaison directe entre la vitesse de propagation de la lumière et des actions électro-magnétiques, t. XXVIII, p. 302.

L'auteur propose, pour comparer ces deux vitesses, d'observer

sur le soleil un phénomène capable de donner un signe visible en même temps qu'une action magnétique.

E. SARASIN et L. DE LA RIVE. — Sur la production de l'étincelle de l'oscillateur hertzien dans un diélectrique liquide au lieu de l'air, t. XXVIII, p. 306.

Au lieu de faire éclater l'étincelle du vibrateur de Hertz dans l'air, les auteurs la font éclater dans un bain d'huile : l'écartement des boules excitatrices qui, dans l'air, était de 22^{cm} à 25^{cm} est réduit à 10^{cm} environ; l'huile se carbonise, mais ne gêne pas l'expérience. L'action d'un pareil système sur les résonateurs est augmentée d'une manière très marquée. L'étincelle est plus lumineuse et peut être vue de loin. Il est probable que l'augmentation d'effet obtenue est due à l'augmentation de tension et de charge qui, lorqu'on emploie l'huile, est accompagnée d'une résistance du filet lumineux assez petite pour rester compatible avec la décharge oscillatoire, tandis que, dans l'air, la longueur de l'étincelle ne lui permet pas de subsister.

F. DUSSAUD. — Sur la réfraction et la dispersion du chlorate de soude cristallisé, t. XXVII, p. 380 et p. 521.

L'auteur utilise successivement, pour la mesure des indices de réfraction pour la raie D, du chlorate de soude, les réfractomètres de Kohlrausch, Pulfrich, Abbe et Soret, ainsi que la méthode du minimum de déviation. Ces réfractomètres présentent des avantages divers : celui de Kohlrausch est avantageux quand on ne possède que de petits cristaux, mais un réglage du cristal est nécessaire à chaque opération; celui de Pulfrich n'exige pas de réglage et les limites deviennent belles si le cristal est gros et si la plaque est complètement plongée dans du bromure de naphtaline. L'appareil de M. Abbe donne de bonnes mesures, à condition que les cristaux soient un peu gros. Enfin celui de M. Soret permet d'opérer avec de gros et de petits cristaux. Il présente, en outre, l'avantage de permettre leur étude à différentes températures : son seul inconvénient est d'être assez volumineux.

L'emploi de la méthode du minimum de déviation est pénible avec le chlorate de soude qui est une substance friable, sur

laquelle il est difficile de découper des faces bien planes et d'une certaine étendue.

Ces divers appareils donnent des résultats comparables. Les valeurs trouvées à la température de 23° sont

Raie.		
a	1,51097	(réfractomètre Soret)
B	1,51163	
C.	1,51267	
D	1,51510	
b	1,51933	
F	1,52161	
Cd. 9.....	1,53883	(spectromètre à oculaire fluorescent de Soret)
Cd. 10.....	1,54242	
Cd. 11.....	1,54421	
Cd. 12.....	1,54700	
Cd. 17.....	1,57203	
Cd. 18.....	1,58500	

Ces dernières déterminations ont été faites avec le spectromètre à oculaire fluorescent de M. Soret pour le spectre ultra-violet. Une goutte de bromure de naphtaline très pur, mise entre deux lames de quartz, absorbe les rayons ultra-violets à partir de la raie 9 du cadmium.

G. ZILOFF. — Interférence des ondes électriques, t. XXVII, p. 536.

M. Biernacki, élève de M. Ziloff, ayant répété les expériences de M. Lecher, signale quelques particularités intéressantes. L'excitateur employé est formé de deux feuilles de zinc de 40^{cm} de côté, à une distance de 65^{cm} l'une de l'autre. Parallèlement, et en regard de chacune d'elles se trouvent deux autres feuilles de zinc, d'où partent deux fils métalliques qui se rapprochent, puis courent parallèlement l'un à l'autre sur une longueur de 11^{m} environ. Le vibrateur actionné par une bobine de Ruhmkoff charge par induction et alternativement les secondes feuilles de zinc. Les charges se propagent le long des fils parallèles, se réfléchissent à leurs extrémités et constituent des ondes stationnaires. On rend visibles les ventres de vibration avec un tube de Geissler qui s'illumine en s'appuyant sur deux points correspondants des fils parallèles.

La sensibilité du tube résonateur est augmentée quand on y colle deux bandes de papier d'étain qui touchent les fils. Un tube peu sensible présente un retard à l'illumination; mais, si l'on approche un tube plus sensible s'illuminant avant le contact des fils, le premier tube s'éclaire aussitôt. L'illumination du tube est supprimée s'il est entouré de fils métalliques parallèles à son axe; elle est conservée, si ces fils constituent un réseau formé d'anneaux successifs ayant leurs plans perpendiculaires à l'axe du tube. Le contraire a lieu si le tube résonateur est dirigé parallèlement aux fils principaux. Guidé par l'analogie de ces phénomènes avec ceux des tuyaux sonores, où la coulisse que l'on intercale aux nœuds joue le même rôle que le pont métallique, l'auteur a réussi à bifurquer les ondes électriques sur des fils secondaires et à y constater l'existence de nœuds et de ventres. Enfin les mesures par le procédé de M. Lecher ont permis de constater l'existence de trois systèmes d'ondes stationnaires dont les longueurs étaient sensiblement proportionnelles à 10, 13 et 18.

PH. A. GUYE. — Le coefficient critique et la détermination du poids moléculaire au point critique, t. XXVIII, p. 605 (1).

L'auteur a indiqué deux méthodes pour la détermination des poids moléculaires au point critique (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXII, p. 212). Il donne une troisième méthode plus générale, qui n'est pas en défaut, pour les températures critiques très basses et les composés à grande dispersion.

La densité relative par rapport à l'air du fluide au point critique serait donnée par la formule

$$d = \frac{p}{\varphi} \frac{\theta}{0,001293 \times 273 \times \pi},$$

si, au point critique, la relation

$$\varphi\pi = \frac{1}{273}\theta,$$

qui exprime les lois de Mariotte et de Gay-Lussac, était applicable.

Mais il n'en est pas ainsi. Les relations de Van der Waals

(1) Voir *Journal de Physique*, 3e série, t. II, p. 138.

(*Comptes rendus de la Société de Physique,* 1890), de Sarrau (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. CI, p. 941), prennent, avec les notations adoptées par eux, les formes

$$\pi\left[\frac{8}{3(1+a)(1-b)}\varphi\right]=\frac{1}{273}\theta \qquad \text{(Van der Waals)},$$

$$\pi\left(4\frac{\alpha+\beta}{\alpha+\beta+\frac{\alpha}{2}}\varphi\right)=\frac{1}{273}\theta \qquad \text{(Sarrau)},$$

ou plus simplement

$$\pi F\varphi=\frac{1}{273}\theta.$$

La densité relative critique par rapport à l'air est, par suite, donnée par la formule

$$d=\frac{p}{F\varphi}\,\frac{\theta}{0,001293\times 273\times\pi}.$$

Soit $\delta=\frac{p}{\varphi}$ la densité absolue critique. La relation prend la forme

$$\frac{\theta\delta}{F\times 0,001293\times 273\times\pi}=\frac{M}{28,87}.$$

La détermination du coefficient F permet, d'après cette formule, de fixer le poids moléculaire d'un corps au point critique, connaissant π, θ et δ. M. Guye a pu reconnaître que F n'est pas une constante; sa variation peut approximativement être représentée par la formule

$$F=A(1+B\theta).$$

Les données expérimentales relatives à l'azote et à l'iodobenzène, dont les points critiques sont

$$\theta_1=127^\circ, \qquad \theta_2=721^\circ,$$

permettent, en utilisant la formule de M. Sarrau, de fixer les valeurs

$$A=2,648, \qquad B=0,000935;$$

d'où

$$\text{(1)} \qquad \frac{M}{28,87}=1146\,\frac{\delta\theta}{\pi(1070+\theta)},$$

approximativement (π est exprimé en atmosphères).

Cette relation est sensiblement vérifiée pour un assez grand nombre de corps. Quelques écarts notables ont été constatés pour les corps qui subissent un commencement de décomposition au point critique. La formule (1) reçoit une confirmation intéressante avec l'eau et l'alcool méthylique. R. DONGIER.

WIEDEMANN'S ANNALEN.

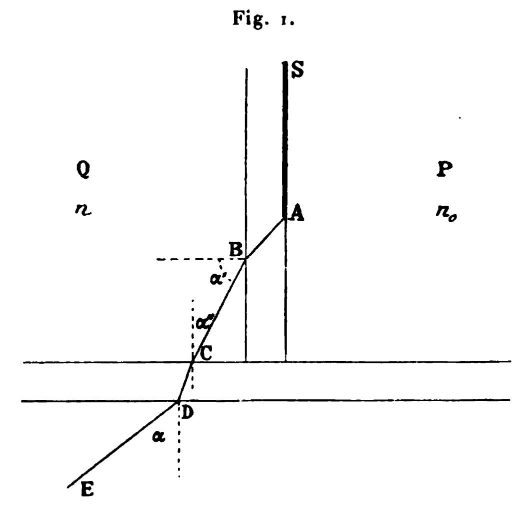
T. XLVIII, XLIX et L; 1893.

Optique.

W. HALLWACHS. — Sur une méthode différentielle faisant usage de l'incidence rasante pour mesurer la différence des indices de réfraction de deux liquides, t. L, p. 577-589.

Deux cuves adjacentes P et Q contiennent les liquides d'indices n_0 et n à comparer ($n > n_0$) et sont séparées par une glace plane.

Fig. 1.



Un rayon SA, rasant la glace dans l'auge P, fournit dans l'auge Q un rayon BC qui sort de l'angle en DE; on a les re-

lations

$$n_0 = n \sin\alpha' = n \cos\alpha'' = n\sqrt{1 - \frac{\sin^2\alpha}{n^2}},$$

d'où l'on tire

$$n - n_0 = \frac{\sin^2\alpha}{n + n_0}.$$

Il suffit de mesurer α et de connaître une valeur grossière de n pour obtenir $n - n_0$ avec une assez grande approximation.

Si l'on éclaire les deux auges par de la lumière monochromatique, on observera sans peine, dans la lunette du goniomètre employé, la limite de l'ombre et de la lumière correspondant à la direction DE.

M. Hallwachs a appliqué cette méthode à la comparaison des indices de l'eau pure et de dissolutions de sel marin, dont la plus étendue, contenant $\frac{1}{32}$ d'équivalent en grammes par litre, correspond à peu près à la limite des mesures qu'on peut réaliser par ce procédé. Les résultats concordent avec ceux que M. Hallwachs avait obtenus précédemment par la méthode des réfractomètres interférentiels.

H. KAYSER et C. RUNGE. — Dispersion de l'air, t. L, p. 293-315.

MM. Kayser et Runge placent une plaque photographique au foyer d'un réseau concave de Rowland, et interposent entre le réseau et la plaque un prisme creux contenant de l'air, dont l'arête réfringente est parallèle aux traits du réseau. Le prisme dévie d'un petit angle les radiations qui le traversent et, par conséquent, deux spectres, légèrement déplacés l'un par rapport à l'autre, s'impriment sur l'épreuve : l'un provenant des rayons qui ont traversé, l'autre des rayons qui n'ont pas traversé le prisme. Connaissant l'angle réfringent du prisme et sa distance à la plaque, on calculera aisément la déviation de chaque raie.

Afin d'obtenir des déviations suffisantes pour évaluer la dispersion, les auteurs sont obligés de comprimer l'air dans leur prisme par une colonne d'une dizaine de mètres de mercure; à l'aide de données publiées par M. Amagat, ils calculent les constantes de la formule de Van der Waals relative à l'air et s'en servent pour ramener les résultats à la pression normale.

Les résultats des expériences, pour des valeurs de λ comprises entre $0^\mu,563$ et $0^\mu,236$, sont exactement représentées par la formule

$$10^7(n-1) = 2878,7 + \frac{13,6}{\lambda^2} + \frac{0,316}{\lambda^4},$$

dans laquelle λ est évalué en millièmes de millimètre.

Il est intéressant de rapprocher les valeurs de l'indice de l'air obtenues jusqu'ici par les divers expérimentateurs.

Pour la raie D les valeurs de $10^7(n-1)$ à 0° et sous la pression normale sont les suivantes :

Ketteler..................................	2947,0
Lorenz,..................................	2910
Mascart..................................	2927
Chappuis et Rivière..............	2919
Benoît..................................	2923
Kayser et Runge..................	2922

Pour la lumière *blanche* les nombres publiés par divers physiciens ou astronomes sont les suivants :

Delambre..................................	2940,5
Biot et Arago..................................	2945,9
Jamin..................................	2940
Bessel..................................	2916,1
Gyldén..................................	2927,6
Fuss..................................	2912,1
Kayser et Runge..................	2929

MM. Kayser et Runge ont admis que *l'indice moyen pour la lumière blanche* doit correspondre à l'indice vrai pour $\lambda = 0^\mu,550$.

Enfin les excès des valeurs de $10^7(n-1)$ pour la lumière de longueur d'onde λ, sur les valeurs correspondant à la raie D, sont les suivants :

λ.	Ketteler.	Lorenz.	Mascart.	Kayser et Runge (formule).
$0^\mu,671$ ...	−10,4	+9,9	»	− 9,7
644 ...	»	»	− 6	− 6,9
538 ...	»	»	+11	+ 8,8
535 ...	+ 9,6	»	»	+ 9,3
509 ...	»	»	+17	+15,1
480 ...	»	»	+26	+22,6

En terminant, les auteurs signalent un travail tout récent de M. Hasselberg ([1]), réalisé d'une manière indépendante, mais par une méthode presque identique à la leur.

E.-W. LEHMANN. — Sur un photomètre, t. XLIX, p. 672-689.

Cet appareil est une modification du photomètre de Joly ([2]).

Comme dans le photomètre à tache d'huile de Bunsen, un appareil de comparaison glisse sur un banc d'optique aux extrémités duquel se trouvent les deux luminaires à comparer. Cet appareil est ici formé de deux prismes à réflexion totale qui se regardent par leurs faces hypoténuse et présentent normalement l'une des faces de l'angle droit au faisceau lumineux incident provenant de la source la plus voisine. Ces prismes sont renfermés dans une boîte terminée de part et d'autre par une glace dépolie. Les faisceaux réfléchis par les deux prismes se trouvent exactement juxtaposés dans une direction normale au banc d'optique et l'œil, convenablement protégé, observe leur éclat à travers un tube fixé à la boîte et normal au banc d'optique. On fait glisser tout le système le long du banc jusqu'à obtenir l'égalité d'éclat, puis on recommence la même opération après avoir fait pivoter l'ensemble des deux prismes de 180°, de façon à les substituer l'un à l'autre. Un crayon fixé à l'appareil permet de pointer ses positions successives sur un papier quadrillé, sur lequel on les relève ensuite à loisir après chaque série complète de mesures.

Dans les conditions moyennes, la sensibilité de l'appareil atteindrait, d'après M. Lehmann, environ un demi pour 100, et ne serait jamais inférieure à 2,5 pour 100 dans les conditions les plus défavorables.

P. GLAN. — Loi fondamentale des couleurs complémentaires, t. XLVIII, p. 307-326.

D'après M. Glan, le rapport dans lequel il faut associer deux couleurs complémentaires pour produire la sensation du blanc

(1) HASSELBERG, *Oefvers. af k. Vetensk. akad. Förhand.* Novembre 1892.
(2) E. WIEDEMANN et EBERT, *Physikalischen Praktikum*, p. 232.

doit être tel que, après l'absorption exercée par les milieux de l'œil, la quantité d'énergie *reçue par la couche sensible* de la rétine aux dépens de chacune des deux couleurs soit la même. Pour produire un blanc de même intensité avec deux systèmes différents de couleurs complémentaires, il faut aussi que la quantité totale d'énergie *reçue par la couche sensible* demeure invariable.

H. KAYSER et C. RUNGE. — Sur les spectres de l'aluminium, de l'iridium et du thallium, t. XLVIII, p. 126-149.

Ces spectres (3[e] série de Mendeleeff) sont caractérisés par des doublets que les auteurs comparent aux deux séries secondaires de doublets des alcalis. Les longueurs d'onde correspondant à ces doublets sont données par la formule

$$\lambda^{-1} = A - Bn^{-2} - Cn^{-4},$$

où n est un entier quelconque, avec les valeurs suivantes des constantes

		A.		B.	C.
(1)	Al......	48308,2	48420,2	156662	2505331
	In......	44515,4	46728,6	139308	1311032
	Tl......	41542,7	49337,6	132293	1215223
(2)	Al......	48244,5	48356,5	127527	687819
	In......	44535,0	46748,2	126766	643584
	Tl......	41506,4	49301,3	122617	790683

H. KAYSER et C. RUNGE. — Sur les spectres infra-rouges des alcalis, t. XLVIII, p. 150-157.

Les spectres publiés par M. Snow ([1]) contiennent, dans la partie visible, des lignes dues à des métaux étrangers que MM. Kayser et Runge identifient. Il est indispensable que de nouvelles recherches, effectuées avec des échantillons plus purs des mêmes métaux, permettent de reviser les lignes infra-rouges publiées par M. Snow.

([1]) Voir *Journal de Physique*, 3[e] série, t. II, p. 571.

F. PASCHEN. — Émission totale du platine incandescent, t. XLIX, p. 50-68.

L'émission totale du platine incandescent n'obéit à aucune des lois qui ont été proposées jusqu'ici (Rossetti, Stefan, H.-F. Weber). Pour la loi de Stefan, par exemple, les écarts sont plus que du simple au triple; la loi de Weber ne vaut guère mieux.

Si l'on recouvre le platine d'une couche de noir fumée, l'accord ne devient pas meilleur (dans les limites où le noir échappe à la combustion).

E. PRINGSHEIM. — La loi de Kirchhoff et le rayonnement des gaz, t. XLIX, p. 347-365.

L'auteur répète, pour le lithium, le thallium, le potassium et leurs sels, des expériences analogues à celles qu'il a déjà publiées sur le sodium et ses sels ([1]). Elles le conduisent au même résultat. Ni les sels de ces métaux, ni les métaux eux-mêmes *à l'état de gaz* ne peuvent être portés à l'incandescence, à la température ordinaire des fours. Quand ces métaux présentent un spectre d'émission ou d'absorption, c'est à la faveur d'une action réductrice ou d'une action chimique quelconque, accompagnant l'élévation de la température.

F. PASCHEN. — Sur l'émission des gaz chauds, t. L, p. 409-443.

M. Paschen étudie, à l'aide d'un bolomètre, le spectre d'émission de divers gaz échauffés par leur passage à travers une spirale étroite de platine incandescent. L'acide carbonique et la vapeur d'eau ont seuls donné des résultats bien nets. Leurs spectres sont discontinus, même au-dessous du rouge sombre : le principal maximum du spectre de l'acide carbonique est compris entre $\lambda = 4^{\mu},4$ et $5^{\mu},2$, celui de la vapeur d'eau entre $2^{\mu},1$ et $3^{\mu},2$.

Aux températures les plus hautes atteintes par M. Paschen (1160°) le bolomètre ne donne aucune indication dans le spectre visible.

([1]) Voir *Journal de Physique*, 3e série, t. II, p. 564.

R. ZSIGMONDY. — Sur la diathermancie de dissolutions aqueuses de sels ferreux, t. XLIX, p. 531-534.

Sur la diathermancie de quelques verres de composition connue, *ibid.*, p. 535-538.

Les dissolutions de sels ferreux sont beaucoup plus opaques pour la chaleur obscure que l'eau distillée ou que les dissolutions d'alun. Une dissolution de chlorure ou de sulfate ferreux contenant $\frac{1}{16}$ d'équivalent en gramme de sel par litre (ou 0,35 pour 100 de fer), observée sous une épaisseur de 5^{cm}, paraît tout à fait incolore et absorbe la chaleur obscure près de deux fois mieux qu'une couche d'eau pure de même épaisseur. L'absorption ne semble dépendre que du nombre de molécules dissoutes, nullement de la nature de l'acide.

Les verres contenant de l'oxyde ferreux sont très opaques pour la chaleur obscure. Tandis qu'une série d'échantillons de verre contenant de la soude, de l'alumine et de la silice en proportion très variable, de l'oxyde de zinc, de l'oxyde de plomb laissent passer de 58 à 63 pour 100 de la chaleur d'une lampe d'Argand, un verre de même épaisseur (7^{mm} à 8^{mm}) contenant une trace d'oxyde ferreux ne laisse plus passer que 21 pour 100; avec un centième d'oxyde, cette proportion tombe à 0,7 pour 100 et avec deux centièmes à une fraction absolument inappréciable.

H.-E.-J.-G. DU BOIS et H. RUBENS. — Polarisation de radiations infra-rouges non diffractées par des réseaux de fils métalliques, t. XLIX, p. 593-632.

Dans un Mémoire antérieur ([1]), M. du Bois a prouvé que de la lumière polarisée qui a traversé un réseau de fils d'argent poli sans être diffractée a subi une rotation. La mesure de cette rotation, considérée comme une fonction de l'azimut de polarisation, a montré que la *transparence* d'un tel réseau pour la lumière polarisée perpendiculairement à la direction des fils est plus grande que pour la lumière polarisée parallèlement aux fils. Soit k^2 le rapport des deux transparences principales du réseau. On a $k^2 > 1$.

([1]) Voir *Journal de Physique*, 3e série, t. II, p. 575.

Le résultat principal du nouveau Mémoire de MM. du Bois et Rubens est de montrer que, quand on considère des longueurs d'onde de plus en plus grandes, k^2 passe par un maximum, décroît ensuite et devient enfin plus petit que un. Pour des réseaux égaux, mais formés de métaux différents, k^2 dépend de la nature du métal pour les petites longueurs d'onde, mais tend à en devenir indépendant pour des longueurs d'onde de plus en plus grandes.

On sait que les réseaux métalliques sont opaques pour les radiations hertziennes polarisées parallèlement à la direction des fils ($k^2 = 0$).

Pour $\lambda = 6\mu$ les auteurs ont obtenu avec un réseau de fils de platine $k^2 = 0,38$ et ils pensent que la valeur limite de k^2 pour des valeurs de λ indéfiniment croissantes est bien égale à o.

K. EXNER. — Action polarisante de la diffraction, t. XLIX, p. 387-391.

Pour écarter les complications qui résultent de la superposition de la diffraction et de la réfraction, M. Exner dispose l'expérience suivante :

Un réseau sur verre est fixé, à l'aide d'une goutte d'huile et par sa face striée, sur une lentille demi-cylindrique, dont les génératrices sont parallèles aux traits du réseau. La face polie du réseau est noircie, sauf une fente étroite s parallèle aux traits. L'appareil ainsi disposé est adapté sur la plate-forme d'un goniomètre. Un nicol N remplace la lentille collimatrice ; un deuxième nicol N' est substitué aux verres de la lunette. La lumière incidente, polarisée à 45° des traits (verticaux) du réseau, est reçue normalement en s sur la face postérieure du réseau. Le tube qui supporte le nicol N' est incliné par rapport à la normale d'un angle quelconque θ, et l'on détermine, à l'aide de ce nicol N', l'angle que fait le plan de polarisation de la lumière diffractée avec le plan horizontal (plan de diffraction). Dans cette expérience le verre du réseau, celui de la lentille et l'huile ayant sensiblement le même indice, et le rayon diffracté sortant normalement à la surface de la lentille, il n'y a pas de réfraction et l'on ne peut attribuer qu'à la diffraction seule la rotation observée du plan de polarisation.

Cette rotation rapproche toujours le plan de polarisation du plan de diffraction. Les expériences de M. Exner vérifient

d'ailleurs très approximativement la loi formulée à cet égard et depuis longtemps par Stokes (1). E. Bouty.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

7e série, t. I; mars 1894.

G. Moreau. — *Polarisation rotatoire magnétique*, p. 289.

W. Louguinine. — *Nouvelle étuve pour calorimètre à glace*, p. 423.

Avril 1894.

A. Aignan. — *Sur le pouvoir rotatoire spécifique des corps actifs dissous*, p. 433.

C. Maltézos. — *Sur le mouvement brownien*, p. 559.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXVII; mars 1894.

A. Smithells. — *Luminosité des gaz*, p. 245.

A.-M. Mayer. — *Recherches d'acoustique*, p. 259.

J. Daniel. — *Étude de la polarisation sur une cloison mince dans un voltamètre*, p. 288.

G.-M. Minchin. — *Calcul du coefficient d'induction d'un courant circulaire d'ouverture et de section transversale connues*, p. 300.

M.-P. Rudski. — *Note sur la thermodynamique du Soleil*, p. 304.

G. Gore. — *Changements de température produits par le contact de liquides avec la silice en poudre*, etc., p. 306.

G. Johnstone Stoney. — *Sur les limites de la vision et notamment de la vision des insectes*, p. 316.

Avril 1894.

J.-J. Thomson. — *Sur l'électricité des gouttes*, p. 341.

Sp. Umfreville Pickering. — *Densités de solutions de soude et de potasse*, p. 359.

O. Fisher. — *Densités dans la croûte terrestre*, p. 375.

---

(1) *Voir* Verdet, *Leçons d'Optique physique*, t. II, p. 504.

J. Kerr. — *Expériences sur cette question, fondamentale en électro-optique : Réduction de retards relatifs à des retards absolus*, p. 380.

E.-G. Rimington. — *Sur les propriétés d'un transformateur à cœur d'air quand la fréquence est au-dessous d'une certaine valeur*, p. 394.

G.-M. Minchin. — *Représentation graphique de courants dans une bobine primaire et dans une bobine secondaire*, p. 406.

A.-M. Mayer. — *Appareil pour montrer simultanément à plusieurs observateurs l'amortissement de la sensation des sons interrompus*, p. 411.

Wiedemann's Annalen.

T. LI; n° 3, 1894.

K.-E.-F. Schmidt. — *Sur la polarisation elliptique de la lumière réfléchie;* Ire Partie, *Influence de couches superficielles étrangères*, p. 417.

E. Pringsheim. — *Remarques au sujet du Mémoire de M. Paschen : Sur l'émission des gaz incandescents*, p. 441.

W. Wernicke. — *Sur le changement de phase normal et anormal par la réflexion de la lumière sur les métaux*, p. 448.

C.-F. Curry. — *Sur la propagation de condensations brusques dans un gaz*, p. 460.

S. Arrhenius. — *Sur la proportionnalité entre l'abaissement des points de congélation et la pression osmotique*, p. 493.

E.-H. Loomis. — *Sur une méthode très exacte pour l'évaluation de l'abaissement des points de congélation*, p. 500.

F. Kohlrausch. — *Remarque sur le Mémoire précédent de M. Loomis*, p. 524.

H. du Bois. — *Sur l'aimantation de cylindres de fer pleins et creux*, p. 529.

H. du Bois. — *Électro-aimant annulaire pour la production de champs intenses*, p. 537.

L. Boltzmann. — *Sur la relation des lignes équipotentielles et des lignes de force magnétique*, p. 550.

F. Richarz et O. Krigar-Menzel. — *Diminution de la gravité avec la hauteur évaluée par des pesées*, p. 559.

P. Glan. — *Sur une loi de la flamme des bougies*, p. 584.

F. Kurlbaum. — *Note sur une méthode pour l'évaluation quantitative de la chaleur rayonnante*, p. 591.

SUR LES TENSIONS DE VAPEUR DES DISSOLUTIONS;

PAR M. L. MARCHIS.

I. Introduction.

Considérons un corps A, que nous supposerons ici fixe, dissous dans un liquide volatil B. Chauffée à une certaine température T, la dissolution émet des vapeurs qui sont formées du corps B pur. Mais ces vapeurs n'ont pas, à une température déterminée, la même tension que les vapeurs émises par le liquide B chauffé dans les mêmes conditions. Désignons par P la tension maxima des vapeurs émises par le liquide B chauffé à la température T, par p la tension maxima des vapeurs émises par la dissolution à la température T, on a, en général,

$$P > p.$$

D'ailleurs, la différence $P - p$ est une fonction de la température et de la concentration de la dissolution.

La détermination expérimentale de cette fonction tire son importance du développement considérable que la Thermodynamique a donné de nos jours à l'étude des dissolutions. Kirchhoff, von Helmholtz, W. Gibbs, Van t'Hoff, M. Duhem ont été conduits, par l'application aux dissolutions des deux principes de la Thermodynamique, à des formules qui contiennent toutes la variation de la tension de vapeur p avec la température et avec la concentration de la dissolution considérée. De là un grand nombre de méthodes expérimentales qui, dans ces derniers temps, ont été proposées soit en Allemagne, soit en France.

Ce sont ces méthodes dont nous allons essayer de donner une idée.

Nous suivrons pour cela le plan suivant :

1° Exposé des principales méthodes expérimentales qui ont servi à mesurer les tensions de vapeur des dissolutions d'un corps fixe dans un liquide volatil;

2° Énoncé des principaux résultats auxquels a conduit cette étude expérimentale;

3° Application des lois expérimentales à la détermination des poids moléculaires.

II. Méthodes expérimentales.

Les méthodes expérimentales qui servent à déterminer les tensions de vapeur des dissolutions se rapportent toutes à trois types :

1° *Méthode statique.*
2° *Méthode calorimétrique.*
3° *Méthode dynamique.*

Méthode statique. — Le principe de cette méthode est le suivant :

Dans la partie supérieure d'un baromètre, on fait arriver une certaine quantité d'une dissolution de concentration connue : on mesure la dépression produite aux diverses températures auxquelles on peut porter le baromètre à vapeur ainsi construit.

Mais, pour que cette méthode puisse conduire à des résultats dignes de confiance, il est nécessaire :

1° Que les liquides introduits à la partie supérieure des tubes barométriques soient bien exempts de gaz dissous qui se dégageraient dans le vide barométrique;

2° Que les masses liquides situées au-dessus du mercure dans ces mêmes tubes soient agitées avant les mesures. En effet, dans ces liquides abandonnés au repos, la concentration ne serait pas la même à la surface et dans les parties intérieures : la tension de vapeur mesurée serait celle qui correspondrait à la concentration des couches superficielles.

M. Raoult (1) et M. Dieterici (2) ont indiqué des dispositifs expérimentaux qui satisfont à ces conditions.

Nous renvoyons pour l'appareil de M. Raoult à la description qu'il en a donnée dans le *Journal de Physique*.

(1) Raoult, *Tensions de vapeur des dissolutions* (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XX; 1890. — *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII).

(2) Dieterici, *Sur les tensions de vapeur des dissolutions aqueuses à 0°* (*Wied. Ann.*, t. L; 1893).

Nous y ferons toutefois remarquer une cause d'erreur analogue à celle qui a été signalée par Emden à propos des expériences de Wüllner et de Tammann. Les tubes à vapeur sont plongés dans un bain d'eau et l'on détermine les différences des hauteurs du mercure en visant à travers l'eau. Il y a là une cause d'erreur, même lorsque les parois du réservoir à eau sont formées de glaces de verre. En effet, si les colonnes de mercure ne sont pas absolument parallèles à la paroi, l'eau qui se trouve entre ces colonnes et la paroi forme un prisme dont la réfringence peut différer pour les diverses positions des colonnes de mercure. D'un autre côté, l'eau, n'ayant pas absolument la même température en tous les points, n'a pas le même pouvoir réfringent dans toutes ces parties. Emden (¹) a étudié ces causes d'erreur et a montré que, pour deux points très voisins, l'erreur pouvait atteindre $\frac{2}{10}$ de millimètre.

Avant M. Raoult, la méthode statique avait été employée par Wüllner (*Poggendorff's Ann.*, t. CIII, p. 529; 1858), par Tammann (*Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 523; 1885), par Emden (*Wied. Ann.*, t. XXXI; 1887), par Moser (*Wied. Ann.*, t. XIV, p. 72; 1881), par Bremer (*Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas*, t. VI, p. 122; 1887). L'appareil de Bremer est désigné sous le nom de *tonomètre différentiel*. C'est un appareil analogue à celui qui a été précédemment décrit, mais dans lequel le mercure est remplacé par de l'huile d'olive. On se propose, en effet, de mesurer les différences $P - p$ aux basses températures. Or, dans ces conditions, cette différence, exprimée en hauteur de mercure, serait trop petite pour pouvoir être mesurée avec une exactitude suffisante. De là, l'emploi dans les baromètres de liquides ayant une faible densité.

Mais si l'on veut opérer aux températures très basses, il se présente une difficulté. Les tensions maxima du liquide pur volatil et de la dissolution deviennent très petites, il en est de même de la différence de ces deux tensions. Dans ces conditions, les petites quantités de gaz dissoutes dans le liquide et qui se dégagent dans le vide barométrique introduisent des erreurs qui sont de l'ordre

(¹) EMDEN, *Wied. Ann.*, t. XXXI; 1887.

même des quantités à mesurer. Il faut donc, si l'on veut opérer dans ces conditions, avoir une méthode qui fournira des résultats indépendants des petites quantités de gaz qui peuvent rester dissoutes soit dans le liquide pur, soit dans la dissolution. C'est à ce résultat qu'est parvenu dernièrement M. Dieterici.

Son appareil se compose essentiellement :

1° D'un appareil très sensible permettant de mesurer les différences de pression ([1]).

Imaginons une boîte métallique dont une des faces est ondulée et élastique comme la surface supérieure d'un baromètre anéroïde ; les mouvements de cette membrane élastique peuvent être transmis à un miroir mobile autour d'un axe et dont les déplacements peuvent être observés sur une règle par la méthode ordinaire. Si un excès de pression s'exerce sur cette membrane, soit de l'intérieur, soit de l'extérieur, on pourra le mettre en évidence, même si cet excès est faible. Cet appareil est donc très sensible : nous allons voir comment on rend ses indications indépendantes des traces de gaz restées dissoutes, soit dans le liquide pur, soit dans la dissolution.

2° L'indicateur de pression A se trouve placé dans une enceinte G où l'on fera le vide et qui porte une ouverture latérale fermée par une glace permettant d'apercevoir le miroir. La partie inférieure de l'enceinte G est fixée à un tube large τ, à l'intérieur duquel se trouve soudé un tube plus étroit I. Ce tube I communique avec la partie intérieure de la boîte métallique A. Au tube τ on a soudé sur le côté un tube II qui communique avec la partie de l'enceinte G qui est extérieure à A. Les deux tubes I et II sont disposés parallèlement entre eux et sont reliés par un système de tubes disposés en croix sur lesquels se trouvent des robinets 3, 4, 5, 6. A leur partie inférieure, ces deux tubes sont terminés par deux ballons E_1 et E_2 munis de robinets 7 et 8. Enfin, sur les côtés des tubes, on a soudé deux récipients dessiccateurs T_1 et T_2 munis de robinets 1 et 2, et un ajutage muni d'un robinet q permettant

([1]) Cette méthode de mesure de pression a été employée par Röntgen (*Pogg. Ann.*, t. CXLVIII, p. 580-624, 1873); Kirchhoff et Hansemann (*Wied. Ann.*, t. XXI, p. 545-562, 1884); Wien (*Wied. Ann.*, t. XXXVI, p. 834-857, 1889).

de faire communiquer tout l'appareil avec une pompe à mercure.

Ceci posé, voici comment on opère avec cet appareil. Prenons, pour fixer les idées, une dissolution d'un sel dans l'eau :

1° On introduit dans le ballon E_1 une certaine quantité de la dissolution de concentration connue; dans le ballon E_2, on met de l'eau pure. On dispose les deux ballons dans un bain à température constante, mais très basse. On fait le vide dans tout l'appareil avec une pompe à mercure : ce vide poussé aussi loin que possible, on ferme tous les robinets. On note alors au moyen de l'échelle la position du miroir de l'indicateur de pression A : ce sera le zéro adopté dans les expériences.

2° On ouvre les robinets 8, 6, 4 et on laisse les autres fermés. L'eau contenue dans le ballon E_2 se réduit en vapeur qui se répand dans l'appareil et en particulier dans l'enceinte G à l'intérieur de A et à l'extérieur. La vapeur a alors la tension maxima qui correspond à la température du ballon E_2. Cette vapeur exerce la même pression sur les deux faces de la membrane métallique de A : d'autre part, si de petites quantités de gaz sont restées dissoutes dans l'eau en E_2, elles vont se dégager, se distribuer dans l'espace intérieur à A et dans l'espace extérieur, et exercer encore une même pression sur les deux faces de la membrane métallique. Le miroir doit donc rester au zéro pendant cette opération.

3° On ferme le robinet 4 en laissant 6 ouvert et on ouvre 2. La vapeur d'eau qui se trouve en G, à l'extérieur de A, est absorbée par l'acide phosphorique anhydre placé en T_2. Dès lors, la vapeur d'eau qui se trouve à l'intérieur de A produit, sur la membrane métallique, un excès de pression : le miroir se déplace d'un nombre de divisions égal à α_1. On ramène le miroir au zéro en fermant 2 et ouvrant 4, puis, en fermant 6 et ouvrant 1, on fait l'opération précédente en sens inverse. Le miroir doit se déplacer dans un sens inverse du précédent d'un nombre de divisions α_1, si l'appareil est bien construit. Dans tous les cas, on peut dire que

$$A_1 = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2}$$

pourra servir de mesure à la pression P de la vapeur d'eau à la température du ballon E_2.

Il est bien évident que la pression ainsi mesurée est indépendante de la petite quantité de gaz dissous qui a pu rester dans l'eau en E_2.

4° On fait avec la dissolution contenue en E_1 les mêmes expériences qu'avec l'eau. On obtient une quantité A_2 analogue à A_1 et qui peut servir de mesure à la tension de vapeur de la dissolution p à la température du ballon E_1.

Cette mesure est, comme la précédente, indépendante du gaz dissous dans le liquide.

5° En fermant tous les robinets sauf 1 et 2, on enlève la vapeur d'eau qui se trouve en G, soit à l'intérieur, soit à l'extérieur de A et l'on ramène ainsi l'appareil au zéro. Puis on met en communication d'un côté E_1 avec l'intérieur de A, de l'autre côté E_2 avec l'extérieur de A ou inversement.

On obtient alors une déviation A_3 qui peut être considérée comme étant la mesure de $P - p$.

Les expériences ayant été faites dans les mêmes conditions, on peut admettre qu'il y a proportionnalité entre les déviations et les tensions de vapeur. D'après cela, on a

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{P}{p},$$
$$\frac{A_3}{A_1} = \frac{P - p}{P}.$$

On voit que l'on peut aussi avoir en même temps P et p. D'autre part, on a un moyen de contrôle des expériences : on voit en effet que l'on doit avoir

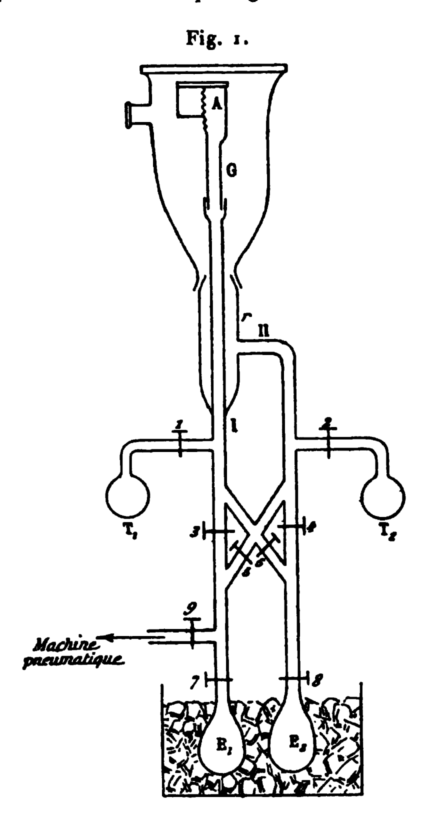
$$A_1 - A_2 = A_3.$$

Enfin, ces déterminations sont indépendantes des gaz dissous dans les liquides, ce qui constitue la raison d'être de ces expériences très minutieuses.

La figure que nous avons dessinée n'indique que le schéma de l'appareil employé par M. Dieterici. Avec un aussi grand nombre de robinets, l'appareil ne pourrait pas tenir le vide : d'autre part, chacun de ces robinets ayant un canal très étroit, rendrait difficile l'établissement de l'équilibre final dans l'appareil et cela à cause des frottements. M. Dieterici a tourné la difficulté en rem-

plaçant tous les robinets par des tubes en U de même diamètre que les tubes I et II, à la courbure desquels sont soudés des tubes droits dont la partie inférieure plonge dans des cuvettes à mercure

Fig. 1.



que l'on peut soulever ou abaisser à volonté. En amenant le niveau du mercure dans la courbure du tube en U ou au-dessous de cette courbure, on fait une opération analogue à la fermeture ou à l'ouverture d'un robinet.

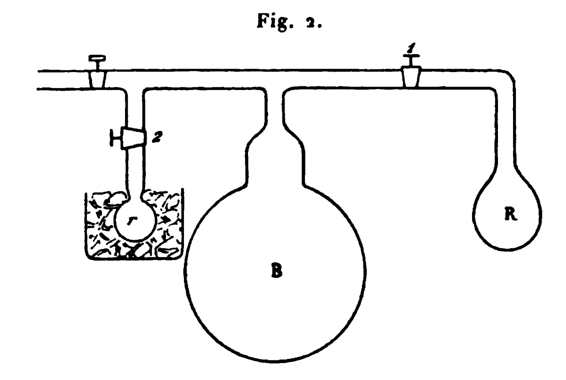
Nous venons d'indiquer les grandes lignes de l'appareil de M. Dieterici : nous laissons le lecteur se reporter pour les détails au Mémoire lui-même. Là est indiquée avec soin la construction de l'indicateur de pression A (¹), le dispositif de l'appareil, enfin la manière dont on agite la solution dans le ballon E_1.

(¹) Dieterici, *loc. cit.*, p. 55-60.

Méthode calorimétrique. — Dans un travail précédant de quelques années celui dont nous venons de parler, M. Dieterici avait indiqué une méthode simple pour mesurer les tensions de vapeur à 0° de quelques dissolutions salines ([1]). Le principe de cette méthode, que nous pouvons désigner sous le nom de *méthode calorimétrique,* est le suivant :

Considérons un grand ballon B (*fig.* 2) maintenu à une tem-

Fig. 2.



pérature constante peu différente de 0°, 10° par exemple : ce ballon est mis en communication, d'un côté, avec un récipient r contenant une dissolution saline de concentration déterminée. Les deux récipients R et r sont maintenus à 0° : R est plongé dans l'éprouvette d'un calorimètre à glace de Bunsen. Le vide est fait dans tout l'appareil et le ballon B est bien sec :

1° On ferme le robinet 1 de communication de B avec R et l'on ouvre le robinet 2. La dissolution contenue dans r se vaporise, la vapeur se rend dans le ballon B et, au moment de l'équilibre, elle a une tension égale à la pression p_0 de la vapeur de la dissolution à 0°.

2° On interrompt la communication de B avec r et l'on ouvre le robinet 1. L'eau contenue dans le récipient R se vaporise jusqu'à ce que la tension de la vapeur d'eau en B ait atteint la valeur P_0 qui correspond à la température de 0°. Cette dernière va-

([1]) Dieterici, *Sur les tensions de vapeur à 0°C. de quelques dissolutions salines* (*Wied. Ann.*, t. XLII; 1891).

porisation est accompagnée d'une absorption de chaleur qui est donnée par le calorimètre. Connaissant la quantité de chaleur absorbée dans la vaporisation de l'eau, on en déduit immédiatement la masse d'eau qui s'est vaporisée. Cette dernière donnée va nous fournir la valeur de $P_0 - p_0$.

En effet, soit m la masse d'eau qui provient de la vaporisation de la dissolution saline et qui va remplir le ballon B, on a

$$m = V \times \rho_{r,\theta},$$

en désignant par V le volume du ballon B, par $\rho_{r,\theta}$ la masse de l'unité de volume de vapeur d'eau sous la pression p_0 et à la température θ du ballon B.

Représentons d'autre part par $v_{r,\theta}$ le volume de 1^{gr} de vapeur d'eau dans les conditions indiquées, on a

$$m = \frac{V}{v_{r,\theta}}.$$

La masse M de la vapeur d'eau qui remplirait le ballon B si la dissolution était remplacée par de l'eau pure serait

$$M = \frac{V}{v_{R,\theta}},$$

en désignant par $v_{R,\theta}$, le volume de 1^{gr} de vapeur d'eau sous la pression P_0 et à la température θ.

Mais M. Dieterici a montré [1] que les lois de Mariotte et de Gay-Lussac étaient applicables à la vapeur d'eau saturée à 0°. Admettons qu'elles soient encore applicables à la vapeur d'eau prise à la température θ peu différente de 0°. On aura

$$P_0 v_{R,\theta} = p_0 v_{P,\theta}.$$

Des équations précédentes, on déduit

$$P_0 - p_0 = P_0 v_{R,\theta} \frac{M - m}{V},$$

ou en remplaçant $v_{R,\theta}$ par le volume v_R de 1^{gr} de vapeur d'eau à 0°

(1) Dieterici, *Recherches calorimétriques* (*Wied. Ann.*, t. XXXVIII; 1889).

et sous la pression P_0, ce qui est une approximation, on a

$$P_0 - p_0 = P_0 v_R \frac{M - m}{V}.$$

Dans cette formule $M - m$ est mesuré au moyen du calorimètre quand on connaît la chaleur de vaporisation de l'eau à 0°, V est déterminé par un jaugeage à l'eau ([1]), v_R est connu d'après des expériences de M. Dieterici.

L'emploi de cette méthode comporte certaines précautions expérimentales sur lesquelles nous n'insisterons pas.

Méthode dynamique. — La méthode dynamique est fondée sur la loi bien connue de l'ébullition.

Lorsque la tension maxima de la vapeur émise par un liquide est égale à la pression de l'atmosphère environnante, le liquide, placé dans des conditions déterminées, entre en ébullition.

Dans cette méthode on se donne les pressions supportées par le liquide et l'on détermine les températures d'ébullition correspondantes; on cherche donc quelles sont les températures auxquelles les tensions maxima atteignent des valeurs déterminées à l'avance. La méthode statique déterminait, au contraire, les tensions maxima à des températures variables à volonté.

Cette méthode d'ébullition présente l'avantage d'éliminer l'influence de l'air dissous et d'arriver facilement à une égalisation des concentrations, par suite de l'agitation du liquide résultant de la formation des bulles de vapeur.

Mais on rencontre ici une difficulté. Rudberg et après lui Regnault ([2]) ont énoncé la proposition suivante :

Quelle que soit la température qu'une dissolution doit prendre pour entrer en ébullition, la vapeur ne présente jamais que la température qu'elle aurait si elle se dégageait de l'eau pure; en d'autres termes, elle présente la température à laquelle la tension de cette vapeur, à saturation dans le vide, fait équilibre à la pression sous laquelle l'ébullition a lieu.

([1]) Dieterici, *loc. cit.*

([2]) Regnault, *Relation des expériences*, t. II (*Sur les températures d'ébullition des solutions salines*, p. 665-677).

Il devient alors nécessaire de plonger le réservoir du thermomètre dans le liquide à étudier.

Mais, à moins de précautions spéciales, la détermination exacte des points d'ébullition devient très incertaine. Retards d'ébullition, rayonnement des parois du vase, formation de courants chauds et froids influencent considérablement le thermomètre. Suivant que l'on produit une ébullition faible ou violente, les indications du thermomètre peuvent varier jusqu'à 1°; et même, en maintenant un régime d'ébullition invariable, il se produit dans la colonne de mercure du thermomètre des oscillations qui sont de plusieurs dixièmes de degré. Ces causes d'erreurs deviennent encore plus considérables quand le liquide a une tendance à bouillir par secousses. Il faut cependant obtenir ici une ébullition régulière, c'est-à-dire une ébullition qui ait lieu exactement à la température à laquelle la tension maxima de la vapeur est égale à la pression de l'atmosphère, située au-dessus du liquide.

Cette question a été étudiée avec beaucoup de soin, par M. Beckmann (1), qui, par l'étude des conditions de l'expérience, a été conduit aux résultats suivants :

1° En premier lieu, il faut supprimer les secousses si gênantes qui se produisent lorsqu'une grande quantité de vapeur se forme sur les parois surchauffées. On arrive à ce résultat en fixant dans la paroi du vase à ébullition un ou plusieurs fils de platine maintenus au moyen d'émail. A cause de la meilleure conductibilité de ces fils, l'ébullition se fait surtout à leur contact : il se forme là de petites bulles de vapeur qui régularisent l'ébullition.

2° On évite les retards d'ébullition et les effets de la surchauffe sur le réservoir du thermomètre en employant les deux précautions suivantes :

On entoure le réservoir du thermomètre plongé dans le liquide avec une couche de tissu d'amiante filée du commerce : au-dessus de cette amiante on fixe une petite toile métallique en platine à mailles assez fines. Enfin, dans le liquide, on dispose une couche

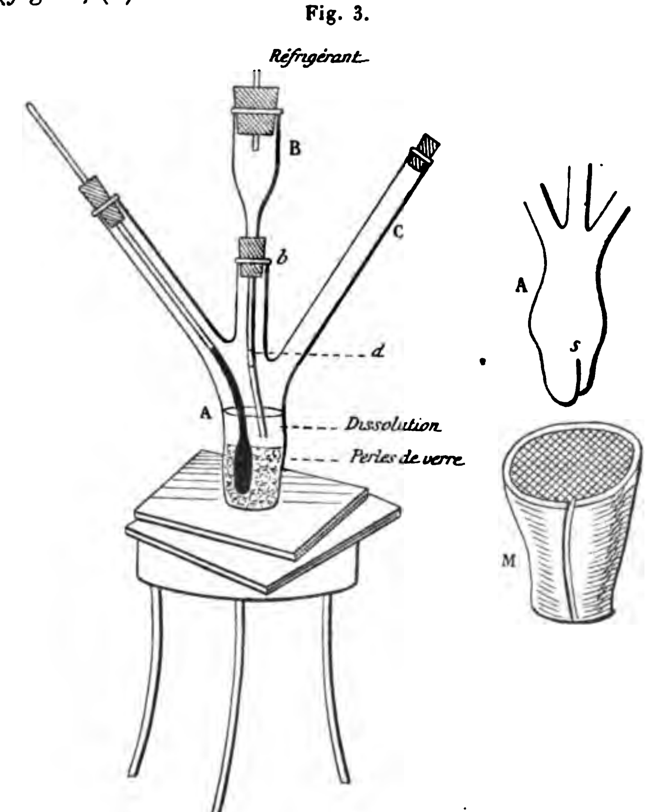
---

(1) Beckmann, *Études sur la détermination des poids moléculaires au moyen des diminutions de tensions de vapeur* (*Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. IV; 1889).

assez épaisse de perles de verre, d'environ 3mm de diamètre. L'amiante agit par l'air introduit dans le liquide : les perles de verre empêchent la surchauffe des vapeurs.

3° Le mode d'échauffement n'est pas indifférent. Il faut avoir soin de maintenir constante la hauteur de la flamme du brûleur employé. Dans ce but, on entoure avec avantage cette flamme d'une cheminée et l'on emploie un régulateur de la pression du gaz (*fig.* 3) (¹).

Fig. 3.



Le vase à ébullition est un petit ballon A portant à sa partie inférieure, en S, un fil de platine fixé par fusion d'émail. Ce ballon porte trois tubulures :

(¹) Beckman, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. IV; 1889.

1° L'une pour laisser passer un thermomètre très sensible T; son réservoir plonge dans le liquide en ébullition et la plus grande partie de sa tige se trouve dans la vapeur.

2° La tubulure centrale porte un tube dont la partie inférieure plonge dans le liquide; ce tube porte sur le côté une ouverture *d*. Il est en communication avec un réfrigérant.

3° La tubulure C sert à l'introduction de la substance.

Enfin, on ne chauffe pas directement le ballon A, mais on l'entoure d'amiante et l'on place au-dessus du bec de gaz une ou plusieurs feuilles d'amiante qui portent un trou laissant passer la partie inférieure de la gaine 1. De cette manière, la partie supérieure de l'appareil est garantie contre le rayonnement du foyer.

Pour les dissolvants dont la température d'ébullition est très élevée, la méthode décrite ne peut convenir, car la grande différence de température qui existe entre le liquide bouillant et l'air extérieur rend impossible une bonne détermination de la température d'ébullition. Aussi, pour ces liquides (1), M. Beckmann a-t-il modifié son appareil. Le perfectionnement le plus important consiste en ceci : le ballon à ébullition A est entouré d'un vase de verre ou de métal, dans lequel on fait bouillir le dissolvant lui-même. La température d'ébullition à l'intérieur du ballon est ainsi indépendante de la température extérieure.

L'appareil de M. Beckmann peut être employé, non seulement sous la pression ordinaire de l'atmosphère, mais encore sous une pression quelconque, à la condition toutefois d'intercaler entre le ballon à ébullition et le manomètre un réservoir. De cette manière les petites bulles gazeuses qui s'échappent de la dissolution ne produisent pas de variations sensibles sur les indications manométriques, du moins pendant la durée d'une expérience. C'est sous cette forme que cet appareil a été employé par MM. Roloff (2) et G. Kahlbaum (3).

---

(1) BECKMANN, *Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. VII, p. 223; 1891.

(2) M. ROLOFF, *Étude sur l'appareil de Beckmann* (*Zeitschrift für physikalische Chemie*, t. II, p. 7-27; 1893).

(3) G. KAHLBAUM, *Études sur la mesure des tensions de vapeur*, p. 158-161. Basel, 1893.

A suivre.

ÉTUDES THÉORIQUES ET EXPÉRIMENTALES SUR LES SENSATIONS VISUELLES ET LA PHOTOMÉTRIE;

PAR M. ANDRÉ BROCA.

Dans leurs études photométriques, Bouguer d'abord, Masson ensuite furent frappés de ce fait, que l'œil percevait une différence entre deux plages lumineuses lorsque cette différence avait pris une certaine valeur, dépendant de l'intensité commune primitivement aux deux plages. C'est cette remarque expérimentale qui a été le point de départ des essais faits par Weber, puis par Fechner, pour trouver une relation entre la grandeur de la sensation visuelle et celle de l'excitation.

J'ai cherché à reprendre en détail cette étude, et ses résultats expérimentaux m'ont amené à quelques conséquences relatives à la pratique photométrique.

La loi de Fechner a commencé par être admise d'une manière tout à fait générale, mais un revirement semble se produire actuellement et beaucoup de personnes semblent croire à l'impossibilité de l'existence d'une fonction reliant la sensation et l'excitation. Il y a donc lieu de montrer l'existence d'une pareille fonction, avant de rien tenter pour en chercher la forme.

La rétine est une machine qui transforme l'énergie ondulatoire, lorsque sa longueur d'onde est comprise entre certaines limites, en une autre manifestation de l'énergie, de nature entièrement inconnue, et que les physiologistes appellent l'*influx nerveux*. Celui-ci se propage par un conducteur, le nerf optique, et vient impressionner l'écorce cérébrale dans une région nettement localisée : le lobe occipital. Est-il possible, au milieu de ces phénomènes complexes, de chercher une loi reliant la sensation à la cause objective? Certainement non si l'on ne définit pas absolument l'état des organes au moment de l'impression, car l'effet de celle-ci dépend évidemment de la fatigue des divers organes. Celle-ci dépend elle-même de deux causes : les impressions antérieurement reçues, et l'état de la circulation, qui permet la reconstitution des organes.

Mais, à cause de l'évolution constante de l'organisme et de sa

reconstitution au moyen des matériaux apportés par le sang, l'état des organes de la vision, sous l'action d'une excitation bien déterminée, tend vers une limite bien déterminée aussi. Nous pourrons donc définir la sensation et la sensibilité différentielle pour une excitation donnée : la valeur limite que prennent ces deux quantités lorsque l'intensité lumineuse considérée a agi pendant un temps suffisant.

L'existence de cette fonction étant admise, quelle est sa forme?

Fechner en a donné une première approximation en s'appuyant sur la loi de Bouguer-Masson, que je citerai plus loin, et sur l'hypothèse suivante : Quand l'œil distingue deux plages, c'est que l'accroissement de sensation dû à la différence d'éclairement a acquis une valeur constante.

La première chose à faire, c'est de vérifier l'hypothèse de Fechner, et c'est ce que j'ai fait en m'appuyant sur certaines données anatomiques et sur des expériences indiquant la part de chacun des deux yeux dans la vision binoculaire. Je vais démontrer que les sensations dues aux deux yeux s'ajoutent.

L'organe de la vision peut, en effet, être assimilé à une installation pour le transport d'énergie à distance. L'énergie ondulatoire met en action une machine génératrice, la rétine; celle-ci transmet à travers le nerf optique cette énergie de nature tout à fait inconnue que l'on appelle l'*influx nerveux*. Celui-ci est reçu par une portion bien déterminée du cerveau, qui fait l'effet de machine réceptrice et qui, sous l'action de cette énergie, donne lieu en dernière analyse à l'acte psychique de la perception. Il y a donc deux machines motrices et deux réceptrices. Les valeurs relatives de chacune d'elles ne peuvent pas être connues *a priori* et nous savons que, pour les lobes cérébraux, le fonctionnement ne doit pas être le même. Les deux machines réceptrices, qui produisent en dernière analyse la sensation ont donc probablement un rendement inégal; par conséquent, on ne peut conclure du fait de l'emploi des deux yeux à l'addition des sensations dues à chacun d'eux, qu'à une condition, c'est que l'influx nerveux produit par chacun des deux yeux se divise également entre les deux réceptrices, c'est-à-dire les deux hémisphères cérébraux. C'est ce qui a lieu, en effet, pour les fibres issues du point de fixation de chaque œil, appelé *tache jaune* par les anatomistes; de nombreuses ex-

périences prouvent que l'entrecroisement porte sur la moitié du faisceau qui en est issu, en un point appelé le *chiasma des nerfs optiques*. Nous pouvons donc dire que les sensations des deux yeux doivent s'ajouter.

Si l'œil droit utilise, par exemple, $\frac{1}{\alpha}$ de la quantité d'énergie lumineuse émise par unité de surface et si l'œil gauche seul en utilise $\frac{1}{\beta}$, les deux yeux fonctionnant ensemble en utiliseront $\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)$; donc, si les sensations s'ajoutent, nous devrons avoir avec les deux yeux une sensation proportionnelle à $\left(\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\beta}\right)$ si elle était proportionnelle à $\frac{1}{\alpha}$ avec l'œil droit seul et à $\frac{1}{\beta}$ avec le gauche seul.

L'expérience directe vérifie ceci qualitativement; malheureusement les mesures sont impossibles, nous devons nous en tenir à l'évaluation subjective.

Regardons avec un seul œil une surface blanche uniformément et bien éclairée, et interposons un écran opaque tenu à bout de bras, de manière à en cacher une partie. De la sorte, l'écran étant assez écarté, on pourra considérer la surface comme divisée en deux plages uniformes, l'une claire et l'autre obscure, la zone pour laquelle l'écran empêche l'utilisation complète de la pupille étant très mince. Elle se confond d'ailleurs avec la zone estompée due à la diffraction. Si à ce moment on ouvre l'autre œil, on perçoit très nettement une très grande différence d'intensité entre la plage vue avec les deux yeux et celle qui est vue avec un seul œil. Cette observation est parfois délicate, car les observateurs qui ont un œil notablement moins bon que l'autre font en effet facilement abstraction de sa sensation.

J'ai fait des mesures relatives à cette différence au moyen du photomètre Rumford un peu modifié. Je place derrière le photomètre un écran présentant une échancrure pour le nez, et séparant l'une de l'autre les deux plages lumineuses. En plaçant le front et le nez contre la tranche postérieure de cet écran, l'œil gauche seul voit la plage de gauche du photomètre, et l'œil droit seul celle de droite. Les plages éclairées se détachent sur un fond sombre.

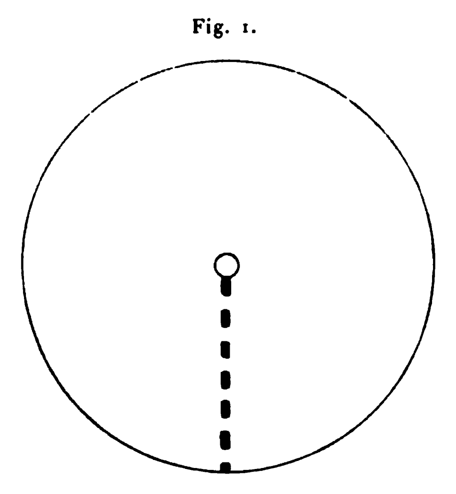
J'ai obtenu ainsi le résultat suivant. La plage de droite ayant un éclairement de 0,4 carcel-mètre, celle de gauche me présentait

la même sensation pour un éclairement de 1 carcel-mètre. Donc, à égalité d'éclairement, mon œil gauche me donne une sensation à peu près deux fois et demie plus faible que mon œil droit. Cette grande différence tient à des conditions spéciales à mes yeux, et n'existe pas en général au même degré, quoique de grandes différences soient très fréquentes.

Ces expériences me semblent établir le fait que j'ai énoncé, c'est-à-dire que les sensations dues aux deux yeux s'ajoutent. J'ai complété cette expérience par une autre, faite avec le disque rotatif à trait interrompu de Masson [1] : j'ai regardé un disque rotatif à trait interrompu, et j'ai noté les dernières couronnes visibles avec les deux yeux simultanément, puis avec chacun des deux séparément. Le mouvement du disque, dû à une petite dynamo, était très rapide et régulier. Le résultat est le suivant. Si avec l'œil droit je vois la couronne ayant pour numéro d'ordre n, et avec le gauche la couronne p, avec les deux yeux, je vois la couronne $n+p$, quelles que soient les valeurs de n et de p, qui sont va-

[1] Soit (*fig.* 1) un trait interrompu tracé à l'encre de Chine, et passant par le centre du disque. Quand on fait tourner le disque, chacun des éléments du trait engendre une couronne mince sombre, en vertu de la persistance des impressions

Fig. 1.



lumineuses sur la rétine. On peut calculer le rapport de l'intensité de chacune de ces couronnes à celle du fond blanc du disque. En supposant le trait d'un noir absolu, si I est l'intensité du blanc du disque, si r est le rayon moyen d'une

riables avec l'éclairage. Les écarts sont toujours très petits et variables. Ce fait a été vérifié par deux autres observateurs exercés.

Interprétons ce résultat. Le raisonnement précédent pour l'intensité totale peut se répéter pour sa variation. Nous pouvons dire que l'œil droit utilise $\frac{1}{\alpha'}$ d'une variation d'énergie entre deux plages, l'œil gauche $\frac{1}{\beta'}$ et les deux $\frac{1}{\alpha'}+\frac{1}{\beta'}$.

Dans le cas de la vision monoculaire, une circonvolution occipitale est exactement dans la même situation vis-à-vis des excitations venues d'un quelconque des deux yeux. Nous pouvons donc dire, sans faire d'hypothèse, que la perception différentielle aura lieu quand la différence des sensations dues aux deux plages aura pris une valeur identique pour les deux yeux, puisque c'est, dans les deux cas, la même machine réceptrice qui fonctionne. Si donc δI, δI_1, δI_2 représentent les variations d'intensité par unité de surface des deux plages éclairées, perceptibles respectivement avec les deux yeux, avec le droit seul, et avec le gauche seul, nous aurons, en choisissant convenablement l'unité de sensation, qui est arbitraire,

$$\delta S = \frac{\delta I_1}{\alpha'} = \frac{\delta I_2}{\beta'}; \tag{1}$$

δS représente l'accroissement de sensation; avec les deux yeux nous avons

$$\delta S' = \left(\frac{1}{\alpha'} + \frac{1}{\beta'}\right)\delta I. \tag{2}$$

Il est facile de se rendre compte, par la construction même du disque, que les variations δI correspondant à une couronne déterminée sont inversement proportionnelles à la distance de la couronne à l'axe de rotation. La loi susénoncée nous montre donc que

$$\frac{1}{\delta I_1} + \frac{1}{\delta I_2} = \frac{1}{\delta I};$$

---

couronne et d l'épaisseur du trait, l'intensité de la couronne engendrée par le trait est $I - \frac{d}{2\pi r}$, et $\frac{d}{2\pi r}$, qui est calculable, représente justement le rapport de la différence d'intensité entre deux couronnes voisines à l'intensité du jour.

donc la relation (2) peut s'écrire

$$\delta S' = \left(\frac{1}{\alpha'} + \frac{1}{\beta'}\right) \times \frac{1}{\frac{1}{\delta I_1} + \frac{1}{\delta I_2}}.$$

Or (1) peut s'écrire

$$\delta S = \frac{\frac{1}{\alpha'}}{\frac{1}{\delta I_1}} = \frac{\frac{1}{\beta'}}{\frac{1}{\delta I_2}} = \frac{\frac{1}{\alpha'} + \frac{1}{\beta'}}{\frac{1}{\delta I_1} + \frac{1}{\delta I_2}},$$

donc $\delta S' = \delta S$.

L'intensité de sensation lumineuse est évidemment plus grande avec les deux yeux qu'avec un seul, d'après l'expérience précédente, et nous voyons par l'expérience que l'augmentation de sensation qui amène la perception est la même dans les deux cas. Ces expériences donnent donc un appui sérieux à l'hypothèse de Fechner.

Il me reste à étudier la sensibilité différentielle de l'œil, en fonction de l'intensité, et à en déduire la loi qui relie la sensation à l'excitation.

Bouguer, en étudiant la précision de son photomètre, Masson, en employant le disque rotatif déjà décrit, avaient énoncé le fait suivant : le rapport de la plus petite différence perceptible à l'intensité totale est une constante.

Helmholtz avait déjà montré, mais sans mesures, que la sensibilité différentielle passait par un maximum. J'ai repris des expériences analogues, mais accompagnées de mesures photométriques. La source lumineuse était une lampe à gaz étalonnée et dont la valeur était constamment vérifiée au moyen d'un photomètre Mascart modifié comme je l'indique plus bas, et préalablement étalonné lui-même. L'éclairement du disque était ensuite calculé par la loi de l'inverse du carré des distances. La lampe à gaz valait à très peu près 1 carcel. Les résultats ont été les suivants :

Distance de la lampe.	Éclairage des disques.	Couronne perçue.	$\frac{\delta I}{I}$.
m	carcel-mètre		
1	1	7	$\frac{1}{173}$
2	$\frac{1}{4}$	6	$\frac{1}{147}$
3	$\frac{1}{9}$	4-5 douteux	$\frac{1}{94}$
4	$\frac{1}{16}$	3-4 »	$\frac{1}{72}$
5	$\frac{1}{25}$	2-3 »	$\frac{1}{44}$

Traduisant ces résultats par une courbe où les valeurs de I sont les abscisses et celles de $\frac{\delta I}{I}$ les ordonnées, j'ai obtenu une branche d'hyperbole ayant l'axe des y pour asymptote; ceci est évident, car, quand I tend vers o, δI tend vers le minimum perceptible qui n'est pas nul. La *fig.* 2 la montre.

La loi de Fechner $S = A \log I + S_0$ est impuissante à rendre compte des faits. En effet, pour les faibles intensités, la sensation tend vers o, au lieu que $\log I$ tend vers $-\infty$. Aucune valeur donnée à la constante d'intégration ne peut rendre compte d'un pareil écart. De plus, pour une certaine valeur de l'intensité, le rapport $\frac{\delta I}{I}$, qui correspond au minimum de différence perceptible δI, passe par un maximum, d'après les expériences d'Helmholtz, et les précédentes. Enfin, pour $I = \infty$ la sensation serait infinie, d'après la loi de Fechner, et c'est là une absurdité, car on ne peut concevoir une sensation infinie.

Je vais chercher à traduire en langage mathématique l'hypothèse de Fechner, vérifiée plus haut, en partant des résultats expérimentaux précédents.

Soit $S = f(I)$ la loi qui définit la sensation en fonction de l'intensité. Alors $dS = f'(I)\,dI$ tant que dI est assez petit. L'hypothèse de Fechner implique que, pour $\delta S = A$, l'œil distingue deux plages différant de δI; alors $A = f'(I)\,\delta I$; si l'on admet que δI est assez petit.

L'expérience montre que $\frac{\delta I}{I}$ passe par un minimum pour une certaine valeur de l'éclairement, et que δI tend vers une valeur finie quand I tend vers o. Il est aisé de voir que la forme la plus simple de δI qui rende compte de ce fait est $\delta I = BI^2 + CI + D$.

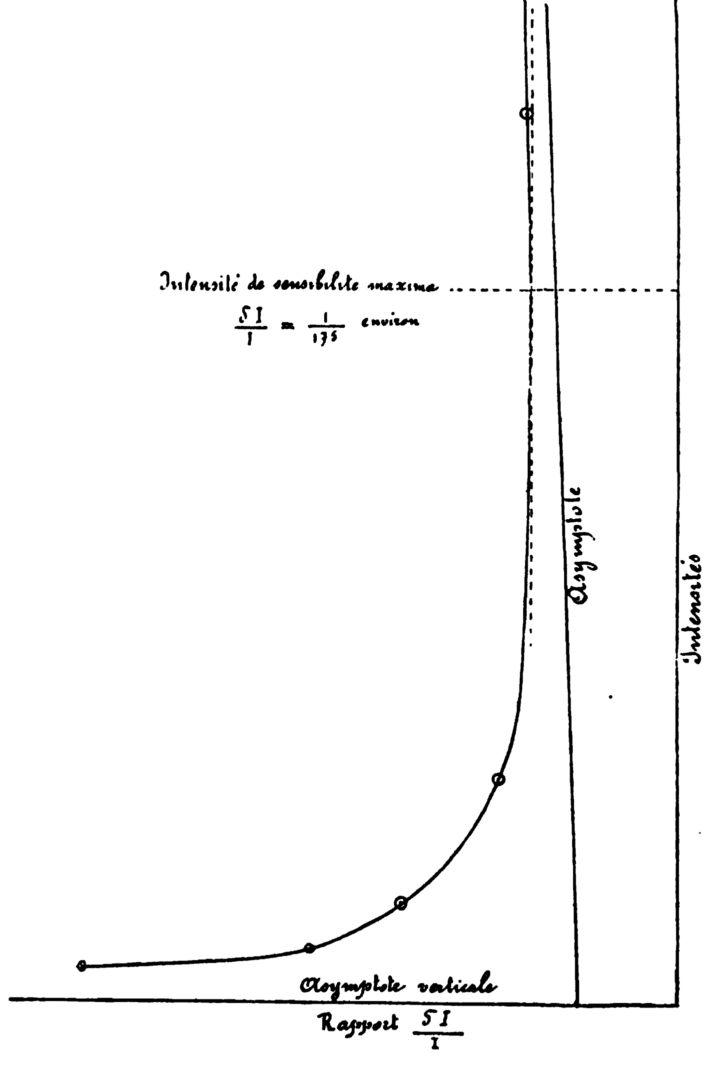
D'ailleurs $\frac{\delta I}{I} = \frac{BI^2 + CI + D}{I}$, et la connaissance de $\frac{\delta I}{I}$ pour un certain nombre de valeurs de I permettra de calculer B, C et D. Dans ces conditions nous aurons $f'(I) = \frac{BI^2 + CI + D}{I}$ et l'équation différentielle à résoudre sera

$$dS = \frac{A\,dI}{BI^2 + CI + D}.$$

D'ailleurs, il est évident que δI ne peut jamais s'annuler pour des

valeurs positives de I; donc on peut trouver deux formes de loi :

Fig. 2. — Courbe de la sensibilité en fonction de l'intensité pour l'éclairage dû à un bec de gaz.



1° Si le trinome a ses racines imaginaires,

$$S = \frac{A}{ac}\left(\text{arc tang}\frac{aI + b}{c} + C\right),$$

2° Si le trinome a ses racines négatives $-a$ et $-b$,

$$S = A \log \frac{I+a}{I+b} + S_0.$$

Pour des limites peu étendues, il est évident que l'on peut remplacer l'hyperbole $y = \frac{BI^2 + CI + D}{I}$ par sa tangente, et alors on trouvera pour S une fonction logarithmique sans dénominateur. Si l'on suppose que cette tangente est la tangente horizontale du minimum de $\frac{\delta I}{I}$, on retrouve alors la loi de Fechner, telle qu'il l'a énoncée.

Ces formes de loi rendent donc compte des faits dans tous leurs détails, au moins dans les limites d'intensité utilisables sans danger pour la rétine. Pour les intensités très grandes, elles sont certainement fausses, mais il n'y a pas à se préoccuper de ces intensités qui ne sont jamais utilisées. D'ailleurs les expériences précédentes montrent que, dans les limites d'éclairage utilisables, la loi est bien de la forme énoncée. Je vais en conclure la loi mathématique de variation de $\frac{\delta I}{I}$.

D'après le Tableau d'expériences précédent, $\frac{\delta I}{I}$ est lié à I par l'équation

$$-0{,}0125\, I^2 + 0{,}0333\, I \left(\frac{\delta I}{I}\right) - 0{,}43\, I = 1.$$

Cette hyperbole n'est pas tout à fait équilatère, mais elle n'en est pas loin. Sa deuxième asymptote est $y = 0{,}376x + 1{,}32$, et sa tangente horizontale existe pour $I = 9^{cm},62$, correspondant à une distance de la lampe à l'écran de $1^m,12$. L'expérience montre que, vers ce point-là, la sensibilité varie extrêmement peu.

En me servant des autres points comme vérification, je trouve un résultat très satisfaisant. Donc nous aurons à intégrer une expression de la forme

$$dS = A \frac{dI}{0{,}125\, I^2 + 0{,}43\, I + 1},$$

ce qui donnera un logarithme de la forme que j'ai indiquée plus haut. Donc on aura pour la loi de la sensation due à une lampe à gaz $S = A \log \frac{I + 12{,}65}{I - 45} + S_0$.

Il est bien entendu que ceci s'applique à mes yeux et à la lumière du gaz d'éclairage. Il y a des yeux plus sensibles que les miens, et d'autres beaucoup moins sensibles. C'est donc à chacun de déterminer sa courbe au moment du besoin, ce qui est possible, car le procédé est extrêmement simple.

J'ai trouvé, par une expérience, une fonction logarithmique; il est possible que, pour d'autres conditions, on trouve un arc tang.

La conclusion pratique de tout ceci est que, pour faire de bonnes comparaisons photométriques, il faut opérer avec une intensité voisine de 1 carcel-mètre, pour un observateur placé à environ 30^{cm} des plages observées.

Mais ce n'est pas là la seule conséquence qui résulte, au point de vue de la pratique photométrique, des expériences que je viens de décrire.

Tout photomètre comporte une surface diffusive divisée en deux plages, éclairées chacune par une seule des deux sources à comparer. L'ensemble de ces deux plages est observé par vision soit monoculaire, soit binoculaire, suivant les types d'instrument, mais une condition que l'on cherche toujours à réaliser est une symétrie parfaite des faisceaux lumineux par rapport à la normale à la surface diffuse.

La nécessité de cette symétrie de l'appareil est bien connue de ceux qui s'occupent de Photométrie. Les surfaces diffusives ne sont pas parfaites, en effet, et ne diffusent pas également la lumière dans toutes les directions. On ne pourrait donc rien conclure de l'égalité d'éclat de deux plages qui ne seraient pas éclairées sous la même incidence. Une expérience facile à faire montre ce fait. Soit obtenue l'égalité des deux plages pour une position déterminée de l'observateur. Pour peu que celui-ci déplace sa tête, l'égalité lui semblera disparaître : c'est de là que proviennent une grande partie des erreurs photométriques. On ne peut comparer deux mesures que quand elles ont été faites pour une même position des yeux derrière le photomètre.

Il y a donc, à mon avis, une pièce qui manque à tous les photomètres à vision binoculaire actuellement en usage, c'est une pièce destinée à fixer la tête de l'observateur.

Celle-ci n'est d'ailleurs pas difficile à improviser, avec un support quelconque, pour les photomètres ordinaires Foucault, Rumford, ou autres dérivés du même principe.

C'est pour obvier à cet inconvénient qu'on a presque abandonné les photomètres à vision binoculaire, pour employer les types à œilleton fixe.

Pour les photomètres du système indiqué par M. Cornu, un dispositif analogue est nécessaire. J'ai employé fréquemment un photomètre de ce système, du type de M. Mascart, grand modèle. J'ai commencé par avoir des erreurs énormes; puis je me suis aperçu que ces erreurs étaient diminuées quand je mettais tous mes soins à fixer la position de mon œil. J'ai alors placé un réticule un peu en arrière du point. En l'amenant soigneusement toujours à la même position par rapport à la séparation des deux plages, j'ai obtenu des résultats parfaitement concordants.

Enfin, on augmenterait, je crois, la sensibilité de ces appareils, d'après les expériences ci-dessus décrites, en leur ajoutant une double chambre claire permettant d'opérer par vision binoculaire, et d'utiliser ainsi notre machine visuelle dans les conditions de meilleur rendement.

Supposons maintenant un photomètre Foucault, à vision binoculaire, pour lequel les sources sont mobiles le long de deux droites fixes dont la bissectrice est normale à la surface diffusive. Soit la tête placée aussi symétriquement par rapport à cette droite. Il semble que l'appareil est symétrique. Matériellement, oui, physiquement non, car les deux yeux de l'observateur ont souvent des rendements fort inégaux, comme nous l'avons vu précédemment, et d'après l'inégale diffusion dans les diverses directions, l'œil gauche a le rôle principal pour la perception de la plage de droite, et inversement.

Si mon explication est exacte, la différence sera d'autant plus grande que l'angle AC sera plus grand. C'est ce que l'expérience vérifie. Avec un angle de 10° j'ai une erreur d'environ 30 pour 100, avec 20° j'ai 50 pour 100, environ.

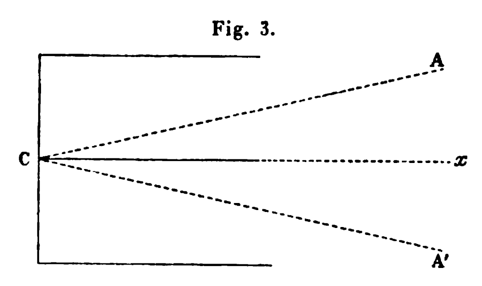
Comment éliminer cette erreur systématique? Une première méthode est évidente : c'est d'opérer au moyen d'une source auxiliaire fixe, en A par exemple, et d'amener l'égalité des deux plages successivement avec l'étalon et avec la source à mesurer placées tous deux sur la ligne A'C.

Il est aussi une autre méthode, qui permet de se passer de la source auxiliaire.

Soit l'étalon en A, à une distance a de C. Amenons l'égalité ap-

parente. Alors nous avons la relation $E = e(1 + k)$ entre les éclairements des deux plages; k est une constante dépendant de l'observateur, de la surface diffusive, et de l'angle ACx. Transportons l'étalon à une autre distance a' sur CA', et amenons l'égalité, la source à mesurer étant sur AC. Nous aurons l'égalité lorsque

Fig. 3.



$e' = E'(1 + k)$, E étant évidemment le même dans les deux cas.

Soient

Z l'intensité de la source à mesurer;
I celle de l'étalon;
x_1 et x_2 les distances de la source à mesurer à l'écran dans les deux expériences.

Alors

$$e = \frac{Z}{x_1^2}, \qquad e' = \frac{Z}{x_2^2}, \qquad E = \frac{I}{a^2}, \qquad E' = \frac{I}{a'^2};$$

éliminant $(1 + k)$, e, e', E, E' entre les six équations, il vient

$$EE' = ee', \qquad \frac{I}{a^2 a'^2} = \frac{Z^2}{x_1^2 x_2^2},$$

d'où

$$Z = \frac{I}{aa'} x_1 x_2.$$

En résumé, les conditions à remplir par un photomètre précis sont les suivantes :

1° Être disposé pour la vision binoculaire;

2° Être disposé pour fixer d'une façon bien nette la position des yeux observateurs;

3° Être disposé pour opérer par inversion des sources quand on ne peut opérer par double mesure.

Les deux premières conditions sont facilement réalisables dans les instruments sans oculaire; dans les instruments à oculaire, il suffit de placer parallèlement à la ligne de séparation des deux plages un réticule hors du point et de placer derrière l'oculaire une double chambre claire permettant la vision binoculaire.

MÉTAUX PROPRES A LA CONSTRUCTION DES RÈGLES ÉTALONS;

PAR M. CH.-ED. GUILLAUME.

Les règles de précision construites jusqu'ici sont de deux sortes; les unes, en platine iridié, réunissent tous les avantages métrologiques et confirment entièrement les prévisions de H. Sainte-Claire Deville; mais elles ont le défaut de coûter fort cher; en effet, malgré l'adoption du profil très économique étudié par H. Tresca, une règle de 1^m faite avec cet alliage revient à plus de dix mille francs. Les autres règles, que l'on construit couramment pour le prix de deux ou trois cents francs, ont montré de sérieux défauts qu'il était désirable d'atténuer ou de faire disparaître sans augmenter beaucoup le prix de revient.

La plupart de ces règles se composent d'une barre de laiton ou de bronze portant une bande d'argent ou d'or incrustée, et servant au tracé. Leurs principaux défauts sont : 1° variation avec le temps; 2° attaque de la lame d'or ou d'argent par le mercure, et de cette dernière par les vapeurs chlorées et sulfureuses; 3° défaut de dureté de l'argent.

Les causes de variation avec le temps ne sont point encore complètement isolées; mais il est prouvé que, dans le cas d'une incrustation en or, la lame et le support ont un certain degré d'indépendance qui produit des variations irrégulières de la lame. Il n'est pas démontré que la même cause agit dans le cas d'une lame d'argent; mais la possibilité de cette action subsiste, et il est désirable de construire les règles étalons d'une seule pièce.

Les recherches qui font l'objet de cette Note ont été entreprises dans le but de trouver un métal permettant d'éviter les défauts que je viens de signaler.

Conditions à remplir. — Le métal cherché doit remplir les conditions suivantes : Prix relativement peu élevé, ce qui exclut les métaux employés à la construction des étalons de premier ordre, et limite aux métaux et alliages industriels ; dureté et facilité de polissage ; invariabilité de longueur avec le temps ou sous l'influence de recuits modérés ; résistance à l'eau et aux agents chimiques ordinaires des laboratoires ; pour les règles de grandes dimensions, module d'élasticité élevé. La condition d'invariabilité excluait les alliages contenant du zinc, c'est-à-dire les laitons et maillechorts.

Métaux étudiés. — Mes recherches ont porté sur les métaux suivants :

Nickel (barre coulée et rabotée) ; *bronze blanc* (35 Ni et 65 Cu ; barre coulée et rabotée) ; *bronze d'aluminium* 10 pour 100 (barres coulées et fraisées) ; *bronze phosphoreux* (barre coulée et ajustée à la lime). Je m'étais proposé aussi d'étudier le ferro-nickel, qui s'était montré d'abord assez réfractaire à l'action de l'eau et des acides ; mais une petite plaque de cet alliage qui était restée dans l'eau, à des températures comprises entre 0° et 40°, et en contact avec un morceau de laiton, se couvrit d'une épaisse couche de rouille ; cette rouille était superficielle, et le métal bien essuyé paraissait très peu attaqué ; mais son emploi n'en est pas moins rendu impossible par son peu de résistance à l'action de l'eau, et son étude a été suspendue ; je crois néanmoins qu'il y aurait grand avantage à remplacer l'acier par le ferro-nickel dans une foule de cas ; beaucoup plus inattaquable que l'acier, plus dur et deux fois plus rigide que le bronze, il conviendrait particulièrement à la construction des axes, des tourillons, etc., qu'il permettrait d'alléger considérablement.

Mes recherches ont porté sur l'élasticité, la dilatation et l'action du recuit à 100° ; le travail d'atelier, pour lequel M. Carpentier a bien voulu me prêter son concours, a donné lieu à quelques remarques qui seront consignées plus loin.

Élasticité.

Je me suis servi, pour la mesure du module d'élasticité, d'un appareil monté autrefois par M. Benoît. La règle à essayer était placée sur deux rouleaux et chargée en son milieu de poids

croissants; on déterminait, au cathétomètre, la flèche et l'écrasement des supports. Les mesures ont été faites dans deux positions à angle droit des règles, et pour des longueurs différentes. Les résultats très concordants de ces mesures ont montré que le métal de toutes ces barres était suffisamment homogène; les résultats moyens sont les suivants :

	Module d'élasticité en $\frac{kg}{mm^2}$.
Bronze d'aluminium, barre n° 1	10400
» » n° 2	10700
Bronze blanc	15500
Nickel	21700

Des mesures comparatives sur deux espèces d'acier ont donné :

Acier au manganèse	22000
Acier au tungstène	24300

D'autre part, M. Benoît avait trouvé pour le bronze phosphoreux 12600, et pour le platine iridié pur des valeurs un peu inférieures à 20000, tandis que le platine iridié du Conservatoire avait donné un résultat voisin de 21500. On voit que le nickel dépasse ces valeurs.

Après que les barres en bronze blanc et en nickel eurent été étirées à froid, leur module d'élasticité devint respectivement 15700 et 21800 $\frac{kg}{mm^2}$.

Dilatation et recuit.

Après avoir poli de petites surfaces sur les quatre règles en nickel, bronze blanc, bronze d'aluminium et bronze phosphoreux, j'y traçai des traits distants d'un peu moins d'un mètre, de telle sorte que leur comparaison à diverses températures avec un mètre en platine iridié donnât des écarts positifs et négatifs; puis les règles furent comparées à huit températures différentes à la règle n° 17 en platine iridié du Conservatoire. Les coefficients de dilatation ainsi trouvés étaient les suivants :

Ni	$\alpha = (12580 + 6,5t)10^{-9}$,
Bb	$\alpha = (14580 + 6,6t)10^{-9}$,
Ba	$\alpha = (16237 + 5,2t)10^{-9}$,
Bp	$\alpha = (16350 + 8,8t)10^{-9}$.

On a fait ensuite trois séries de comparaisons de chacune des Règles avec [17] au voisinage de 5°, puis on les a enfermées dans une étuve où elles ont été soumises, pendant deux heures, à la température de 100° dans un courant de vapeur d'eau.

Les Règles Ni et Bb furent comparées à [17], et remises dans l'étuve où toutes les règles furent ramenées cinq fois à 100°, et refroidies entre les recuits. Enfin la Règle Ni fut soumise à une aimantation passagère par contact avec l'inducteur d'une dynamo. Les résultats de toutes ces mesures réduits à 5° sont donnés ci-après :

Règles.	Avant le recuit.	Après deux heures à 100°.	Après cinq recuits à 100°.	Après aimantation.
	μ	μ	μ	μ
Ni — [17].......	— 93,6	—93,7	— 93,9	—93,3
Bb — [17].......	— 29,8	—31,5	— 31,9	
Ba — [17].......	—131,4		—136,3	
Bp — [17].......	—109,1		—108,8	

On voit que la Règle Ni s'écarte au maximum de 0μ,3 de la première valeur; ces écarts ne dépassent pas les limites des erreurs d'observation; la Règle Bb montre un raccourcissement de 2μ, la Règle Ba s'est raccourcie de 5μ, tandis que la Règle Bp n'a pas varié.

L'état des surfaces a donné lieu aux remarques suivantes :

Avant l'étuve : Ni et Bb, surfaces parfaitement brillantes. Ba, une surface à peu près intacte, l'autre mouchetée; on voit, sur divers points de la règle quelques granules blanchâtres paraissant sortir du métal. Bp, forte patine, surfaces irisées et peu réfléchissantes.

Après l'étuve : Ni, surfaces intactes; quelques dépôts qu'on enlève avec de l'acide chlorhydrique. Bb, surfaces à peu près intactes, quelques taches verdâtres; légère sulfuration au contact du caoutchouc. Ba, très tachée; l'une des surfaces complètement noircie. Bp, les traits se voient à peine sur les surfaces complètement noircies.

J'ajouterai que le bronze blanc s'amalgame lorsqu'il séjourne pendant plusieurs heures dans le mercure; un contact peu prolongé le laisse indemne.

Conclusions de l'étude métrologique.

Le bronze d'aluminium et le bronze phosphoreux sont impropres à la construction des règles avec tracé direct.

Le bronze blanc peut servir à construire des règles avec tracé sur le métal lui-même; cependant la sulfuration et la chloruration sont à craindre, et de plus les règles devraient, avant l'étude, être soumises à un recuit modéré. Le module d'élasticité, quoique très supérieur à celui des bronzes ordinaires, est encore un peu trop faible pour la construction des règles d'une grande longueur.

Le nickel réunit tous les avantages métrologiques.

Travail du métal.

Les diverses barres étudiées avaient été amenées à leur forme définitive par un travail d'atelier, au cours duquel on avait remarqué ce qui suit :

Nickel. — Métal de la dureté du fer, un peu gras; se tourne bien, mais se fraise mal; il prend un beau poli et se trace bien; la barre coulée contient de nombreuses piqûres.

Bronze blanc. Moins dur et plus *gras* que le nickel; travail analogue; se polit et se trace bien; la barre coulée est parfaitement saine.

Bronze d'aluminium. — Métal sec et grenu, très dur; se travaille bien à la fraise et au tour; beau poli; l'une des barres est parfaitement saine; l'autre est piquée à la surface, l'intérieur est sain.

Bronze phosphoreux. — Possède les propriétés du bronze ordinaire, avec un peu plus de dureté.

Au point de vue spécial de la préparation de la barre, le nickel était le plus désavantageux; cependant les avantages métrologiques qu'il possède sur les autres métaux seraient suffisants pour compenser une légère différence de prix qui pourrait en résulter.

J'ai dit que la barre sur laquelle ont porté mes essais avait de nombreuses piqûres. Un étirage à froid en fit disparaître une partie, mais la barre sortit de ce traitement tellement craquelée qu'il fallut enlever une forte couche superficielle pour atteindre un noyau sain. Il n'est pas impossible d'obtenir du nickel exempt de piqûres, car nous avons eu l'occasion d'examiner des tiges ou des lames de ce métal ne présentant pas le moindre défaut; malheureusement les usines ne livrent pas encore à coup sûr des barres absolument saines; en attendant, le bronze blanc peut rendre de bons services. La Société genevoise pour la construction d'instruments de Physique a déjà, sur nos indications, entrepris la fabrication de ces règles. Nous avons eu au Bureau international l'occasion d'examiner un étalon en H d'un alliage par parties égales de nickel et de cuivre; son module d'élasticité est de 17300 $\frac{kg}{mm^2}$; il est d'un très bel aspect et constitue déjà un progrès réel sur les règles que l'on fabriquait il y a quelques années.

ARCHIVES DES SCIENCES PHYSIQUES ET NATURELLES (DE GENÈVE); 1893.

F. Louis PERROT. — Nouvelles recherches sur la réfraction et la dispersion dans une série isomorphe de cristaux à deux axes, t. XXIX, p. 28.

M. Perrot reprend l'étude optique des sulfates doubles du type

$$RSO^4 + R'^2SO^4 + 6H^2O,$$

où R représente un des métaux diatomiques tels que

Ni, Co, Mn, Fe, Cr, Mg, Zn, Cd, Cu,

R′ un des métaux monoatomiques K, Rb, Cr, Tl et (AzH^4).

Les sulfates ainsi conçus, au nombre de 45, ne peuvent pas être tous préparés.

M. Perrot se contente de prendre un même sulfate de métal monoatomique et de le combiner successivement avec chacun des neuf sulfates diatomiques. En particulier, il a formé les sulfates

doubles de Rb et de chacun des métaux diatomiques, sauf celui de Rb et de Cr, qui, très altérable à l'air, aurait rendu impraticable toute espèce de mesures : on peut voir dans la série ainsi constituée les différences dans les valeurs absolues des indices, dans la biréfringence et dans la dispersion, introduites par la substitution d'un métal diatomique à un autre. L'étude cristallographique, ainsi que les conditions de préparation de ces sels, ont fait l'objet d'une précédente Notice (*Archives,* t. XXV, p. 669; 1891).

Dans toute la série, le plan des axes optiques est le plan de symétrie du cristal. L'axe de moyenne élasticité est parallèle à l'axe de symétrie du cristal.

Tous ces cristaux sont positifs. La dispersion est inclinée, mais si faible que l'intercalation de verres diversement colorés dans le champ du microscope polarisant déplace les hyperboles d'une quantité inappréciable. L'écartement réel 2V des axes à l'intérieur a été mesuré avec soin pour la raie du sodium. L'orientation de la bissectrice établie au moyen du stauroscope ne peut être garantie qu'à un degré près. Aucun rapport évident n'apparaît entre les différentes constantes physiques des cristaux étudiés; le remplacement d'un métal biatomique par un autre du même groupe influe sur la valeur absolue des indices et beaucoup moins sur la différence entre le plus grand indice et le plus petit. Cette différence augmente graduellement avec la réfrangibilité de la lumière employée. La dispersion varie très peu d'un sel à l'autre. L'application de la formule $\frac{n^2-1}{n^2+1}\frac{1}{d}M$ ($M =$ poids moléculaire) donne, pour les sels étudiés, des valeurs du pouvoir réfringent moléculaire voisines de 60.

Enfin, M. Perrot, dans l'emploi de la méthode de la réflexion totale, a retrouvé une particularité signalée par M. Soret. Dans le voisinage du rideau séparant les portions obscures des portions éclairées du champ, et dans cette dernière partie, se trouve une *corde obscure* sensiblement parallèle aux bords du rideau; sa position ne varie pas avec les divers azimuts que prend successivement la face polie, mais elle est tantôt séparée du rideau par un liséré éclairé, tantôt elle empiète sur les bords du rideau; elle est plus obscure que ce dernier. M. Perrot croit que ce phénomène

n'a pas seulement pour cause le poli de la surface, ainsi que le pensait M. Soret; il se produit en effet de préférence sur la face 201 du cristal et presque exclusivement sur cette direction, quel que soit le moyen de polissage utilisé. L'influence de la structure cristalline sur la production régulière des cordes paraît ainsi bien manifeste.

Ch. SORET et Ch. Eug. GUYE. — Sur la polarisation rotatoire du quartz aux basses températures, t. XXIX, p. 242.

Les auteurs se proposent d'étudier la variation du pouvoir rotatoire du quartz aux températures comprises entre + 20° et — 72° environ. Ils opèrent sur un canon de quartz déjà étudié par MM. J.-L. Soret et Sarazin, mesurant près de 60^{mm} de longueur. Ils utilisent la méthode du prisme à pénombre de M. Cornu. On éclaire à l'aide d'un flux d'étincelles jaillissant à l'intérieur d'un tube fermé et à la surface d'une solution de bromure de sodium. Une lentille à court foyer concentre les rayons sur un prisme de Cornu dont la bissectrice de l'angle des axes est verticale.

La fente d'un collimateur très rapproché du prisme est horizontale.

Les rayons traversent le tube contenant le canon de quartz; ce dernier est noyé dans l'alcool. Le tube fermé par deux glaces parallèles est prolongé de chaque côté par deux enceintes sèches, fermées aussi par des glaces à faces parallèles, ceci pour éviter le dépôt de givre à la surface du tube contenant le canon. Ce tube est d'ailleurs plongé dans une caisse de sapin garnie d'ouate et remplie de neige d'acide carbonique solide.

Les rayons traversent ensuite un Foucault monté sur un cercle gradué et arrivent sur un spectroscope à vision directe qui étale le spectre verticalement : une fente dont est muni l'oculaire permet de ne laisser passer que la radiation jaune. On obtient le réglage de l'appareil en produisant la coïncidence de la croisée des fils du réticule éclairée avec son image par réflexion sur la face de sortie du quartz.

La loi de correspondance entre les variations de résistance et de température était préalablement étudiée par comparaison avec un thermomètre à air. Elle est d'ailleurs en pleine concordance

avec celle indiquée par MM. Cailletet et Bouty. Les résultats sont représentés avec une approximation égale aux erreurs d'expérience par la formule de M. Joubert

$$\varphi = A(1 + 0,000146324\,t + 0,0000000329\,t^2).$$

φ est la rotation, A est un facteur dépendant de l'épaisseur du quartz.

Ed. SARASIN et DE LA RIVE. — **Interférences des ondulations électriques par réflexion normale sur une paroi métallique. Égalité des vitesses de propagation dans l'air et le long de fils conducteurs, t. XXIX, p. 358** (¹).

Les auteurs ont établi dans de précédentes expériences [*Sur la résonance multiple des ondulations électriques de Hertz se propageant le long des fils conducteurs* (*Archives*, t. XXIII, p. 113; 1890)] que chaque résonateur circulaire décèle invariablement une longueur d'onde qui lui est propre et qui ne dépend que des dimensions du cercle et pas de celles de l'excitateur des ondulations. Ils se proposent de comparer les longuéurs d'onde obtenues avec un même cercle dans l'air et le long d'un fil conducteur, résultat très important pour la théorie électromagnétique de la lumière et que les expériences de Hertz avaient laissé incertain.

Trois séries d'expériences ont été faites en faisant varier les dimensions des résonateurs circulaires ($0^m,35$, $0^m,50$, $0^m,75$ et 1^m de diamètre) et en étudiant avec chacun d'eux les interférences de l'onde directe et de l'onde réfléchie dans l'air sur la surface d'une paroi métallique plane. Dans les deux premières séries (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 31 mars 1891), les dimensions des parois réfléchissantes ($2^m,80$ sur 3^m et $2^m,80$ sur 5^m), suffisantes pour le résonateur de $0^m,35$ de diamètre, paraissaient insuffisantes pour les longueurs d'onde de plus grandes dimensions accusées par les résonateurs de $0^m,50$ et plus. Aussi la paroi métallique (feuilles de zinc de $0^{mm},5$ d'épaisseur) a-t-elle été portée aux dimensions de 8^m de hauteur pour

(¹) *Journal de Physique*, 3ᵉ série, t. II, p. 597.

16^{m} de largeur, afin de permettre l'étude pour les λ de 4^{m} à 6^{m}. Normalement à la paroi métallique, la salle d'expériences présentait un développement de plus de 20^{m}.

L'excitateur ou primaire est disposé tantôt à 15^{m}, tantôt à 18^{m}, tantôt à 17^{m},50 de la paroi. Il est constitué de deux sphères métalliques, tantôt en zinc de 30^{cm} de diamètre, tantôt en laiton de 50^{cm} de diamètre, armées soit de tiges de 7^{mm} de diamètre, soit de cylindres de 35^{mm} de diamètre, de direction horizontale parallèle à la paroi métallique, entre les extrémités desquels jaillissent les étincelles à des distances variables et dans un bain d'huile.

On explore le champ *sur la base* avec les divers résonateurs; les déplacements se font le long d'un banc optique en bois de 8^{m},75 de longueur, enfermé dans un couloir sombre recouvert de papier noir, porté par trois chevalets, de 10^{m} de longueur et 1^{m},50 de largeur. L'obscurité facilite l'observation des étincelles secondaires. Trois procédés pour la détermination des nœuds et des ventres ont été utilisés. 1° Le plan du résonateur étant parallèle au plan du miroir avec son axe vertical, on détermine pour chaque position la distance maxima à laquelle jaillit l'étincelle secondaire. La courbe des distances au miroir et des distances mesurées au micromètre à étincelles présente des minima équidistants. 2° On laisse constante la distance des deux bords de l'interrupteur. La moyenne des deux positions d'extinction et de réapparition de l'étincelle, lorsqu'on éloigne le résonateur du miroir, donne les nœuds qui sont à égale distance les uns des autres. 3° Le résonateur est dans un plan horizontal; son axe est perpendiculaire au banc d'optique. Les étincelles se produisent, pour une distance convenable des bords de l'interrupteur, lorsque les deux moitiés du cercle correspondent à des valeurs différentes de la force (c'est le cas où le centre du résonateur est à un nœud). L'étincelle est moindre, sinon nulle, lorsque le centre du cercle se trouve dans un ventre; l'expérience confirme la loi de distribution déjà indiquée.

Les longueurs d'onde observées dans ces expériences pour les résonateurs de 0^{m},50 et de 0^{m},75 sont les mêmes, dans la limite des erreurs d'observation, que celles constatées dans les expériences le long des fils.

Les conclusions des auteurs ont déjà été rapportées dans le Recueil (*Journal de Physique,* 3ᵉ série, t. II, p. 597).

CH. DUFOUR. — La scintillation des étoiles, t. XXIX, p. 545.

L'auteur se propose d'établir, pour une distance zénithale donnée, une relation entre la scintillation des étoiles et le temps probable. Le degré de scintillation de la lumière d'un astre est repéré de 0° à 1°, à l'œil nu; une assez longue habitude permet une précision suffisante dans ce genre d'observations. Le degré de scintillation pour une même étoile diminue progressivement de l'horizon au zénith. Il est sensiblement proportionnel au produit de l'épaisseur de l'atmosphère que traverse le rayon lumineux par la réfraction pour la hauteur à laquelle se trouve l'étoile. Il est plus considérable pour les étoiles blanches que pour les étoiles rouges. Il diminue avec l'altitude. Enfin, M. Dufour croit pouvoir affirmer qu'à Morges « une faible scintillation annonce en général l'approche du mauvais temps ». Il exprime le vœu que des observations de ce genre soient faites par les navigateurs. Ces recherches auraient une grande importance à cause des prévisions météorologiques qu'on pourrait en déduire.

ROBERT WEBER. — Sur la capacité inductive spécifique, t. XXIX, p. 571.

On emploie un condensateur constitué par deux longs tubes cylindriques laissant entre eux un petit espace annulaire; à la face extérieure du grand tube et à la face intérieure du petit tube sont collées deux feuilles métalliques qui sont les armatures du condensateur. L'espace annulaire peut contenir les différentes substances (gaz, liquides, solides) à étudier. Si d' et d'' sont les épaisseurs des deux tubes, d l'épaisseur de l'espace annulaire, k_v et k les capacités inductrices spécifiques du verre et de la substance qui remplit l'espace annulaire, la charge pour une différence de potentiel V entre les deux armatures est

$$Q_1 = \frac{SV}{4\pi\left(\frac{d'+d''}{k_v} + \frac{d}{k}\right)}.$$

Si l'espace annulaire est rempli d'air, la charge est

$$Q_a = \frac{SV}{4\pi\left(\frac{d'+d''}{k_v} + d\right)}.$$

On mesure $r = \frac{Q_1}{Q_a} = \frac{1 + \frac{dk_v}{d'+d''}}{1 + \frac{1}{k}\frac{dk_v}{d'+d''}}.$

D'où k_v.

On mesure k_v en remplissant l'espace annulaire d'un liquide de même pouvoir inducteur spécifique que le verre. On a alors la relation

$$r' = \frac{1 + \frac{dk_v}{d'+d''}}{1 + \frac{d}{d'+d''}}.$$

On obtient ce liquide, en tâtonnant. On le réalise de telle sorte que la valeur r' soit la même lorsqu'on introduit dans l'espace annulaire soit le liquide et du verre, de même nature que celui des tubes, soit le liquide seul. La disposition expérimentale est telle qu'on compare successivement les capacités avec le liquide, puis avec l'air à une même capacité, celle d'un condensateur auxiliaire invariable. Un jeu de commutateur permettait de faire passer dans un galvanomètre de Wiedemann, à intervalles courts et égaux, les décharges du condensateur, d'abord dans un sens, puis dans l'autre sens.

La moyenne des déviations de part et d'autre de l'équilibre correspond à la déviation adoptée comme mesure. De même pour la capacité auxiliaire et enfin pour le condensateur transformé. M. Weber a trouvé que, pour l'air et l'acide carbonique, la capacité inductive spécifique diminue avec la force électromotrice de charge, pour l'éther elle augmente avec la différence de potentiel; les corps conducteurs ont une capacité inductive spécifique qui reste finie. Aucune relation n'existe entre la composition d'un mélange et sa capacité inductive spécifique. Les valeurs absolues ne vérifient pas la loi de Maxwell $\sqrt{k = n}$.

Ch. BOREL. — Recherches des constantes diélectriques principales de quelques substances cristallisées biaxes (ortho ou clinorhombiques), t. XXX, p. 131.

M. Ch. Borel se propose la détermination des constantes diélectriques de quelques substances orthorhombiques et clinorhombiques. Il opère sur de nombreux sulfates doubles à six molécules d'eau de cristallisation et détermine successivement : 1° l'orientation de sphères cristallisées des systèmes ortho et clinorhombiques dans un champ uniforme; 2° les valeurs absolues des constantes diélectriques de ces mêmes sphères. La méthode est celle de Boltzmann légèrement modifiée (Boltzmann, *Sitzb. Akad. Wien*, t. LXVIII, p. 81; 1873, 1874).

La balance bifilaire à laquelle les sphères diélectriques étaient suspendues était remplacée par une balance unifilaire à fil de quartz; au lieu de mesurer l'attraction des sphères par la déviation de la balance, on la mesurait par la torsion du fil de quartz, nécessaire pour maintenir l'équilibre. Pour une même sphère, la méthode d'attraction de M. Boltzmann a toujours indiqué la même position des axes de polarisation que l'orientation dans un champ uniforme.

La position des axes de polarisation varie beaucoup d'un sulfate double à l'autre, mais est constante pour les divers échantillons d'un même sulfate.

Ch. BOREL. — Phénomènes dynamiques dus à l'électrisation résiduelle des diélectriques, t. XXX, p. 45.

Deux systèmes de bobines capables de produire en un même point deux champs de directions différentes donnent, si elles sont parcourues par des courants alternatifs, présentant une *différence de phase,* un champ résultant de direction et, en général, de grandeurs variables d'une manière continue. On réalise ainsi un champ tournant qui entraîne après lui tout disque métallique ayant même axe de rotation que lui. Le Dr F. Borel produit ces deux champs à l'aide d'un solénoïde d'une part, et d'un long barreau de fer doux, parallèle à l'axe, mais en dehors de cet axe, d'autre part. Le pôle induit sur le fer doux produit un champ de

direction différente de celui réalisé par le solénoïde. Si le circuit est parcouru par des courants alternatifs, l'hystérésis (d'après F. Borel) du barreau de fer doux suffit à établir une différence de phase. Le champ tournant est obtenu et entraîne avec lui un disque de fer doux. M. Ch. Borel a réalisé une expérience analogue en remplaçant le solénoïde par une armature plane soumise pendant des intervalles de $\frac{6}{1000}$ de seconde à des charges successivement positives, nulles et négatives. Le barreau de fer est remplacé par une tige de verre et le disque de fer doux par un disque soit de mica, soit de papier paraffiné. La rotation continue est ainsi produite. Le phénomène de l'hystérésis dans les diélectriques est-t-il vraiment la cause de cette rotation? L'auteur ne le pense pas. Ses expériences l'ont conduit à admettre que cette rotation était due à des phénomènes de conduction. Il a d'ailleurs déduit de cette expérience un dispositif pour la comparaison de l'électrisation résiduelle de diverses substances amorphes, diélectriques et conductives. Il oppose à l'action d'un bâton de verre chargé d'électricité celle d'un diélectrique placé de l'autre côté du disque.

Le disque de papier paraffiné, porté par un fil de torsion, tourne d'un certain angle, qui représente la différence des actions du verre et du diélectrique. Sous l'influence des champs électriques alternatifs, l'électrisation résiduelle va en croissant avec les substances de moins en moins isolantes. Même à partir d'un certain degré d'isolement, la répulsion sur le disque est remplacée par une attraction dont l'effet s'ajoute, quant à l'angle de rotation, à l'effet d'un bâton de verre. L'étude des corps cristallisés a permis de constater des différences d'électrisation résiduelle entre les deux extrémités d'une même direction.

Ch. DUFOUR. — Manière de mesurer le grossissement des lunettes et des télescopes, t. XXX, p. 315.

L'auteur propose d'utiliser l'observation de la Lune pour le calcul du grossissement d'un instrument, d'un télescope, en comparant, au moment de la pleine lune, le diamètre apparent observé à travers l'instrument et le diamètre apparent calculé d'après la position de l'astre au moment de l'observation.

CH. GALOPIN. — Déplacement d'un corps sonore.

L'auteur étudie les modifications apparentes produites dans un son par le déplacement d'un corps sonore en ligne droite et d'un mouvement uniforme. Il étudie les variations d'intervalles apparents dans les différents cas où la vitesse de la source V est plus petite que la vitesse u du son, puis égale à u, puis comprise entre u et $2u$, puis égale à $2u$, puis plus grande que $2u$.

R. DONGIER.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

T. XXV, n° 1, 2, 3, 4; 1893.

R. SAWELIEFF. — Sur la précision des observations actinométriques, p. 1-35.

L'auteur, qui a entrepris, il y déjà cinq ans, par sa propre initiative, une longue série continue d'observations actinométriques au sud-ouest de la Russie, a été provoqué à écrire son Mémoire par le travail de M. Chwolson : *Sur l'état actuel de l'actinométrie,* publié au commencement de 1892 aux *Annales de l'observatoire physique de Saint-Pétersbourg*. En laissant de côté les considérations théoriques de M. Chwolson sur l'insuffisance des méthodes actinométriques actuelles, M. Sawelieff remarque que l'objet des mesures actinométriques varie spontanément et souvent si brusquement qu'on n'a pas même le droit de parler de mesures bien précises de cette quantité. Contrairement à l'opinion de M. Chwolson, il affirme que l'actinomètre de M. Crova et celui de M. Violle lui ont donné des résultats dont l'erreur probable est de 1 à 2 pour 100, erreur qui ne dépasse pas de beaucoup celle des observations météorologiques ordinaires. A l'appui de cette conclusion, M. Sawelieff cite un grand nombre de ses observations et expériences propres et en discute les plus minutieux détails.

S. GRIBOIEDOFF. — Sur le coefficient de diffusion, déterminé par des expériences sur l'évaporation des liquides, p. 36-50.

M. Stefan a donné en 1871 une théorie générale de la diffusion des corps à l'état gazeux, donnant le moyen de calculer le coefficient de diffusion K de la vapeur d'un liquide d'après le temps, $t_1 - t_0$, que son niveau dans une éprouvette capillaire emploie pour baisser de la hauteur h_0 à h_1. Ces hauteurs sont comptées à partir de l'orifice supérieur de l'éprouvette, débouchant dans une masse indéfinie d'air, ou dans un courant continu d'air.

En nommant s_1 la densité du liquide, d_1 la densité, et p_1 la tension de sa vapeur saturée, le tout à la température de l'expérience, p la pression du mélange de gaz et de vapeur à l'orifice de l'éprouvette, le coefficient de diffusion K s'exprime, d'après Stephan, par

$$K = (h_1 + h_0)(h_1 - h_0)\frac{s_1}{d_1}\frac{1}{(t_1 - t_0)\log\left(\frac{p}{p - p_1}\right)}.$$

L'auteur se servait de deux tubes en verre de $2^{mm},648$ et de $1^{mm},898$ de diamètre, et de deux autres en cuivre, de $2^{mm},595$; ils ont été placés dans un bain formé par deux grands bocaux concentriques en verre, remplis d'eau, et un courant d'air horizontal était produit entre leurs orifices et le couvercle du bain à l'aide d'un tuyau et d'un brûleur Bunsen, produisant appel.

Voici les résultats :

	Valeurs de K.	Température.
Éther $C^4H^{10}O$	0,08301	19°,5
»	0,08170	18,6
»	0,0829	16,0
Benzol C^6H^6	0,08535	41,6
»	0,08770	53,1
»	0,08909	56,0
»	0,09068	65,0
Formiate de méthyle $C^2H^4O^2$	0,10181	16,0
»	0,10325	18,2
»	0,10402	21,8
Acétate de méthyle $C^3H^6O^2$	0,09265	26,8
»	0,09535	34,7
»	0,09814	43,6
Propionate de méthyle $C^4H^8O^2$	0,08694	43,0
»	0,09226	59,4

N. KASTERINE. — **Sur la variation de la cohésion des liquides**, p. 51-72.

D'après la théorie de Laplace, la hauteur de l'ascension d'un liquide dans un tube capillaire diminue, quand sa température monte, proportionnellement à la variation de sa densité D, si toutefois l'angle de raccordement reste invariable. Mais les expériences de Brunner, Frankenheim, de Heren, Timberg, Schiff et autres démontrent clairement que la cohésion des liquides diminue plus vite que le carré de leur densité, et que la variation de l'angle de raccordement, mesuré pour quelques liquides par Schiff, ne suffit pas pour expliquer ce décroissement. L'auteur suppose que c'est la grandeur du rayon de la sphère d'activité moléculaire qui change avec la température. Par l'introduction de cette hypothèse, la formule bien connue de Laplace

$$P = K + \frac{H}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

ne change pas de forme, mais les constantes K et H, que Laplace considère comme proportionnelles à la densité du liquide, deviennent en outre fonctions du rayon de la sphère d'activité moléculaire.

Pour arriver à des formules propres à être confrontées aux données de l'expérience, l'auteur a été conduit à admettre que les forces moléculaires se conforment à la loi des carrés des distances de Newton; dans ce cas, la constante μ peut être nommée *intensité* de l'action moléculaire. Cela posé, l'auteur obtient pour un même liquide de densité D à deux températures différentes la relation suivante :

$$\frac{K_2^3}{K_1^3} = \frac{H_2^2 D_2^4}{H_1^2 D_1^4}.$$

La pression moléculaire K peut être calculée par la *deuxième équation d'état*, de Clausius,

$$K = \frac{RT(AT^{-n} - B)}{(v + \beta)^2}.$$

Les constantes R, A, B, n et β, ainsi que la tension superficielle H et l'ascension capillaire h sont déjà déterminées à diverses

températures pour plusieurs liquides, de sorte que l'auteur fut en état de calculer vingt-quatre valeurs différentes de $\frac{h_2}{h_1}$. Les différences des valeurs calculées et observées varient de o à + 0,067, en moyenne de 3 pour 100.

L'auteur tire encore de son hypothèse les conséquences suivantes, qui s'accordent bien avec l'expérience :

1° Le produit de l'intensité de l'action moléculaire par le poids moléculaire est une constante;

2° Pour divers liquides aux températures correspondantes, les rayons des sphères d'activité moléculaire sont approximativement proportionnels aux racines carrées des poids moléculaires;

3° Aux températures correspondantes, la molécule physique de divers liquides contient le même nombre de molécules chimiques.

P. WELITSCKO. — Deux héliographes, p. 77-78.

Un cylindre fermé dont l'axe est orienté parallèlement à l'axe du monde, est muni de trois fentes au sud, est et ouest, et tapissé intérieurement de papier sensible au cyanoferrure. La sensibilité du papier et les dimensions des fentes sont réglées de sorte qu'on obtient trois bandes bien définies dont les teintes enregistrent les variations de l'éclairement pendant toute la journée, avec plus de précision que les héliographes de Campbel-Stokes et de Maurer.

Le deuxième héliographe de l'auteur est muni d'un mouvement d'horlogerie et fonctionne par conséquent d'une manière bien plus précise. Il possède une fente de $0^{mm},2$ pour le milieu de la journée, et une autre beaucoup plus large, donnant assez de lumière pour fonctionner au voisinage du lever et du coucher du soleil.

S. TERECHINE. — Méthode de mesure de la température et de la conductibilité thermique extérieure d'un fil métallique parcouru par un courant électrique, p. 97-110.

Draper a déjà mesuré la température d'un fil métallique vertical parcouru par un courant, en observant son allongement à l'aide d'un levier sensible. L'auteur emploie pour le même but un

moyen plus simple. Le fil de longueur $2d$ est tendu horizontalement; quand on suspend en son milieu un poids de 20gr à l'aide d'un petit crochet en platine, sa longueur devient $2l$, et le point de suspension s'abaisse de h. Il est évident que

$$l^2 = d^2 + h^2$$

et que

$$\frac{dh}{dl} = \frac{l}{h}.$$

Il suffit de mesurer, à l'aide d'un microscope à micromètre oculaire, l'accroissement de la flèche h, pour pouvoir calculer l'accroissement de la longueur du fil, si l'on connaît la distance $2d$ de ses points d'attache. L'appareil a donné des mesures bien concordantes quand les extrémités du fil métallique ont été pincées entre deux fortes plaques en verre : les supports en métal refroidissent par conductibilité une partie notable du fil et faussent les résultats. Un crin, tendu horizontalement entre les mêmes pinces que le fil, servait de repère pour la mesure de la flèche h.

Un fil de platine, long de $141^{mm},3$ et de $0^{mm},5$ de diamètre, commença à émettre, dans une chambre complètement obscure, une faible lumière jaune gris, semblable à la phosphorescence d'un tube de Geissler, à la température calculée de 358° C. et une seconde fois à 358°,8 C. ($54 = 0^{mm},466$ et $0^{mm},469$), températures bien inférieures à 525° C., indiquée par Draper, et 390° C. observée par H. Weber. Une série d'expériences faites à l'aide d'un même fil de platine de $0^{mm},5$ entre 89°,9 C. et 520°,2 C. en changeant l'intensité du courant, a vérifié la loi trouvée par M. Œlschlager:

$$\theta = c I^2$$

(les variations de $\theta : I^2$ ne sortaient pas des limites 10,0 et 10,8).

La quantité de chaleur H perdue par un centimètre carré de la surface du fil à la température absolue T, pendant une seconde, peut être calculée d'après les dimensions du fil et l'intensité du courant; ces nombres s'accordent mieux avec les résultats calculés par la formule

$$\begin{aligned} H_T &= (T - T_0)[K_1(T + T_0) - K_2] \\ &= (T - T_0)[0,0000302(T + T_0) - 0,005] \end{aligned}$$

(T désignant la température absolue du fil et T_0 celle de l'air)

qu'avec les formules connues de Dulong et Petit et de Lorentz.

En admettant la proportionnalité de la résistance des métaux purs à leurs températures absolues, l'auteur propose l'expression approximative suivante de H_T, ne contenant qu'une seule constante

$$H_T = cTT_0(T - T_0).$$

W. KISTIAKOWSKY. — Nouveau système d'unités absolues, p. 81-90.

M. Ostwald a proposé un système d'unités absolues dans lequel les unités indépendantes sont le centimètre, la seconde et l'unité de l'énergie, l'erg, de sorte que l'unité de masse est de dimension $[et^2 l^{-2}]$. Ce système présente quelque avantage pour la Chimie, mais demande l'introduction de nouvelles unités fondamentales pour les mesures électriques, thermiques et autres. L'auteur propose d'exprimer la température et l'entropie à l'aide du centimètre, de la seconde et de l'erg de la manière suivante.

Si l'on nomme ϑ la température, C_v la capacité thermique moléculaire, e l'énergie et K_1 une constante, on peut écrire l'équation

$$C_v \vartheta = K_1 e,$$

ou, en réduisant K_1 à l'unité,

$$C_v \vartheta = e.$$

De même, la capacité thermique étant proportionnelle à la masse, on peut réduire le coefficient de proportionnalité à l'unité, et écrire

$$C_v = m.$$

De là, on déduit aisément que la dimension de la température ϑ est $[l^2 t^{-2}]$, c'est-à-dire celle du carré d'une vitesse, et l'entropie ou la capacité thermique ont la dimension commune $[et^2 l^{-2}]$.

TH. PETROUCHEWSKY. — Projet d'un système de mesures décimales métriques pour la Russie, p. 91-93.

L'emploi des mesures décimales métriques fait des progrès incessants en Russie. Mais leur introduction officielle rencontre un obstacle sérieux dans la nomenclature, dont les sons, complète-

ment étrangers à la langue russe, n'indiquent rien pour nous, ainsi que dans les valeurs absolues de ces mesures qui sont loin de tout rapport simple avec nos mesures usuelles. L'auteur a choisi une série de mesures métriques dont la valeur approximative est égale à nos principales mesures légales, ou présente avec elles un rapport simple et propose pour les nouvelles mesures une nomenclature conforme au génie de la langue russe, mais, par contre, dépourvu de système indiquant la relation à l'unité fondamentale.

P. BACHMETIEFF et WJAROFF. — Sur les chaleurs spécifiques des amalgames, p. 115-137.

Les propriétés thermoélectriques de quelques amalgames présentent, d'après les recherches de M. Bachmetieff [1], des anomalies notables, de manière à rendre probable la supposition que ces amalgames sont de vraies combinaisons chimiques.

Pour confirmer cette hypothèse, les auteurs ont entrepris la mesure de la chaleur spécifique des amalgames de magnésium et de bismuth, de $\frac{1}{2}$ à 5 pour 100, à l'aide du calorimètre à glace de Bunsen et en partie par la méthode des mélanges. Le maximum de la chaleur spécifique correspond à une teneur de 2,5 pour 100 en bismuth; quant à l'amalgame de magnésium, sa chaleur spécifique cesse presque complètement de croître quand la teneur surpasse 3 pour 100. Abandonné au contact de l'air, l'amalgame de magnésium s'oxyde et forme une masse boueuse, colorée par le mercure finement divisé, devenu libre par la décomposition de l'amalgame. En déterminant l'accroissement du poids de l'amalgame pendant son oxydation ainsi que le poids du mercure mis en liberté à l'état moléculaire, les auteurs ont trouvé que la formule de l'amalgame de magnésium est probablement $MgHg^1$. Son poids spécifique a été trouvé égal à 4,105, tandis que celui du mélange serait 10,86. L'amalgame de bismuth ne s'oxyde pas à l'air, et, par conséquent, la méthode susdite ne peut être appliquée pour son analyse; mais, la chaleur spécifique du bismuth (0,022) étant moindre que celle du mercure (0,033), on peut conclure que la chaleur spécifique du mélange commence à décroître aussitôt qu'on

---

[1] Voir *Journ. de Phys.*, 3e série, t. I, p. 402.

y introduit un excès de bismuth, c'est-à-dire plus de 2,5 pour 100. La formule de l'amalgame correspondante est $BiHg^{28}$.

P. BACHMETIEFF et P. PENTSCHEFF. — Recherches calorimétriques sur l'argent à l'état colloïdal, p. 138-155.

Les recherches de Prange, de Barus et Schneider ont suffisamment prouvé le caractère colloïdal de diverses modifications de l'argent, mais en même temps ils ont rendu invraisemblable la supposition de Carey Lea, que toutes ces modifications sont des états allotropiques différents de l'argent. Les auteurs ont cherché à déterminer la chaleur spécifique de *l'argent à couleur d'or* de Carey Lea comme moyen de trancher la question.

L'argent a été préparé par le mélange de dissolutions d'azotate d'argent à 5 pour 100, de tartrate double de potasse et de soude à 14 pour 100 et de sulfate de fer à 7 pour 100 : la couleur orangée du précipité se change en couleur de café par l'addition du sulfate de fer. Après une heure de repos, le précipité fut recueilli sur un filtre en papier, lavé à l'eau distillée et séché à 70-80° C., après quoi il prit la couleur d'or. Alors le précipité a été introduit dans des tubes en verre, porté à 103° et scellé à la lampe. La chaleur spécifique a été déterminée par la méthode des mélanges, à l'aide d'un petit calorimètre muni d'un élément thermo-électrique fer-argent pour pouvoir mesurer des accroissements de température ne dépassant pas 1° C. et annuler les corrections dues à la perte de chaleur par le calorimètre. Malgré toutes ces précautions, la chaleur spécifique de *l'argent à couleur d'or* a été trouvée variable : elle décroît après chaque échauffement et paraît tendre vers un minimum, qui est la chaleur spécifique de l'argent à l'état ordinaire. Mais, pendant le repos, sa chaleur spécifique augmente de nouveau. Entre 50° C. et 100° elle éprouve un accroissement subit, que l'on peut expliquer, au moins en partie, par la présence d'un peu du tartrate qui fond dans son eau de cristallisation entre 70° et 80° C.

W. LERMANTOFF.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXXVII; mai 1894.

S.-P. Langley. — *Travail interne du vent*, p. 425.

Th.-H. Blakesley. — *Nouveau théorème d'électricité*, p. 448.

O. Glynne Jones. — *Viscosité des liquides*, p. 451.

C.-V. Boys. — *Manière d'attacher les fils de quartz*, p. 463.

T.-H. Littlewood. — *Méthode pour trouver l'indice de réfraction d'un liquide, applicable à des liquides non homogènes*, p. 467.

M. Carey Lea. — *Transformation d'énergie mécanique en énergie chimique. Action du cisaillement* (suite), p. 470.

J.-H. van't Hoff. — *Origine de la théorie des solutions*, p. 475.

J.-H. Gray. — *Note sur l'élasticité des fils d'araignée*, p. 491.

J.-A. Wanklin et W.-J. Cooper. — *Méthode de distillation fractionnée, illustrée par l'étude du kérosène*, p. 495.

Wiedemann's Annalen.

t. LI, nᵒ 4; 1894.

F. Mylius et O. Fromm. — *Sur la production de feuilles métalliques flottantes par l'électrolyse*, p. 593.

E. Goldstein. — *Sur la prétendue stratification de la lumière cathodique dans les décharges induites*, p. 622.

W. Voigt. — *Contributions à la théorie moléculaire de la piézo-électricité*, p. 638.

F. Melde. — *Sur quelques méthodes pour l'évaluation du nombre de vibrations des sons élevés*, p. 661.

A. Winkelmann et O. Schott. — *Sur l'élasticité de diverses nouvelles sortes de verre et sa relation avec leur composition chimique*, p. 697.

A. Winkelmann et O. Schott. — *Sur les coefficients thermiques de résistance de diverses sortes de verre et sa relation avec leur composition chimique*, p. 730.

M. Eisig. — *Spectre de lignes de l'oxygène*, p. 747.

ACHROMATISME ET CHROMATISME DES FRANGES D'INTERFÉRENCE;

PAR M. J. MACÉ DE LÉPINAY.

MM. Cornu [1], Mascart [2], Lord Rayleigh [3] ont étudié les phénomènes d'achromatisme que présentent les franges d'interférence, examinées en lumière blanche, sous l'influence du pouvoir dispersif des milieux interposés entre la source et l'œil de l'observateur.

M. Cornu a considéré uniquement le cas de franges rectilignes, parallèles, déplacées par réfraction normalement à leur direction commune. Il a établi qu'*il existe toujours, dans ces conditions, une frange achromatique qui joue le rôle de frange centrale et qui se trouve dans la région du champ où les radiations les plus intenses présentent une différence de phase maximum ou minimum*.

M. Mascart a montré que, lorsque la frange achromatique est d'un ordre élevé, il existe en réalité une série de franges achromatisées successivement pour les diverses radiations du spectre, de telle sorte que le nombre de franges discernables peut devenir très considérable. En même temps, les colorations obtenues présentent un aspect tout particulier; les maxima revêtent toutes les teintes successives du spectre, les minima voisins présentant la teinte complémentaire.

Lord Rayleigh s'est placé à un point de vue plus général que M. Cornu. Supposons que les franges observées, de forme quelconque, soient parfaitement nettes dans toute l'étendue d'un certain plan (ce que l'on peut toujours réaliser par l'emploi d'un trou éclairant). La différence de phase φ des deux mouvements vibratoires qui se superposent en un même point du plan, est fonction à la fois des coordonnées ξ, η de ce point et de la longueur d'onde. La condition d'achromatisme établie par M. Cornu : $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\right)_0 = 0$

---

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. I, p. 293; 1882.

(2) *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 445; 1889 et 3e série, t. I, p. 509; 1892. *Traité d'Optique, passim*.

(3) *Philosophical Magazine*, 5e série, t. XXVIII, p. 77 et 189; 1889.

(l'indice o indiquant que, dans le premier membre de cette équation, on doit remplacer λ par la valeur λ_0 qui correspond à la radiation la plus intense du spectre) définit une certaine courbe appelée *courbe d'achromatisme.* Cette courbe coupe en général obliquement un grand nombre de franges qui présentent toutes, en leurs points de rencontre avec elle, un minimum de coloration. Les franges brillantes y sont assimilables à la frange centrale des deux miroirs de Fresnel ; les franges sombres à la frange centrale obscure des trois miroirs. Elles sont donc toutes rendues visibles, mais ne le sont que sur une faible partie de leur longueur ([1]).

On voit que le nombre de franges discernables, lorsqu'on fait intervenir un phénomène de dispersion, peut dépendre de deux causes distinctes, l'une signalée par M. Mascart, l'autre par Lord Rayleigh. Il en est une troisième que ce travail met en évidence, mais qui, contrairement aux deux autres, peut contribuer, selon les circonstances, soit à accroître, soit à diminuer ce nombre. Elle présente cette particularité que son influence est d'autant plus grande que celle de la cause étudiée par M. Mascart est moindre.

Je me propose à cet effet de montrer qu'il est possible de pousser plus loin l'assimilation des teintes obtenues dans ces conditions avec celles que donne un appareil interférentiel normal ([2]) et de l'étendre, en me plaçant au même point de vue général que Lord Rayleigh, aux points du plan situés en dehors de la courbe d'achromatisme.

Soient φ la différence de phase, pour une radiation donnée λ, des deux mouvements vibratoires qui se superposent *en un point donné du plan* et A_λ^2 leur intensité commune ([3]). L'intensité du

([1]) Lord Rayleigh a étudié ainsi les phénomènes d'achromatisme que présentent les anneaux de Newton vus à travers un prisme ; M. Mascart, ceux qui accompagnent les franges des biaxes en lumière convergente.

([2]) C'est-à-dire tel qu'il ne contienne aucune substance douée de pouvoir dispersif.

([3]) J'admettrai, dans ce travail, que la lumière qui se propage sur l'une et l'autre onde est de la lumière blanche, c'est-à-dire que les diverses réflexions ou réfractions subies par ces ondes ont altéré sensiblement dans le même rapport les intensités de toutes les radiations simples.

Quant à l'hypothèse d'ondes d'inégales intensités, elle ne modifierait en rien les

mouvement vibratoire résultant est $4A_\lambda^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$, et la composition de la radiation complexe qui illumine ce point peut être représentée symboliquement par

$$C = \sum 4 A_\lambda^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2}.$$

La composition de cette radiation et, par suite, les impressions physiologiques d'intensité et de coloration qui y correspondent dépendent uniquement de la relation qui lie φ à λ.

Cette relation est particulièrement simple dans le cas d'un phénomène d'interférence normal. Elle est en effet de la forme

$$\varphi = 2\pi\left(\frac{\delta_1}{\lambda} + \varepsilon\right),$$

δ_1 et ε étant, pour chaque point, deux constantes : δ_1 est en effet une différence de marche purement géométrique; $2\pi\varepsilon$ représente une différence de phase, en général identique pour tous les points du plan. Elle peut provenir de ce que les ondes se sont réfléchies dans des conditions différentes (trois miroirs de Fresnel, anneaux de Newton, $\varepsilon = \pm \frac{1}{2}$), ou de ce que l'une d'elles a traversé une ligne focale ($\varepsilon = \pm \frac{1}{4}$) ou un foyer ($\varepsilon = \pm \frac{1}{2}$).

Si nous prenons comme nouvelle variable indépendante $x = \frac{1}{\lambda}$, la relation

$$\varphi = 2\pi(\delta_1 x + \varepsilon),$$

où l'on considère φ et x comme des coordonnées, définit une droite parallèle à l'axe des x pour la frange centrale ($\delta_1 = 0$), dont l'angle avec cet axe croît avec δ_1. La composition de la radiation éclairante en un point donné est, on le voit, entièrement définie par le coefficient angulaire $2\pi\delta_1$ de cette droite et son ordonnée à l'origine $2\pi\varepsilon$ (¹). Il importe de remarquer qu'à des valeurs de ε de la forme $\varepsilon = \varepsilon_0 + k$, k étant un nombre entier quel-

---

conclusions de ce travail; les teintes calculées seraient seulement lavées d'une certaine quantité de lumière blanche, sensiblement la même dans toute l'étendue du plan.

(¹) Elle est indépendante, pour des valeurs données de δ_1 et de ε, de la nature de l'appareil interférentiel et, en particulier, de la forme ou de la loi d'écartement des franges.

conque, correspond la même proportion $\cos^2\frac{\varphi}{2} = \cos^2\pi(\delta_1 x + \varepsilon_0)$ de chaque radiation simple, par suite la même composition de la lumière éclairante, par suite aussi la même intensité et la même coloration. Pour abréger, nous appellerons teintes de $p^{\text{ième}}$ ordre les teintes, variables avec la valeur de ε, qui peuvent coïncider avec la $p^{\text{ième}}$ frange $(\delta_1 = p\lambda_0)$ de la radiation la plus intense du spectre, dans un appareil interférentiel normal.

Soit, d'autre part, un appareil interférentiel quelconque, comprenant des milieux dispersifs. La différence de phase, en un point donné, est une fonction beaucoup plus complexe de λ ou de x, parce que la différence de marche des deux ondes est elle-même une fonction de λ ou de x. Mais considérons, pour ce point du plan, la courbe définie par

$$\varphi = f(x),$$

et menons la tangente à cette courbe au point $x_0 = \frac{1}{\lambda_0}$. Si nous tenons compte de ce que l'intensité lumineuse décroît très rapidement dans le spectre, de part et d'autre de la radiation la plus intense, nous pourrons, dans un grand nombre de cas, avec une approximation suffisante, confondre cette courbe avec sa tangente en ce point, et écrire par suite

$$\varphi = \varphi_0 + \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 (x - x_0).$$

Posant alors

$$(1) \qquad \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 = 2\pi\delta_1 = 2\pi p\lambda_0 = \frac{2\pi p}{x_0}$$

et

$$(2) \qquad \varphi_0 - \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 x_0 = 2\pi\varepsilon,$$

nous nous trouvons pouvoir assimiler la teinte obtenue au point considéré avec celle qui correspond à la $p^{\text{ième}}$ frange d'un phénomène d'interférence normal, caractérisé par une certaine valeur de ε donnée par l'équation (2). φ reprend en effet la même forme que plus haut

$$\varphi = 2\pi(\delta_1 x + \varepsilon),$$

δ_1 et ε étant indépendants de x.

Si l'on remarque que $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0$ est une fonction des coordonnées ξ, η du point considéré, on voit que l'équation (1), dans laquelle on suppose que p a une valeur donnée, définit, dans le plan, un certain lieu auquel on peut donner le nom de *courbe de chromatisme* d'ordre p. L'une d'elles, celle qui correspond à $p = 0$, n'est autre que la courbe d'achromatisme de Lord Rayleigh. La condition $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 = 0$ revient en effet à la suivante

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\right)_0 = 0.$$

Afin d'étudier comment varient les teintes et les intensités aux divers points du plan, j'examinerai tout d'abord comment elles varient le long d'une courbe de chromatisme donnée, d'ordre p; je supposerai, pour simplifier, que p est un nombre entier.

On tire des équations (1) et (2)

$$\varepsilon = \frac{\varphi_0}{2\pi} - p.$$

Si l'on se déplace le long de cette courbe, à partir d'un point arbitraire auquel correspond la valeur ε_0 de ε, φ_0 et par suite ε variant d'une manière continue; mais, d'après une remarque antérieure, en tous les points pour lesquels on a

$$\varepsilon = \varepsilon_0 + k,$$

k étant un nombre entier quelconque, la composition de la radiation éclairante redevient la même. *Les teintes et les intensités se reproduisent donc périodiquement le long d'une même courbe de chromatisme.*

En particulier, à tous les points tels que l'on ait

$$\varphi_0 = 2q\pi,$$

q étant un nombre entier, correspond une valeur entière, $q - p$, de ε. Les intensités et les teintes sont assimilables à celles de la $p^{\text{ième}}$ frange brillante des franges d'interférence normales à centre blanc. De même, en tous les points tels que l'on ait

$$\varphi_0 = \frac{2q+1}{2}\pi, \qquad \varepsilon = q - p + \tfrac{1}{2},$$

les intensités et les colorations sont assimilables à celles de la $p^{\text{ième}}$ frange sombre des franges d'interférence normales à centre noir.

Ces mêmes résultats peuvent s'interpréter autrement. Considérons à cet effet les franges brillantes et sombres qui correspondent à la radiation la plus intense du spectre. Les premières correspondent à $\varphi_0 = 2q\pi$, les secondes à $\varphi_0 = \frac{2q+1}{2}\pi$.

Une frange brillante quelconque est assimilable à la frange centrale des deux miroirs de Fresnel au point où elle rencontre la courbe d'achromatisme; aux franges brillantes successives du même appareil aux points où elle rencontre les courbes de chromatisme d'ordre 1, 2, 3, etc.; aux franges brillantes successives des trois miroirs de Fresnel aux points où elle rencontre les courbes de chromatisme d'ordre $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, etc.

Une frange sombre quelconque est assimilable à la frange centrale des trois miroirs au point où elle rencontre la courbe d'achromatisme; aux franges sombres successives du même appareil aux points où elle rencontre les courbes de chromatisme d'ordre 1, 2, 3, etc.; aux franges sombres successives des deux miroirs aux points où elle rencontre les courbes de chromatisme d'ordre $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{2}$, etc.

Remarquons qu'il existe, en général, deux courbes de chromatisme de chaque ordre, correspondant à des valeurs de p égales et de signes contraires.

APPLICATIONS.

Il est utile, pour appliquer cette théorie à quelques exemples, de mettre sous une forme plus commode l'équation générale des courbes de chromatisme. Nous poserons, à cet effet,

$$\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda},$$

δ étant une fonction de ξ, η, λ, définie par cette relation même. Si l'on remarque que l'on a

$$\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\varphi}{\partial\lambda}\frac{d\lambda}{dx} = 2\pi\left(\delta - \lambda\frac{\partial\delta}{\partial\lambda}\right),$$

on voit que l'équation cherchée peut s'écrire

$$\delta_0 - \lambda_0 \left(\frac{\partial \delta}{\partial \lambda}\right)_0 = \pm p\lambda_0.$$

I. *Vision des anneaux de Newton à travers un prisme.* — Cette expérience [1], fournit un remarquable exemple du cas général. Je supposerai, avec Lord Rayleigh, que les anneaux (lame d'air) sont examinés sous une incidence à peu près normale à travers un prisme de petit angle, et ne ferai que compléter, au point de vue du chromatisme, l'étude faite par cet auteur.

Soient m l'indice du prisme, u son angle au sommet, a la distance de son arête au plan de la lame mince, R le rayon de courbure de la surface convexe qui limite cette dernière. L'origine des axes sera placée au point de contact du plan et de la surface convexe, l'axe des ξ dirigé, normalement à l'arête du prisme, dans le sens de la déviation produite.

La différence de phase en un point ξ, η est celle qui correspondait, avant l'interposition du prisme, au point de coordonnées $\xi - (m-1)au, \eta$. On a donc

$$\delta = \frac{[\xi - (m-1)au]^2 + \eta^2}{R} + \frac{\lambda}{2}$$

et, par suite,

$$\frac{\partial \delta}{\partial \lambda} = -2\frac{au}{R}\frac{dm}{d\lambda}[\xi - (m-1)au] + \frac{1}{2}.$$

Nous poserons, pour simplifier,

$$K = -\frac{\lambda_0}{m_0 - 1}\left(\frac{dm}{d\lambda}\right)_0,$$

K étant un coefficient numérique essentiellement positif, et

$$\xi' = \xi - (m_0 - 1)au,$$

ce qui revient à transporter l'origine au centre apparent des anneaux. L'équation des courbes de chromatisme d'ordre p

[1] *Optique* de Newton, Livre II, Partie I, 24e Observation, et Livre II, Partie II. p. 273 (édition française de 1722).

devient alors

$$\xi'^2 + \eta^2 - 2(m_0 - 1)Kau\xi' = \pm Rp\lambda_0.$$

Ce sont des circonférences concentriques [abscisse du centre : $(m_0 - 1)Kau$]. La circonférence d'achromatisme passe par l'origine et a pour rayon $r_0 = (m_0 - 1)Kau$. Les rayons des circonférences de chromatisme d'ordre p sont donnés par

$$r_p^2 = r_0^2 \pm Rp\lambda_0,$$

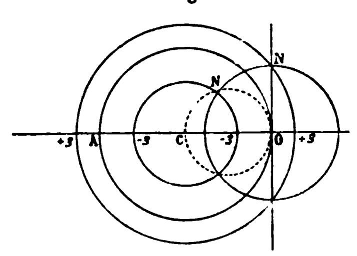
ce que l'on peut écrire

$$r_p^2 = r_0^2 \pm \rho_p^2,$$

en désignant par ρ_p le rayon du $p^{\text{ième}}$ anneau.

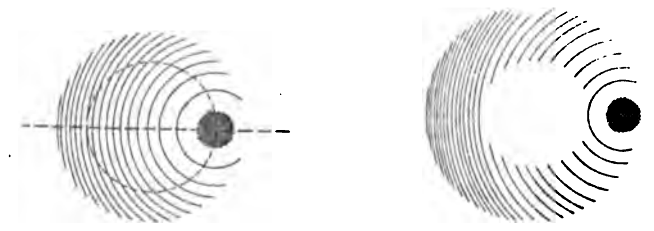
De cette dernière relation, résulte la construction suivante. Soient (*fig.* 1) O le centre apparent des anneaux, C celui des cir-

Fig. 1.



conférences de chromatisme. Sur OC comme diamètre décrivons une circonférence. Cette circonférence d'une part, l'axe $O\eta$ de l'autre, rencontrent le $p^{\text{ième}}$ anneau en deux points N et N′ qui

Fig. 2. Fig. 3.

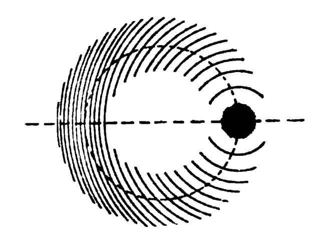


appartiennent aux deux circonférences de chromatisme d'ordre p. C'est ainsi qu'a été obtenue la *fig.* 2 qui correspond exactement par ses dimensions et les conditions de l'expérience à celle dessinée par Newton, dont la *fig.* 3 est la reproduction (Planche II

du Livre II de l'*Optique* de Newton). Le tracé des anneaux a été limité aux courbes de chromatisme de troisième ordre, ce qui revient à admettre que, dans un phénomène d'interférence normal, les franges deviennent indistinctes au delà de la troisième.

L'aspect obtenu varie avec la distance du prisme au plan des anneaux. Celle-ci diminuant, les diamètres de toutes les circonférences de chromatisme décroissent. Si les conditions sont telles que le diamètre de la circonférence d'ordre $p = -3$ devienne nul, l'aspect du phénomène est celui de la *fig.* 4.

Fig. 4.



II. *Franges et courbes de chromatisme parallèles.* — Dans ce cas, très fréquent, la coloration d'une même frange demeure la même sur toute sa longueur. Si l'on prend comme axe des ξ une normale à la frange achromatique, δ est fonction de ξ et de λ seulement.

Soient alors $\Delta\xi_1$ la distance, au voisinage de la frange achromatique, de deux franges; $\Delta\xi_2$ la distance, en cette même région, de deux courbes de chromatisme voisines (l'une n'est autre que la courbe d'achromatisme $p = 0$, l'autre correspond à $p = \pm 1$). Si nous posons $n = \frac{\Delta\xi_2}{\Delta\xi_1}$, on voit que, si en particulier l'on a $n > 1$, les colorations des franges croissent n fois moins vite et le nombre de franges discernables est n fois plus grand que dans un phénomène d'interférences normal. D'une manière plus générale, n mesure dans tous les cas le rapport du nombre de franges discernables au nombre de celles qui le sont dans un phénomène d'interférences normal.

Les franges sont définies par la relation

$$\delta_0 = q\lambda_0.$$

Si ξ varie de, $\Delta\xi_1$, q varie de $\Delta q = 1$. On a donc, en confondant $\Delta\xi_1$, Δq avec des différentielles,

$$\left(\frac{\partial\delta}{\partial\xi}\right)_0 \Delta\xi_1 = \lambda_0.$$

Les courbes de chromatisme sont, d'autre part, définies par

$$\delta_0 - \lambda_0 \left(\frac{\partial\delta}{\partial\lambda}\right)_0 = p\lambda_0.$$

On en déduit de même

$$\left[\left(\frac{\partial\delta}{\partial\xi}\right)_0 - \lambda_0 \left(\frac{\partial^2\delta}{\partial\lambda\,\partial\xi}\right)_0\right] \Delta\xi_2 = \lambda_0,$$

d'où

$$\frac{1}{n} = 1 - \lambda_0 \frac{\left(\frac{\partial^2\delta}{\partial\lambda\,\partial\xi}\right)_0}{\left(\frac{\partial\delta}{\partial\xi}\right)_0},$$

relation dans laquelle on doit remplacer λ par λ_0 et ξ par l'abscisse ξ_1, calculée d'autre part, qui correspond à la frange achromatique considérée.

J'appliquerai cette formule générale à quelques exemples. Les deux premiers présentent cette particularité que la frange achromatique est en même temps une frange centrale, c'est-à-dire correspond à $\varphi = 0$.

A. *Biprisme de Fresnel.* — En désignant par u l'angle des prismes, par a et b leurs distances à la source et à l'écran, on a

$$\delta = 2\frac{(m-1)au}{a+b}\xi.$$

On trouve, en appliquant les formules générales, $\xi_1 = 0$ et

$$\frac{1}{n} = 1 - \frac{\lambda_0}{m_0 - 1}\left(\frac{dm}{d\lambda}\right)_0 = 1 + \mathrm{K},$$

K étant un coefficient essentiellement positif, dont la valeur, dans le cas du crown, est environ 0,063. On voit que le nombre des franges discernables est un peu diminué.

B. *Demi-lentilles de Billet.* — Je ne ferai que compléter ici

un précédent travail (¹), dont j'emploierai les notations. Soient p et Δ les distances des lentilles à la source et à l'écran, a leur écartement, f leur distance focale. On a

$$\delta = \frac{ap\xi}{\Delta p - f(\Delta + p)}.$$

On en déduit

$$\xi_1 = 0 \quad \text{et} \quad \frac{1}{n} = 1 - K\frac{f_0(\Delta + p)}{\Delta p - f_0(\Delta + p)}$$

K ayant la même signification que plus haut (²). Il est facile de voir que le coefficient de K est toujours positif, car il suffit à cet effet que l'on ait

$$\Delta > \frac{pf_0}{p - f_0} \quad \text{ou} \quad \Delta > p',$$

p' étant la distance des images (jaunes) de la source aux lentilles. Or cette dernière condition est toujours satisfaite. Le nombre des franges visibles est donc toujours accru. Il peut même devenir infini si l'on a

$$\Delta p - (1 + K) f_0(\Delta + p) = 0.$$

Cette équation n'est autre que celle qui, dans le travail cité, déterminait la distance Δ du plan d'achromatisme.

C. Dans les quatre autres exemples que je citerai, les lois générales du phénomène sont les mêmes. On peut en effet écrire

$$\delta = A(\xi - \xi_0)^\alpha + h\lambda,$$

A, α, h étant trois constantes et ξ_0 une fonction de λ seulement.

L'équation de la frange achromatique est alors

$$\xi_1 - \xi_0 + \lambda_0 \alpha \left(\frac{d\xi_0}{d\lambda}\right)_0 = 0.$$

(¹) MACÉ DE LÉPINAY et PÉROT, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IX, p. 376; 1890.

(²) On a en effet

$$\frac{\lambda_0}{f_0}\left(\frac{df}{d\lambda}\right)_0 = -\frac{\lambda_0}{m_0 - 1}\left(\frac{dm}{d\lambda}\right)_0 = K.$$

On trouve, d'autre part,

$$\frac{1}{n} = 1 + \lambda_0(\alpha - 1)\frac{\left(\frac{d\xi_0}{d\lambda}\right)_0}{\xi_1 - \xi_0},$$

d'où, en remplaçant $\xi_1 - \xi_0$ par sa valeur,

$$n = \alpha.$$

Signalons ce fait que l'abscisse de la frange achromatique est indépendante de A, et par suite, toutes choses égales d'ailleurs, de la largeur des franges.

1° *Déplacement des franges par l'interposition d'une lame à faces parallèles* sur le trajet de l'un des faisceaux lumineux issus des miroirs de Fresnel. Si e est l'épaisseur de la lame, m son indice, c la distance des deux sources, a leur distance à l'écran, on a

$$\delta = \frac{c}{a}(\xi - \xi_0), \qquad \xi_0 = \frac{a}{c}(m - 1)e.$$

Ce cas correspond à $\alpha = 1$ et par suite à $n = 1$.

Le nombre de franges visibles est inaltéré. Si en particulier la frange achromatique correspond à un maximum d'intensité, leurs colorations sont celles des franges des deux miroirs.

2° *Franges des lames minces* produites en superposant une lentille cylindrique à un plan de verre, *examinées à travers un prisme* de petit angle (¹). On a

$$\delta = \frac{(\xi - \xi_0)^2}{R} \pm \frac{\lambda}{2}, \qquad \xi_0 = (m - 1)au,$$

R étant le rayon de la lentille, u l'angle au sommet du prisme, a sa distance à la lame mince. On a donc

$$n = \alpha = 2.$$

Le nombre des franges discernables est doublé.

3° *Les arcs surnuméraires de l'arc-en-ciel, les franges des*

(¹) On peut considérer ces formules comme applicables au cas des anneaux ordinaires à la condition de considérer uniquement les régions du plan des franges voisines de l'axe Oξ (*voir* plus haut).

caustiques (¹) sont régis par la loi simple

$$\delta = A(\xi - \xi_0)^{\frac{3}{2}} \pm \frac{\lambda}{4}.$$

On a donc $n = \alpha = \frac{3}{2}$.

Le nombre des franges visibles est sensiblement accru.

4° J'ai montré (²) que *les franges de Herschel* obéissent très sensiblement à la loi

$$\delta = A(\xi - \xi_0)^{\frac{1}{2}}.$$

On a donc $n = \alpha = \frac{1}{2}$. Le nombre des franges visibles serait réduit de moitié.

DISCUSSION.

Cette dernière conséquence du calcul est, presque toujours, en contradiction avec l'expérience. Herschel, en particulier, a pu distinguer plus de cent franges dans les conditions les plus favorables. Ce fait ne saurait nous surprendre; il indique simplement que l'approximation qui a été faite peut devenir insuffisante. Dans la discussion suivante, je considérerai uniquement le cas où les franges et les courbes de chromatisme sont parallèles.

Nous avons admis que l'on pouvait écrire

$$\varphi = \varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_0 (x - x_0).$$

Si l'on imagine φ développé suivant les puissances croissantes de $(x - x_0)$, on aurait une plus grande approximation en conservant le troisième terme du développement et écrivant

$$\varphi = \varphi_0 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_0 (x - x_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\right)_0 (x - x_0)^2.$$

L'abscisse ξ de la frange achromatisée pour la radiation $\lambda = \frac{1}{x}$ est déterminée par la condition $\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0$, ou

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_0 + \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}\right)_0 (x - x_0) = 0.$$

(¹) *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*, 13 février 1893.

(²) *Voir* p. 163 de ce Volume.

Si le troisième terme du développement de φ est négligeable, cette équation se réduit à $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 = 0$. L'abscisse ξ d'une frange achromatique est indépendante de la longueur d'onde. Dans le cas contraire, la position de cette frange dépend de la radiation pour laquelle elle est achromatisée. Le coefficient $\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_0$ devenant de plus en plus grand, les conditions du phénomène se rapprochent de plus en plus de celles que M. Mascart a étudiées. Les colorations des franges sont de moins en moins comparables à celles des franges normales, et le nombre des franges visibles augmente.

Il importe de connaître, dans chaque cas particulier, dans quelles limites la théorie exposée dans ce travail peut être considérée comme applicable. Je remarquerai à cet effet que l'approximation qui a été faite est de même ordre pour la frange achromatique (j'entends par là celle qui est achromatisée par la radiation λ_0) et pour les franges voisines.

De là résulte une première conséquence. Dans les deux premiers exemples cités, et dans plusieurs autres cas analogues (compensateur de Babinet, anneaux de Newton vus sous l'incidence normale, lorsque la lame mince est formée d'un milieu réfringent, etc.), la frange achromatique est en même temps centrale, c'est-à-dire correspond à $\varphi = 0$. On a donc rigoureusement pour la frange achromatique, très approximativement pour les franges voisines, $\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_0 = 0$. La théorie exposée leur est donc toujours applicable. Il n'en est plus de même dans tous les autres cas. Nous aurons recours pour les étudier aux considérations suivantes.

En un point appartenant à une frange achromatique, on a $\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\right)_0 = 0$, et par suite la formule approchée se réduit à $\varphi = \varphi_0$. Si en particulier φ_0 est de la forme $2k\pi$, k étant un nombre entier, l'intensité $4A_\lambda^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}$ est maxima à la fois pour toutes les radiations du spectre. Si la formule approchée est insuffisante, cette intensité passe simplement par un maximum pour $\lambda = \lambda_0$, reste sensiblement constante pour les radiations voisines, mais peut passer par une série de minima et de maxima pour les radiations extrêmes du spectre. On voit que l'on pourra considérer la formule approchée comme suffisamment exacte lorsque, les conditions

étant telles que l'intensité, étant maxima pour la frange achromatique et pour la radiation $\lambda = \lambda_0$, ne devient nulle pour aucune des radiations du spectre ayant une intensité appréciable; en d'autres termes, lorsque l'erreur commise sur φ par l'emploi de la formule simple, à savoir $\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_0 (x - x_0)^2$, reste inférieure à π dans toute l'étendue utile du spectre. Il suffira à cet effet que le coefficient h défini par

$$\frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}\right)_0 (x - x_0)^2 = h\pi$$

soit au plus égal à l'unité, lorsqu'on y remplace x par l'une ou l'autre des valeurs qui correspondent aux radiations extrêmes du spectre.

La valeur de h se calcule plus aisément par la formule suivante qui se déduit facilement de la précédente

$$h = \frac{\lambda_0(\lambda - \lambda_0)^2}{\lambda^2}\left(\frac{\partial^2\delta}{\partial\lambda^2}\right)_0.$$

Dans l'une et l'autre de ces formules, on doit, dans les dérivées qui y figurent, remplacer λ par λ_0 et ξ par l'abscisse de la frange achromatique considérée.

Pour appliquer cette formule aux quatre derniers exemples cités plus haut $[\delta = A(\xi - \xi_0)^\alpha + h\lambda]$, nous admettrons que l'on peut mettre ξ_0 sous la forme

$$\xi_0 = a + \frac{b}{\lambda^2} \quad (^1).$$

On trouve alors

$$h = -\frac{1 + 2\alpha}{\alpha}\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda}\right)^2 p$$

p étant le numéro d'ordre de la frange achromatique, compté à partir de la frange de différence de phase nulle.

(1) En effet, ξ_0 est une fonction de l'indice m, et, par suite, en posant

$$m = a_0 + \frac{b_0}{\lambda^2},$$

de $\frac{b_0}{\lambda^2}$. Si l'on imagine cette fonction développée suivant les puissances croissantes de cette variable, on devra se borner aux termes de même ordre que dans le développement de l'indice; ξ_0 prend alors la forme indiquée.

Nous admettrons, pour effectuer les calculs numériques, que les seules radiations ayant une influence appréciable sont celles dont l'intensité, dans le spectre normal solaire, est supérieure au $\frac{1}{10}$ de l'intensité maxima [1], ce qui correspond sensiblement aux longueurs d'onde $0^{\mu},646$ et $0^{\mu},486$, et à peu près aux radiations C et F. On trouve alors $\left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda}\right)^2 = \frac{1}{50}$ environ. Les valeurs limites de p, correspondant à $h = 1$, sont alors les suivantes :

α.	p.
$\frac{1}{2}$..............	12,5
1..............	16,7
$\frac{3}{2}$..............	18,8
2..............	20,0

Ces résultats donnent lieu à quelques remarques.

Dans le cas de $\alpha = 1$ (déplacement des franges par une lame à faces parallèles), le phénomène que l'on observe est le déplacement total de la frange achromatique, dû à l'introduction de la lame, à partir de la frange centrale initiale; soit P le nombre de franges qui y correspond. Comme les franges sont équidistantes, on a

$$\frac{p}{P - p} = \frac{\xi_1 - \xi_0}{\xi_0}$$

avec $\xi_0 = \frac{a}{c}(m - 1)e$. On en déduit, en appliquant les formules générales,

$$\frac{p}{P - p} = -\frac{\lambda_0 \left(\frac{\partial \xi_0}{\partial \lambda}\right)_0}{\xi_0} = -\frac{\lambda_0}{m_0 - 1}\left(\frac{dm}{d\lambda}\right)_0 = K;$$

K ayant pour valeur, dans le cas du crown, 0,063, on trouve, comme limite de P,

$$P = p\,\frac{1 + K}{K} = 282.$$

Dans la pratique, la théorie exposée sera toujours applicable.

Dans le cas des franges de Herschel ($\alpha = \frac{1}{2}$), p est le numéro d'ordre de la frange achromatique, compté à partir de la limite de

(1) Macé de Lépinay et Nicati, *Annales de Chimie et de Physique*, 5e série, t. XXX; 1893.

réflexion totale. Il est à remarquer tout d'abord que la valeur limite correspondante de p est la plus faible de celles qui sont inscrites dans le tableau. Une autre circonstance défavorable résulte de ce fait que, les franges étant d'autant plus resserrées qu'elles sont plus voisines de la limite du champ, le numéro d'ordre de la frange achromatique sera en général assez élevé. La théorie proposée leur sera donc rarement applicable. Toutefois, si l'on réalise une lame extrêmement mince (limitée par deux fragments d'une feuille d'or battu), les teintes des franges se rapprochent nettement de celles des franges normales, en même temps que leur nombre décroît notablement.

Dans les deux autres cas étudiés, les conditions sont beaucoup plus favorables : d'une part, la valeur limite de p est plus grande; de l'autre, à l'inverse des franges de Herschel, les franges sont d'autant plus larges qu'elles sont plus voisines de la limite du champ, ou, pour les anneaux de Newton, de la frange centrale apparente. Par suite, une distance notable de la frange achromatique, à cette limite, pourra correspondre à une petite valeur de p.

En résumé, la théorie qui fait l'objet de ce travail conduit, dans un grand nombre de cas, à des résultats très approchés au point de vue des teintes des franges et de leur aspect. Au point de vue du nombre de franges visibles, lorsque ces dernières sont parallèles aux courbes de chromatisme, la formule générale établie est le plus souvent très suffisante, et, dans tous les cas, indique un minimum, les phénomènes étudiés par M. Mascart tendant toujours à accroître ce nombre.

SUR LES TENSIONS DE VAPEUR DES DISSOLUTIONS;

PAR M. L. MARCHIS [1].

(SUITE.)

III. Résultats expérimentaux.

1° Influence de la température sur la tension de vapeur des dissolutions.

---

[1] *Voir* p. 193 de ce volume.

Loi de von Babo (1). — A toute température, il y a un rapport constant entre la tension de vapeur d'une dissolution d'un corps fixe dans un liquide volatil et la tension de vapeur du liquide lui-même.

Si l'on désigne par P la tension de vapeur du liquide à la température T, par p la tension de vapeur de la dissolution à la même température, on a

$$\frac{P}{p} = \varphi(S),$$

en désignant par S la concentration de la dissolution.

Cette loi est celle qui a été énoncée en 1857 par von Babo. Elle a été vérifiée par un très grand nombre d'expérimentateurs. Emden (2), en particulier, a fait une étude très complète des tensions de vapeur d'un grand nombre de dissolutions salines entre 20° et 95° : il a trouvé que dans cet intervalle de température les tensions de vapeur de ces dissolutions peuvent être représentées par la formule

$$p = a' \, 10^{\frac{7,47737 \times t}{236,67 + t}},$$

où a' dépend de la concentration de la dissolution et de la nature du sel dissous.

Mais, d'autre part, dans le même intervalle de température les tensions de la vapeur d'eau peuvent être représentées par la formule de Magnus

$$P = 4,525 \, 10^{\frac{7,47737 \times t}{236,67 + t}}.$$

Donc, entre 20° et 95° et pour les sels étudiés, le rapport $\frac{P}{p}$ est indépendant de la température et la loi de von Babo est exacte.

M. Dieterici (3), en déterminant par la méthode calorimétrique à 0° les valeurs de $\frac{P}{p}$ pour un certain nombre de dissolutions de sels dans l'eau et en les comparant aux valeurs du même rapport

(1) Von Babo, *Berichte über die Verhandlungen der Gesellschaft für Beförderung der Wissenschaften zu Friburg in Brisgau*, p. 282, janvier 1857.

(2) Emden, *Wied. Ann.*, t. XXXI; 1887.

(3) Dieterici, *Calorimetrische Untersuchungen* (*Wied. Ann.*, t. XLII, p. 513; 1891).

déterminé à la température de 100° par M. Tammann (¹), a trouvé que ces valeurs étaient peu différentes.

Il (²) est parvenu au même résultat par l'emploi de la méthode manométrique que nous avons développée plus haut.

Enfin, M. Raoult (³), en étudiant les tensions de vapeur saturée de dissolutions faites dans les liquides autres que l'eau, l'éther, la benzine, l'essence de térébenthine, a trouvé cette loi rigoureusement exacte.

Considérons maintenant une dissolution qui suit la loi de von Babo : elle jouit de propriétés thermodynamiques particulières sur lesquelles Kirchhoff a le premier attiré l'attention.

Si l'on désigne par $\lambda\, dm$ la quantité de chaleur dégagée lorsqu'on ajoute une masse d'eau dm à une certaine dissolution portée à la température T, par p la tension de la vapeur d'eau émise par cette dissolution à la température T, par P la tension de la vapeur d'eau pure à la même température, par A l'équivalent calorifique du travail, par R une constante qui a la même valeur pour tous les gaz parfaits, par ϖ le poids moléculaire de l'eau, on a pour la chaleur de dilution λ

$$\lambda = \frac{AR}{\varpi} T^2 \frac{\partial}{\partial T} L \frac{p}{P}.$$

Cette formule démontrée en 1858 par Kirchhoff (⁴) est soumise aux restrictions suivantes :

1° On peut négliger le volume spécifique de la dissolution.

2° On peut appliquer à la vapeur du dissolvant les lois de Mariotte et de Gay-Lussac.

Appliquons cette formule à une dissolution qui suit la loi de von Babo, on a

$$\frac{\partial}{\partial T} L \frac{p}{P} = 0,$$

(¹) TAMMANN, *Ueber die Dampftensionen von Salzlösungen* (*Wied. Ann.*, t. XXIV, p. 523; 1885).

(²) DIETERICI, *Wiedemann Annalen*, t. IV; 1893.

(³) RAOULT, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII.

(⁴) G. KIRCHHOFF, *Ueber einen Satz der mechanischen Wärmetheorie und einige Anwendungen desselben* (*Poggendorff's Ann.*, t. CIII, p. 177; 1858. — *Kirchhoff's Abhandlungen*, p. 479).

et, par suite,

$$\lambda = 0.$$

La chaleur de dilution de la dissolution est identiquement nulle.

Ainsi, moyennant les restrictions indiquées plus haut, la loi de von Babo est équivalente à cette autre : la chaleur de dilution de la dissolution est négligeable.

Dans un Mémoire paru récemment, M. Duhem (1) a montré que cette dernière loi était aussi équivalente à la suivante :

La pression osmotique d'une dissolution de concentration donnée est proportionnelle à la température absolue.

Cette loi, admise par M. Van t'Hoff pour les dissolutions infiniment diluées, est donc applicable aux dissolutions d'une concentration quelconque qui suivent la loi de von Babo.

2° *Influence du degré de concentration.* — Wüllner avait énoncé la loi suivante : La diminution de tension de vapeur produite par un sel dissous est proportionnelle à la masse du sel dissous.

D'après cette loi, on devrait avoir

$$\frac{P - p}{P m} = \text{const.},$$

en désignant par m, la masse de substance dissoute dans 100^{gr} de dissolvant, par exemple.

Cette loi est approchée, tant qu'il s'agit de dissolutions étendues; mais, dès que les dissolutions ont atteint un certain degré de concentration, les écarts par rapport à la loi deviennent considérables et se produisent, pour les divers corps, tantôt dans un sens, tantôt dans un autre. M. Raoult a été conduit à remplacer cette loi par la suivante :

La diminution relative de tension de vapeur

$$\frac{P - p}{P},$$

est, entre des limites de concentration fort étendues, sensiblement

---

(1) Duhem, *Travaux et Mémoires des Facultés de Lille.* — Dissolutions et mélanges; 2e Mémoire, p. 33; 1893.

proportionnelle au nombre des molécules de substance fixe contenues dans 100 molécules de dissolution.

Désignons par n le nombre des molécules de la substance dissoute dans 100^{gr} de dissolvant;

Par n', le nombre des molécules du dissolvant volatil;

Le nombre des molécules fixes contenues dans 100 molécules de mélange est

$$\frac{n+n'}{n} \times 100,$$

et la loi précédente s'exprime par la formule

$$\frac{P-p}{P} \times \frac{n+n'}{n} = K,$$

K étant une constante qui ne dépend que de la nature du corps dissous et de celle du dissolvant.

La discussion de cette formule a été faite par M. Raoult lui-même dans le *Journal de Physique* (¹). Nous nous contenterons d'indiquer une particularité intéressante découverte par MM. Raoult et Recoura (²).

La constante K de la formule précédente est très voisine de l'unité et elle a, pour les dissolutions excessivement étendues, la valeur remarquable suivante.

Désignons par d' la densité de vapeur saturée du dissolvant à une certaine température T, par d sa densité de vapeur normale, calculée au moyen de son poids moléculaire admis en Chimie, on a la température T :

$$K = \frac{d'}{d}.$$

On peut, de la manière suivante, soumettre ce résultat à un contrôle expérimental.

Considérons une dissolution dont la dilution augmente indéfiniment et supposons que cette dissolution ne change pas de nature.

(¹) RAOULT, *Tensions de vapeurs des dissolutions* (*Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. VIII).

(²) RAOULT et RECOURA, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CX, p. 402, 24 février 1890.

Posons

$$\frac{P-p}{P} \times \frac{n+n'}{n} = y$$

et

$$\frac{n}{n+n'} = x,$$

et observons les tensions de vapeur de solutions assez concentrées pour pouvoir être soumises à l'expérience, ces solutions étant de plus en plus diluées. Nous pouvons construire une courbe donnant les valeurs de y en fonction de x : cette courbe sera très sensiblement une droite. S'il en est ainsi et si l'on admet la continuité, quelle que soit la dilution, on obtiendra la valeur limite de y en prolongeant la droite jusqu'à l'axe des y et mesurant son ordonnée à l'origine. Cette dernière sera une des valeurs de $\frac{d'}{d}$. D'autre part, les expériences de MM. Ramsay et Young, de M. Battelli (1), fournissent des valeurs de $\frac{d'}{d}$ fixées directement par l'expérience. L'accord entre ces résultats et ceux de M. Raoult est remarquable, comme le montre le Tableau suivant (2) :

Liquide.	Température.	$\frac{d'}{d}$ (Raoult).	$\frac{d'}{d}$ (détermination directe).		Différences.
Eau	100°	1,02	1,03	Fairbairn, Perot	0,01
Alcool	78	1,01	1,02	Ramsay, Young	0,01
Éther	20	1,04	1,04	Ramsay, Young	0,00
Éther	20	1,04	1,03	Battelli	—0,01
Sulfure de carbone	24	0,99	1,01	Battelli	0,02
Benzine	80	1,01	1,02	Ramsay, Young	0,01
Acide acétique	118	1,63	1,62	Cahours	—0,01
»	118	1,63	1,66	Ramsay, Young	0,03

Il résulte immédiatement de ce Tableau que, pour les appli-

(1) BATTELLI, *Annales de Chimie et de Physique*, t. XXIV et XXV; 1892-1893.

(2) RAOULT, *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXVII, 11 décembre 1893.

cations, on pourra employer la relation approchée

$$\frac{P-p}{P}\,\frac{n+n'}{n}=1.$$

Cette équation se transforme en la suivante

$$(I)\qquad M=\frac{M'}{100}\,\frac{pm}{P-p},$$

dans laquelle

M, poids moléculaire } de la substance dissoute,
m, masse }

M', poids moléculaire } du dissolvant volatil.
100, masse }

La formule (I) permet de déterminer immédiatement le poids moléculaire d'un composé.

Mais cette formule n'est vraie que pour les dissolutions très étendues renfermant au plus 5 molécules de substance fixe pour 100 molécules de dissolvant volatil. Or, dans ce cas, il est difficile d'arriver à une grande exactitude pour la valeur de $\frac{P-p}{p}$. Il est donc préférable d'opérer de la manière suivante.

Posons

$$m=x,\qquad y=\frac{M'}{100}\,\frac{pm}{P-p},$$

et construisons un certain nombre de valeurs de y correspondant à des valeurs de x. Si, comme cela arrive le plus souvent, la courbe ainsi construite est au moins dans la première partie une ligne droite, on prolonge jusqu'à l'axe des ordonnées et l'ordonnée à l'origine de y est la valeur qu'il convient d'introduire dans la formule précédente. Cette ordonnée à l'origine donne donc le poids moléculaire M.

On peut encore déterminer l'ordonnée, à l'origine, par la formule

$$y=\frac{x''y'-x'y''}{x''-x'},$$

dans laquelle

$$x',\ y',$$
$$x'',\ y''$$

sont les valeurs particulières de x et de y pour deux dissolutions

renfermant pour 100^{gr} de dissolvant volatil des masses m et m' de la même substance fixe.

La seule méthode pratique pour déterminer $P - p$ est la méthode d'ébullition sous la pression de l'atmosphère. L'appareil à employer est l'appareil de Beckmann.

SUR L'ÉLECTROMÈTRE CAPILLAIRE;

PAR M. GOUY.

J'ai eu l'occasion d'apporter à cet utile instrument quelques modifications destinées à en rendre l'usage plus facile et plus précis.

1. La plus importante consiste à produire et à mesurer les variations de pression nécessaires pour équilibrer les forces capillaires, au moyen du tube même de l'appareil, en faisant varier la hauteur du mercure contenu dans ce tube. L'électromètre est construit au moyen d'un gros tube gradué en millimètres, qui porte vers le tiers inférieur une tubulure reliée, par un tube de caoutchouc, à un réservoir mobile contenant du mercure. L'équilibre hydrostatique s'établissant aisément entre ce réservoir et le tube vertical gradué, on fait varier le niveau de mercure dans ce tube en montant ou descendant le réservoir (¹).

Pour que les expériences soient comparables, il faut que le ménisque inférieur arrive toujours au même point du tube capillaire. Pour cela, on règle le microscope de telle sorte que l'image de la pointe se trouve sur une division exacte du micromètre oculaire, et l'on amène ensuite l'image du ménisque à une autre division déterminée. Le ménisque est alors à une distance fixe ε

(¹) Cet appareil, dont je fais usage depuis 1891, a déjà été décrit en ces termes : « L'appareil est un électromètre capillaire, construit avec un gros tube gradué en millimètres. Une tubulure latérale et un réservoir mobile permettent de faire varier le niveau du mercure, en sorte qu'une seule lecture donne la hauteur de la colonne équilibrée par les forces capillaires. » (*Comptes rendus*, janvier 1892.) Tout récemment, MM. Limb et Chabaud ont présenté à la Société de Physique un électromètre disposé de même.

de la pointe, distance qui ne dépasse pas $0^{mm},1$. En désignant par δ la distance de la pointe au zéro de la graduation du tube, par n le nombre lu sur cette graduation, et par p la pression exercée par l'eau acidulée, en raison de sa différence de niveau avec la pointe, la hauteur de la colonne de mercure équilibrée par les forces capillaires est $\delta + n - \varepsilon - p$.

Ce dispositif présente l'avantage de donner la hauteur cherchée par une seule lecture; il facilite aussi les diverses manœuvres qui sont parfois nécessaires, et permet, en ne laissant pas en place le ménisque capillaire dans l'intervalle des expériences, d'éviter les altérations qui s'y produisent à la longue.

2. L'instabilité du zéro, qui est souvent gênante avec l'électromètre capillaire ordinaire, provient de ce que la différence de potentiel entre le large mercure et l'eau acidulée n'est pas bien constante, surtout si l'appareil a été monté depuis peu de jours; plus tard même elle peut varier si l'on fait écouler du mercure, ou en raison d'autres circonstances mal définies. D'autre part, on voit aisément que la courbe de graduation de l'instrument n'est valable que si cette différence de potentiel reste constante.

On peut éviter ces inconvénients en jetant quelques grains de sulfate mercureux sur le large mercure, qui arrive en quelques minutes à son état définitif, et ne peut plus être polarisé accidentellement. L'appareil étant ainsi disposé et la courbe de graduation déterminée, on peut mesurer directement les forces électromotrices avec une assez grande exactitude.

3. Toutefois, pour faire de l'appareil un véritable étalon de force électromotrice et en tirer tout le parti possible à ce point de vue, il convient de se rendre indépendant de la différence de potentiel entre le large mercure et l'électrolyte, sans cela on rencontre les mêmes difficultés qu'avec les éléments étalons.

Pour cela, on fait varier la polarisation et l'on détermine la hauteur maximum H qui peut prendre le mercure. On cherche ensuite et successivement quelles forces électromotrices V_1 et V_2 il faut introduire entre le large mercure et le ménisque pour que la hauteur soit une fraction déterminée K de H; ce sera, par exemple, $\frac{3H}{4}$. La dépression capillaire sera ainsi égale à la frac-

tion K de sa valeur maximum. La différence $V_1 - V_2$ dépendra de K, mais non de l'état du large mercure ni des dimensions de l'appareil, du moins si les idées reçues sur cette question sont exactes. Il convient du reste de définir la richesse de l'eau acidulée employée, les différences de ce chef n'étant pas négligeables, bien que moins importantes qu'avec d'autres électrolytes (¹).

Les expériences que j'ai tentées dans cette voie étant peu avancées, je dois me borner à en indiquer le principe.

CINÉGRAPHE ;

PAR MM. CLÉMENTISCH DE ENGELMEYER.

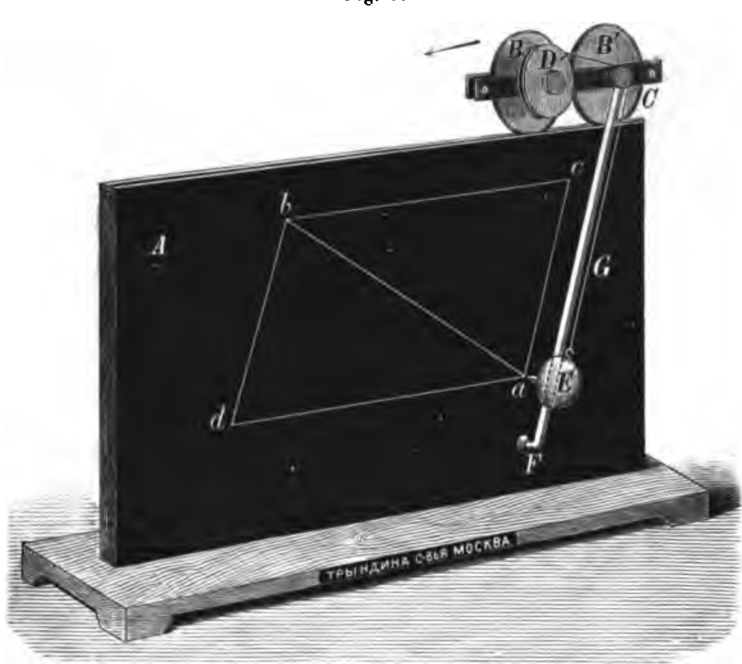
Un tableau vertical ardoisé A porte un rail sur lequel roule un équipage C monté sur deux roues B et B′. La roue B′ est folle, tandis que la roue B est fixée à son axe. Cet axe porte sur l'une de ses extrémités une poulie D tournant lorsque l'on déplace l'équipage le long du rail. Sur la poulie D s'enroule un fil G, passant au-dessus de l'arc B′ et supportant une boule massive E. Cette boule glisse le long de la tige F qui peut être fixée sous divers angles. La boule représente le corps affecté simultanément de deux mouvements qu'il s'agit de composer. Un morceau de craie cylindrique porté par la boule trace sur le tableau son mouvement résultant. Supposons l'équipage mis en mouvement dans la direction de la flèche. La poulie D tournant, la boule E monte le long de la tige F. C'est le mouvement relatif. L'autre mouvement composant est celui de la translation de la tige elle-même. C'est le mouvement de l'entraînement. Le mouvement absolu est représenté par la droite *ab* que la boule trace sur le tableau.

En communiquant à la boule les mêmes mouvements l'un après

(¹) Plus généralement, on peut donner à la hauteur deux valeurs K_1H et K_2H : la différence des deux polarisations est ainsi définie, K_1 et K_2 étant donnés. Le principe de la méthode consiste, comme on le voit, à définir une différence de potentiel sans avoir à considérer le large mercure, qui doit seulement rester invariable pendant les deux expériences.

l'autre, on trace les deux côtés du parallélogramme, *ac* et *cb* ou

Fig. 1.



ad et *db*, selon l'ordre dans lequel on prend ces deux mouvements. Or on voit que :

1° Le phénomène est purement cinétique ;

2° Le parallélogramme est tracé automatiquement, et l'on voit que la résultante en forme la diagonale, tandis que les composantes en forment les côtés ;

3° La grandeur des composantes et l'angle qu'elles font entre elles peuvent être pris au gré de l'expérimentateur, et toutes ces relations sont évidentes et directement mesurables ;

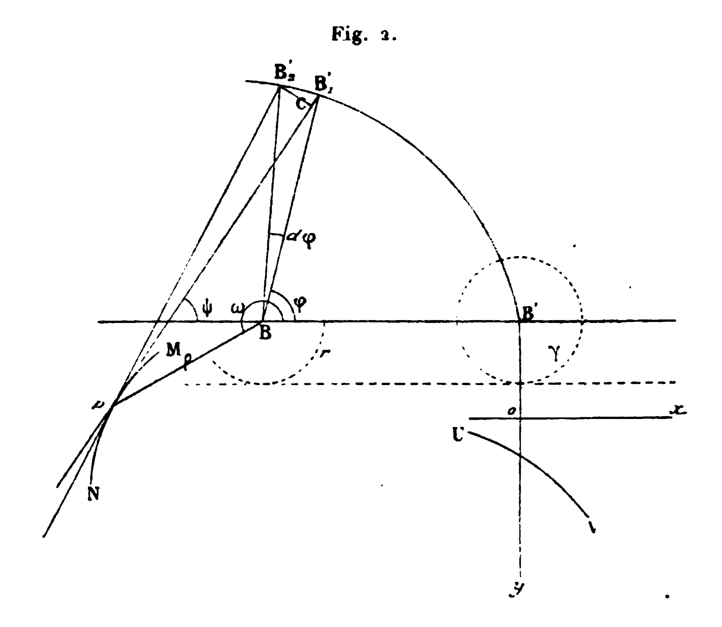
4° Les deux vitesses composantes peuvent être transmises non seulement simultanément, mais aussi alternativement, et l'élève voit que le résultat est le même ;

5° Enfin on trace sur le tableau un parallélogramme net et exact dont on peut se servir comme d'un dessin, en ôtant simplement le mobile du tableau.

Remarque. — Pour parler de vitesses dans le sens strict du mot on n'a qu'à mouvoir l'équipage de façon que celui-ci parcoure le chemin *cb* pendant une seconde.

Théorie du cinégraphe. — M. Boleslas Mlodzieiowski, adjoint à l'Université de Moscou, a donné la théorie suivante. Il s'agit de trouver le profil de la poulie MN à fixer sur l'axe de la roue B pour que le cinégraphe trace la courbe donnée UV ..., $y = F(x)$.

Fig. 2.



Supposons la roue B avec la poulie MN immobiles dans l'espace, l'origine des coordonnées polaires en B. Alors

$$(1) \qquad x = r\varphi.$$

L'équation de pB'_1 (position du fil) est

$$(2) \qquad \rho \sin(\omega - \psi) = l \sin(\varphi - \psi).$$

Dans le triangle élémentaire $CB'_1 B'_2$

$$(3) \qquad \frac{CB'_1}{B'_1 B'_2} = \sin(\varphi - \psi) = \frac{r\,dy}{l\,dx}.$$

En tenant compte de (1), nous pouvons supposer

$$\frac{dy}{dx} = f(\varphi), \tag{4}$$

Introduisons (3) et (4) dans (2)

$$\rho \sin(\omega - \psi) = r f(\varphi). \tag{5}$$

MN, comme enveloppe de pB'_1, pB'_2, ..., se trouve à l'aide de (5) et (6)

$$\varphi \cos(\omega - \psi) = r \frac{f'(\varphi)\cos(\varphi - \psi)}{f'(\varphi) - \cos(\varphi - \psi)}. \tag{6}$$

D'où il résulte

$$\operatorname{tang}(\omega - \psi) = \operatorname{tang}(\varphi - \psi) - \frac{f(\varphi)}{f'(\varphi)}. \tag{7}$$

Ainsi, dans le cas d'une droite

$$y = Cx,$$

nous aurons

$$f(\varphi) = a \quad \text{et} \quad f'(\varphi) = 0,$$

d'où il suit

$$\rho = ar.$$

Dans le cas d'une parabole

$$y = Cx^2,$$

nous aurons

$$f(\varphi) = a\varphi, \tag{8}$$

et ainsi de suite.

Pour la construction du profil MN il est cependant préférable de ne pas employer l'équation polaire, mais de suivre un procédé plus simple, à savoir :

Les équations (5) et (8) donnent

$$\sin(\omega - \psi) = D\varphi,$$

c'est-à-dire que le sinus de l'angle BB'_1p est proportionnel à l'angle φ, qu'on prend comme variable indépendante.

WIEDEMANN'S ANNALEN DER PHYSIK UND CHEMIE.

T. XLV et XLVI; 1892.

Électricité (suite).

E. COHN. — Sur la propagation des vibrations électriques dans l'eau, t. XLV, p. 370.

L'auteur détermine l'indice de réfraction de l'eau par rapport à l'air pour des vibrations électriques dont la durée est de $\frac{1}{1000000000}$ de seconde, en mesurant le rapport des longueurs d'onde le long de deux fils parallèles plongés dans l'eau sur une partie de leur longueur.

Il se sert de la méthode et de l'appareil de M. Lecher; pour chercher les nœuds de vibration, il remplace le tube à vide par la méthode bolométrique de M. Rubens.

Il produit un nœud fixe a, à la surface de séparation de l'eau et de l'air, détermine de part et d'autre le premier nœud voisin dans l'air b et les deux premiers nœuds dans l'eau c_1, c_2.

La distance $c_1 c_2$ de deux nœuds successifs dans l'eau donne la longueur d'onde dans l'eau exempte des corrections aux extrémités.

La différence $\delta = c_1 c_2 - ac_1$ donne la correction aux extrémités pour l'eau. L'auteur admet que cette correction change fort peu pour l'air, d'après un travail antérieur; la longueur d'onde dans l'air devient alors $l = ab + \delta$.

Résultats. — I. L'indice de l'eau par rapport à l'air pour des vibrations de $\frac{1}{1000000000}$ de seconde est de 8,6 à 17°C.

D'après la loi de Maxwell, la constante diélectrique serait 73,5; l'observation donne 76.

II. La constante diélectrique des dissolutions salines croît très lentement avec la concentration. Quand on passe de l'eau distillée dont la conductibilité rapportée au mercure est $\lambda = 7{,}4 \times 10^{-10}$, à une solution de sel marin de conductibilité $\lambda = 455 \times 10^{-10}$, la constante diélectrique croît de 7 pour 100.

On peut donc confondre la constante diélectrique de l'eau pure avec celle de l'eau distillée.

III. L'indice de réfraction varie rapidement avec la température; seule, la formule de Lorenz $\frac{n^2-1}{n^2-2}\frac{1}{d}=$ const. permet de représenter ses variations.

ARONS et RUBENS. — Remarque au Mémoire de M. Waitz *Sur la mesure de la vitesse de propagation d'ondes électriques dans différents diélectriques*, t. XLV, p. 381.

Les résultats de M. Waitz sont en désaccord avec ceux que MM. Arons et Rubens avaient trouvé par une autre méthode. Il pense que ces derniers auraient obtenu des résultats différents si, pour changer les diélectriques, ils avaient choisi une autre position que le voisinage d'un nœud.

MM. Arons et Rubens répondent qu'ils s'étaient assurés au préalable que le point neutre (*indifferenz punkt*) ne variait pas quand on changeait la position du vase contenant les diélectriques: ils ont choisi le voisinage d'un nœud pour la précision des mesures, parce que les minima y étaient le plus accentués.

L. ARONS. — Une expérience de cours sur les oscillations électriques, t. XLV, p. 553.

M. Lecher a donné une méthode permettant de déceler les ventres des vibrations électriques qui parcourent deux fils en employant des tubes de Geissler. Cette idée a conduit l'auteur à une expérience très brillante, rappelant les expériences de Kundt en Acoustique, en rendant visibles les nœuds et les ventres des vibrations électriques avec la même netteté que les nœuds et les ventres des vibrations d'un tuyau sonore. Il emploie la méthode et l'appareil de M. Lecher et se sert d'un excitateur à longueur d'onde variable, comme M. Rubens.

Les vibrations se propagent le long de deux fils rectilignes en aluminium de 2^{mm} de diamètre, longs de 6^{m} environ et distants de 3^{cm}.

A $3^{m},50$ environ de leur extrémité la plus voisine de l'excitateur, les fils passent à l'intérieur d'un tube de verre de $2^{m},50$ de

long et 6^{cm} de diamètre, qu'ils parcourent dans toute sa longueur. On fait le vide dans le tube à 10^{mm} ou 20^{mm} de mercure; on produit, au moyen d'un pont, un nœud fixe à l'extrémité *b* du tube la plus éloignée de l'excitateur, on déplace un pont mobile B entre le tube et l'excitateur.

On met le vibrateur en activité; si on enlève le pont mobile B, le tube s'illumine sur toute sa longueur; si on remet B, en général, l'illumination disparaît; en déplaçant B, le tube s'illumine pour certaines positions particulières du pont. M. Arons a pu obtenir 1, 2, 3, 4 et 5 nœuds et ventres de vibration à l'intérieur du tube.

Le tube reste obscur aux nœuds et s'illumine aux ventres d'une lumière d'un blanc bleuâtre dont l'intensité décroît graduellement jusqu'aux nœuds.

M. Arons a mesuré les longueurs d'onde par les distances des nœuds et des ventres; les nombres trouvés concordent avec les valeurs calculées, autant qu'on pouvait l'espérer.

Il a constaté, en outre, que la longueur de fil équivalente aux surfaces métalliques placées en regard des plaques de l'excitateur n'est pas indépendante de la longueur d'onde des vibrations.

TŒPLER. — Production et observation d'oscillations électriques très rapides. t. XLVI, p. 306-315, 464-484, 642-666.

1° *Production d'oscillations hertziennes.* — M. Tœpler a répété les expériences de Hertz en remplaçant la bobine de Ruhmkorff par sa machine à influence à vingt plateaux. Il met en communication les deux branches de l'excitateur avec les pôles de la machine par l'intermédiaire de tubes en verre, remplis d'un liquide faiblement conducteur, pour éviter l'action perturbatrice des conducteurs de la machine. L'excitateur et le résonateur sont rectilignes et formés de tubes cylindriques de 4^{cm} à 15^{cm} de diamètre. L'action est très énergique. Avec un excitateur dont les tiges ont chacune 14^{cm} de long, il obtient directement, sans l'intermédiaire du miroir parabolique, des étincelles secondaires à 8^{m} de distance. Hertz, en opérant avec la bobine de Ruhmkorff et un excitateur de même longueur, n'obtenait directement d'étincelles secondaires qu'à une distance de $1^{m},50$ à 2^{m}.

En reliant les pôles de la machine à l'excitateur par des tubes capillaires remplis d'une solution de sulfate de cuivre, on obtient des étincelles directement à une distance de 35^{m}.

L'auteur indique un second moyen de produire rapidement des étincelles à l'excitateur, avec une machine à influence ordinaire, une machine de Holtz par exemple.

Les pôles de la machine sont reliés métalliquement et respectivement aux armatures internes de deux condensateurs, chaque armature externe étant en communication métallique avec une des branches de l'excitateur; les armatures internes du double condensateur portent deux petites sphères séparées par la distance explosive F'.

Il est facile de comprendre le fonctionnement de l'appareil qui rappelle la mesure de la charge d'une batterie par la *bouteille de Lane*.

2° *Propriétés de l'étincelle de l'excitateur.* — Diverses influences ont été étudiées; voici quelques résultats :

Un courant d'air ou d'acide carbonique diminue l'activité des étincelles. Le caractère oscillatoire de la décharge de l'excitateur disparaît complètement quand les surfaces entre lesquelles jaillissent les étincelles sont recouvertes d'une couche d'eau même très mince; l'auteur en conclut que la foudre n'est pas une décharge oscillante.

Lorsque le caractère oscillatoire de la décharge disparaît, l'éclat et le bruit augmentent; par conséquent, le bruit et l'éclat de l'étincelle ne sont pas des signes certains d'oscillation.

3° *Expériences de résonance.* — M. Tœpler emploie la méthode et l'appareil de M. Lecher; il développe l'idée de ce dernier qu'un segment de fil compris entre deux nœuds, est en résonance avec le reste de l'appareil.

Il coupe un seul des fils à deux nœuds; les phénomènes restent les mêmes avant et après le sectionnement; quand on éloigne fortement le segment, on observe seulement une diminution d'intensité sans autre changement dans l'allure du phénomène.

On peut couper le fil à un nœud et un ventre pourvu qu'on

mette ce dernier point en contact avec une surface métallique suffisamment grande.

4° *Détermination et application du résonateur rectiligne.* — L'auteur détermine avec soin les dimensions du résonateur rectiligne qui donne les plus longues étincelles avec un excitateur déterminé. Avec un excitateur et un résonateur bien concordants, il mesure la longueur d'onde dans les fils et la longueur d'onde dans l'air par la méthode des ondes stationnaires.

Il donne les conclusions suivantes : on observe les plus longues étincelles au résonateur rectiligne placé parallèlement à l'excitateur, quand les deux conducteurs qui forment le résonateur sont en résonance l'un avec l'autre, et avec les oscillations propres de l'excitateur.

Un excitateur et un résonateur rectilignes à tiges cylindriques sont approximativement d'accord quand les longueurs totales sont dans le rapport $\frac{1}{2}$.

On peut mesurer avec une précision suffisante les longueurs d'onde des vibrations propres du résonateur. Une observation de ce genre a confirmé l'égalité de la vitesse de propagation des ondes électriques dans l'espace et le long des fils.

H.-O.-G. ELLINGER. — **Indice de réfraction des rayons électriques dans l'eau,** t. XLVI, p. 513.

On a mesuré cet indice par la méthode du prisme.

Les rayons électriques rendus parallèles par un miroir parabolique, tombent sur un prisme en bois rempli d'eau dont l'angle est de 3° 45′; les rayons réfractés sont concentrés par un second miroir; on perçoit une série d'étincelles brillantes quand les axes des miroirs font un angle de 30°; une faible rotation de l'un des miroirs par rapport à l'autre, fait disparaître les étincelles.

L'indice, déduit des observations, est voisin de 8,6, nombre que M. Cohn avait trouvé par une autre méthode et qui vérifie la loi de Maxwell. R. SWYNGEDAUW.

———

PHILOSOPHICAL MAGAZINE.

t. XXXV et XXXVI; 1893.

Électricité.

JAMES WIMSHURST. — Une nouvelle forme de machine à influence, t. XXXVI, p. 264-257.

W.-R. PIDGEON. — Une machine à influence, p. 267-271.

La nouvelle machine de Wimshurst est composée de deux plateaux de verre tournant dans le même sens et sur lesquels sont collés huit secteurs métalliques. Entre les deux se trouvent quatre plaques verticales en verre, deux à droite, deux à gauche de l'axe de rotation, sur chacune desquelles est collé un inducteur. La partie inférieure d'un inducteur est reliée métalliquement à la partie supérieure de l'inducteur situé de l'autre côté de l'axe; les autres extrémités de ces inducteurs sont reliées à des balais frottant sur les secteurs et aux deux pôles de la machine. Il n'y a renversement des pôles que pendant le fonctionnement de la machine.

La machine de M. Pidgeon présente le même avantage. Elle comprend deux plateaux d'ébonite, tournant en sens inverses et munis de secteurs métalliques inclinés sur la direction des rayons de manière que deux secteurs appartenant à chacun des plateaux se trouvent croisés et aient toujours des parties en regard. Pour accroître la capacité des secteurs, deux inducteurs fixes, portés par un plateau d'ébonite et chargés par la machine elle-même, sont placés entre les disques mobiles.

Ces deux machines s'amorcent d'elles-mêmes.

LORD KELVIN. — Sur la propriété piézoélectrique du quartz, t. XXXVI, p. 331-342 et p. 353-359.

L'auteur admet que la molécule cristalline du quartz est formée de 3 molécules de SiO^2 groupées de telle sorte que les 3 atomes de silicium et les 3 atomes doubles d'oxygène soient situés aux sommets d'un hexagone régulier normal à l'axe principal de cristallographie, 1 atome double d'oxygène se trouvant

entre 2 atomes de silicium; il suppose en outre que les atomes d'oxygène sont chargés négativement, ceux de silicium positivement, et que, dans toute section normale à l'axe principal, les hexagones sont symétriquement disposés.

Quand on exerce des pressions positives ou négatives perpendiculairement à l'un des côtés d'un hexagone, les distances des atomes situés sur les lignes parallèles à ces côtés ne changent pas, tandis que les positions relatives des atomes rangés parallèlement aux pressions sont modifiées. Par conséquent, deux ou trois diamètres de chaque hexagone tournent d'un certain angle ∂, et le moment électrique par unité de volume de cristal devient

$$u = N.q.4b\,\partial\cos 30^\circ = N.2bq\,\partial\sqrt{3},$$

N étant le nombre des molécules par unité de volume, b le rayon de la circonférence circonscrite à l'hexagone moléculaire, q la charge positive ou négative de chacun des six atomes simples ou doubles. En prenant $N = 10^{21}$, $b = \frac{1}{4}N^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{4}\times 10^{-7}$ et $q = 4b\times 10^{-4}$, on trouve $u = 866\,\partial$, et si l'on remplace u par la valeur qui résulte des expériences, on obtient $\partial = \frac{1}{2598}$, relation d'un ordre de grandeur parfaitement admissible.

L'auteur montre ensuite que, si la direction des pressions ou tensions est celle d'un diamètre de l'hexagone, la polarisation électrique qui en résulte a son axe dans cette direction même, au lieu d'être perpendiculaire aux pressions, comme dans le cas précédent. Par suite, une lame taillée parallèlement à l'un des diamètres de l'hexagone doit présenter, sous l'influence d'une pression ou d'une tension, une électrisation positive à une extrémité et négative à l'autre extrémité de chacune de ses faces.

Il insiste ensuite sur ce point, déjà reconnu par MM. Friedel et Curie, que les électrisations irrégulières des arêtes, observées quand on échauffe ou refroidit le cristal, sont entièrement dues aux tensions mécaniques résultant d'une distribution non uniforme de la température; elles sont donc de nature piézoélectrique et non pyroélectrique.

Dans son second Mémoire, lord Kelvin montre que, pour expliquer les expériences de M. Curie, il faut admettre que les côtés des molécules hexagonales doivent faire des angles de 30° et de 90° avec les côtés de l'hexagone du cristal naturel.

LORD KELVIN. — Sur une pile piézoélectrique, t. XXXVI, p. 342-343 et p. 384.

Cette pile consiste en vingt-quatre doubles plaques carrées, de 8^{cm} de côté, formées d'une lame de zinc et d'une lame de cuivre soudées ensemble. Aux quatre coins de chaque lame de zinc, un petit filet carré est enlevé. Ces plaques sont superposées et sont maintenues à quelques millimètres de distance par des cales de caoutchouc placées aux quatre coins. Les plaques extrêmes sont respectivement reliées aux deux paires de quadrants d'un électromètre. Si on laisse tomber sur la plaque supérieure un poids de quelques hectogrammes ou kilogrammes, l'aiguille de l'électromètre est déviée.

Dans une Note, Lord Kelvin reconnaît qu'une pile analogue a été imaginée antérieurement par MM. J. et P. Curie.

FERNANDO SANFORD. — Une modification nécessaire à la loi d'Ohm, t. XXXV, p. 65-68.

Un fil de cuivre de 1^{mm} de diamètre est tendu suivant l'axe d'un tube de cuivre de $1^{m},20$ de longueur et de $2^{cm},5$ de diamètre intérieur fermé à ses deux extrémités. La résistance de ce fil est mesurée par la méthode du pont de Wheatstone à diverses températures, le tube étant rempli de divers diélectriques liquides (pétrole, sulfure de carbone, alcool, etc.) ou gazeux (air, gaz d'éclairage, vapeurs d'éther, d'alcool, de chloroforme, etc.). Dans tous les cas, la variation de la résistance est proportionnelle à la variation de la température, mais, à une même température, la valeur de la résistance varie avec la nature du diélectrique; en général, cette valeur dépasse de quelques millièmes celle que l'on trouve dans l'air; elle semble ne dépendre que de la couche du diélectrique directement en contact avec le fil.

Un fil d'argent donne lieu au même phénomène, bien qu'il ne soit bien marqué qu'avec le cuivre.

L'énoncé de la loi d'Ohm doit donc être modifié de manière à tenir compte de la nature du diélectrique entourant le conducteur de même que de la nature du conducteur lui-même.

J. DEWAR et J. FLEMING. — Résistance des métaux et des alliages aux températures proches du zéro absolu, t. XXXVI, p. 271-300.

Des expériences antérieures ([1]), faites à des températures variant de celle de l'ébullition de l'eau à celle de l'ébullition de l'oxygène dans le vide (— 200° environ), montraient que la résistance électrique des *métaux purs* tend vers zéro en même temps que la température absolue. Les nouvelles expériences, conduites de la même manière, mais dans lesquelles les plus grandes précautions ont été prises pour la mesure des dimensions du fil et pour l'évaluation des températures à l'aide du thermomètre à résistance de platine de M. Callendar ([2]), conduisent à la même conclusion.

Les courbes représentant la résistance des nombreux *alliages* étudiés montrent certaines particularités. Celle de l'acier au manganèse présente un changement brusque de courbure vers — 40°; celle de la manganine possède un point d'inflexion vers 15°, température pour laquelle son coefficient de variation est nul.

T.-H. BLAKESLEY. — Sur l'équation différentielle du courant électrique, t. XXXV, p. 419-435.

L'auteur établit, d'abord algébriquement, puis géométriquement, que les expressions mathématiques ordinaires du courant électrique ne peuvent expliquer tous les faits connus, et qu'il est nécessaire d'admettre certaines propriétés de la matière dont on ne tient pas compte habituellement. L'équation différentielle

$$V - L\frac{di}{dt} = Ri,$$

où V désigne la force électrique, L la self-induction, R la résistance et i l'intensité du courant, ne tient compte que de l'énergie dépensée en chaleur dans le conducteur. Pour tenir compte de l'énergie dépensée par rayonnement dans l'espace, il faut ajouter au second membre un terme λi. Le coefficient λ est généralement petit, mais, dans certaines conditions, dans le cas, par exemple,

([1]) *Phil. Mag.*, t. XXXIV, p. 326. *Journ. de Phys.*, 3e série, t. II, p. 82.
([2]) Id., t. XXXII, p. 104. Id. 2e série, t. X, p. 513.

des très hautes fréquences, il peut devenir très grand par rapport à R et l'énergie dépensée dans le circuit est alors très petite par rapport à celle qui est rayonnée. L'auteur pense que la faiblesse des effets physiologiques des courants de très grande fréquence obtenus par M. Tesla doivent être attribués à ce qu'une très faible partie de l'énergie de ces courants traverse le corps de l'expérimentateur, la majeure partie se dissipant par rayonnement.

F.-J. SMITH. — Emploi des grandes résistances avec le galvanomètre d'Arsonval, t. XXXV, p. 210-211.

La mesure industrielle de l'intensité des courants au moyen de ce galvanomètre exige l'emploi d'une très grande résistance, généralement formée d'un fil métallique très long. De nombreux essais ont montré à l'auteur qu'on peut remplacer avantageusement les résistances métalliques par des résistances obtenues en tassant fortement dans un tube de verre un mélange de plâtre bien sec et de plombagine ; deux fils de platine soudés aux deux extrémités servent d'électrodes.

G.-M. MINCHIN. — Champ magnétique d'un courant circulaire, t. XXXV, p. 354-365.

Champ magnétique dans le voisinage de la surface d'un fil où circule un courant, t. XXXVI, p. 201-222.

Maxwell donne dans son Traité (art. 702) une méthode pour tracer les lignes de force magnétique dues à un courant circulaire. L'auteur développe une méthode un peu différente, permettant d'arriver plus rapidement au même résultat par la considération des lignes le long desquelles le potentiel vecteur (F, G, H) conserve la même valeur.

Il cherche ensuite l'expression complète de l'angle sous lequel un courant circulaire est vu d'un point quelconque P de l'espace, angle que l'on exprime généralement, d'une manière approchée, par une série de sphériques harmoniques. Il trouve

$$\Omega = 2\Pi - \frac{2z}{pr}\left[\frac{r-a}{1+\nu}\prod\left(\frac{-2\nu}{1+\nu}, k\right) + \frac{r+a}{1-\nu}\prod\left(\frac{2\nu}{1-\nu}, k\right)\right],$$

où ν est le sinus de l'angle de la droite joignant un point P au

centre du circuit avec la normale au plan de ce circuit menée par son centre, r la longueur de cette droite, a le rayon du circuit, z la distance de P au plan du circuit, k la quantité $1 - \frac{p'^2}{p^2}$, p et p' les distances de P aux points d'intersection du circuit et du plan normal passant par son centre et par P, et Π étant le symbole de l'intégrale elliptique complexe de troisième espèce.

Dans son second Mémoire, l'auteur examine le cas où le point est très près de la surface du conducteur, sa section droite étant supposée circulaire. Il parvient aux expressions des composantes de la force magnétique, d'abord dans l'hypothèse où le courant est uniformément distribué dans cette section et, ensuite, en admettant que la densité du courant est variable d'un point à un autre.

R. THRELFALL. — Les propriétés électriques des corps purs. — Préparation de l'azote pur et essais de condensation, t. XXXV, p. 1-35.

En 1886, MM. J.-J. Thomson et Threlfall observaient une diminution de volume d'une masse d'azote pur sous l'influence d'une longue série de décharges électriques et en concluaient que, dans ces conditions, il y a une condensation de l'azote analogue à la condensation moléculaire que subit l'oxygène en se transformant en ozone.

Les résultats des nouvelles expériences de l'auteur démontrent cette conclusion.

L'azote pur est préparé par la méthode de M. Berthelot, qui consiste à absorber l'oxygène de l'air par un contact prolongé de ce gaz avec de la tournure de cuivre imbibée d'ammoniaque; les dernières traces d'oxygène sont enlevées avec du protochlorure de chrome obtenu par l'action, à l'abri de l'air, de l'acide chlorhydrique et du zinc sur du bichromate de potasse. Enfermé dans des tubes scellés et soumis à des décharges puissantes, cet azote conserve la même pression, bien que, dans certaines expériences, la durée des décharges ait atteint dix heures.

La diminution de pression observée dans les expériences de 1886 doit être attribuée à une action de l'azote sur le mercure du manomètre, qui était soudé au tube contenant l'azote. En effet, en faisant passer des vapeurs mercurielles dans un tube scellé, renfer-

mant de l'azote pur, l'auteur a pu constater une diminution de la pression sous l'action des décharges et la formation d'une substance noire, explosive, qui est sans doute le trimercure-amine de Plantamour.

RIMINGTON et WYTHE SMITH. — Expériences dans des champs électriques et magnétiques, constants et variables, t. XXXV, p. 68-73.

En faisant tourner rapidement un tube à vide, sans électrodes, entre les armatures d'un condensateur plan, présentant une différence de potentiel constante, ce tube s'illumine quand il passe par certaines positions, symétriques deux à deux par rapport à la direction des lignes de force. Si l'on place le tube perpendiculairement aux armatures, il s'illumine quand on fait varier rapidement la différence de potentiel de celles-ci, par exemple, en les reliant aux pôles d'une bobine d'induction. Des effets lumineux peuvent ainsi être obtenus en disposant convenablement le tube dans le champ magnétique variable produit par des oscillations hertziennes.

Les auteurs donnent une théorie de ces phénomènes en supposant que le gaz raréfié du tube possède, par suite d'une convection rapide, une conductibilité électrique du même ordre de grandeur que celle des corps bons conducteurs.

CAMPBELL SWINTON. — Expériences de décharges électriques de haute fréquence, t. XXXV, p. 142-145; t. XXXVI, p. 300-304.

Les pôles d'une bobine d'induction pouvant donner des étincelles de $0^m,25$ de longueur sont respectivement reliés aux armatures d'une batterie de bouteilles de Leyde. Le courant de décharge de cette batterie passe dans le primaire d'un transformateur de M. Tesla, plongé dans l'huile. Les expériences faites avec les décharges secondaires de cet appareil confirment les faits observés par ce dernier physicien et en montrent quelques nouveaux.

F.-C.-C. BALY. — Séparation et stratification des gaz raréfiés sous l'influence de la décharge électrique, t. XXXV, p. 200-204.

Si l'on observe, au spectroscope, les décharges électriques produites dans un tube contenant de l'hydrogène très raréfié, les raies

de l'hydrogène, très nettes dans le voisinage de l'électrode négative, sont invisibles dans toute autre région. Si l'on opère sur un mélange de deux gaz purs très raréfiés, le premier effet de la décharge est de faire apparaître, dans toute la longueur du tube, une lueur sans stries donnant au spectroscope les spectres superposés des deux gaz; au bout de quelques instants, des stries se produisent et le spectre de l'un des gaz n'est visible que dans le voisinage de l'une des électrodes, celui de l'autre gaz dans le voisinage de l'autre électrode. Ces expériences, et quelques autres, montrent que les décharges entraînent les gaz du mélange dans des sens différents.

L'apparition des stries est d'autant plus rapide que la séparation des gaz est plus facile; elle ne se produit pas dans un tube contenant un seul gaz ou une seule vapeur, ni dans un tube contenant un mélange gazeux quand, par un artifice, on empêche la séparation d'avoir lieu.

E.-C. RIMINGTON. — Décharges lumineuses dans les tubes à vide sans électrodes, t. XXXV, p. 506-525.

L'auteur commence par décrire une série d'expériences montrant que la forme et l'intensité des décharges induites dans un tube sans électrodes sont influencées par un champ électrostatique, fait déjà remarqué par divers physiciens, notamment par M. Tesla. La disposition adoptée est la suivante. Les pôles d'une machine électrique sont respectivement reliés aux armatures internes de deux bouteilles de Leyde dont les armatures externes A et B sont réunies par un conducteur métallique enroulé une ou deux fois autour du tube ou mieux de l'ampoule à vide; de part et d'autre de cette ampoule, se trouvent deux plateaux C et D que l'on peut réunir aux armatures externes. Quand l'étincelle éclate entre les pôles de la machine, un courant oscillatoire prend naissance dans le fil et une décharge lumineuse se produit dans l'ampoule. Si le sens de l'enroulement du fil est convenable, la jonction de A à C et de B à D augmente son intensité, tandis que la jonction de A à D et de B à C la diminue; en changeant le sens de l'enroulement, les effets sont renversés. L'action d'un champ électrostatique sur l'intensité de la décharge est ainsi démontrée.

L'auteur passe ensuite à l'explication théorique des phénomènes. L'intensité du courant de décharge dans le circuit relié aux armatures internes est donnée par l'équation

$$L\frac{di}{dt} + Ri = \frac{q}{C},$$

où les lettres ont des significations qu'il est inutile de rappeler; celle du courant dans le fil entourant l'ampoule satisfait à

$$l\frac{di'}{dt} + ri' = \frac{q}{C}.$$

On en déduit, en négligeant certains termes qui deviennent très petits quand la fréquence du courant oscillatoire est très grande,

$$\frac{di'}{dt} = Ve^{(a+2b)t}\cos\frac{t}{\sqrt{LC}},$$

où V est la différence de potentiel maximum entre les armatures internes et où

$$a = -\frac{R}{2L}, \qquad b = -\frac{r}{l}.$$

Si l'on admet que l'intensité lumineuse des décharges est proportionnelle à la force électromotrice induite dans le gaz, et, par suite, à $\frac{di'}{dt}$, il est impossible de rendre compte de toutes les conditions expérimentales qui doivent être réalisées pour obtenir une décharge brillante. En admettant qu'elle est proportionnelle à l'intégrale de temps de cette force électromotrice, c'est-à-dire proportionnelle à

$$\int_0^\infty \frac{di'}{dt}dt,$$

où tous les éléments sont pris avec le signe +, M. Rimington parvient à montrer que l'intensité doit augmenter avec L, ce qui est d'accord avec l'expérience; mais, contrairement à ce qu'il faudrait, il trouve qu'elle diminue quand C augmente.

Il nous semble qu'à l'hypothèse de l'auteur on peut en substituer une beaucoup plus logique. La comparaison des théories électromagnétique et élastique de la lumière montre que la vitesse d'une molécule d'éther est proportionnelle au déplacement

électrique. Celui-ci étant proportionnel à la force électromotrice, il est naturel d'admettre que l'intensité lumineuse est proportionnelle au *carré* de la force électromotrice, qu'elle soit due à l'induction ou à un champ électrostatique. Nous sommes parvenu ainsi (*La lumière électrique,* 15 juillet 1893) à rendre compte de toutes les conditions indiquées par l'expérience et à expliquer les divers effets des champs électriques observés par l'auteur.

W.-H. HARVEY et F. HIRD. — Quelques Notes sur les décharges en aigrettes dans les gaz, t. XXXVI; p. 45-49.

Si l'on réunit l'un des pôles d'un transformateur de Tesla à une pointe placée en regard d'un plateau communiquant avec l'autre pôle, de vives aigrettes s'échappent de la pointe et l'on reconnaît, avec un électromètre, que le plateau se charge positivement, quelle que soit l'extrémité du transformateur reliée à la pointe et bien que la décharge soit oscillatoire. En fixant la pointe dans la douille d'une cloche reposant sur du mercure, relié par un conducteur à l'un des pôles du transformateur, ce mercure s'électrise toujours positivement quand la cloche est pleine d'air ou d'oxygène et négativement si la cloche est remplie d'hydrogène. Il semble donc que dans la décharge par aigrettes l'électricité positive s'échappe plus facilement d'une pointe que la négative dans l'air et l'oxygène et plus difficilement dans l'hydrogène. Ces faits doivent être rapprochés des faits analogues que l'on observe dans la déperdition de l'électricité à basse tension.

J.-J. THOMSON. — Sur l'effet de l'électrisation et de l'action chimique sur un jet de vapeur, et de la vapeur d'eau sur la décharge électrique à travers les gaz, t. XXXVI, p. 313-328.

D'après Lord Kelvin, la force élastique maximum de la vapeur dans le voisinage d'une goutte d'eau diminue quand le rayon de courbure augmente et cette propriété permet d'expliquer la facilité avec laquelle la vapeur d'eau devient sursaturante. Mais quand cette vapeur est soumise à l'influence du champ électrique, la condensation a pour effet de diminuer l'énergie potentielle du système, car celle-ci varie en raison inverse du pouvoir inducteur spécifique du système et le pouvoir inducteur est environ 76, tandis que

celui de la vapeur est voisin de 1. Par conséquent, la condensation doit être facilitée par un champ électrique; c'est en effet ce que montrent quelques expériences de Helmholtz et de l'auteur.

La condensation immédiate d'un jet de vapeur d'eau, d'alcool, d'acides acétique et formique résultant de la production d'un phénomène chimique dans le voisinage, observée par Helmholtz, conduit l'auteur à une interprétation électrique des phénomènes chimiques.

Pour reconnaître l'influence de la vapeur d'eau sur la décharge électrique, M. Thomson produit cette décharge dans l'hydrogène sec, puis dans l'hydrogène humide. Il constate que, dans le premier cas, la différence de potentiel nécessaire à la production de la première étincelle est très variable et que, si on la diminue régulièrement, les étincelles cessent quand elle passe par une valeur constante. Avec l'hydrogène humide, les étincelles commencent et cessent pour des valeurs constantes de cette différence de potentiel. Les mêmes phénomènes sont observés avec divers autres gaz; il y a toujours une sorte de retard au passage de la première étincelle quand le gaz est sec. L'auteur rapproche ces faits des phénomènes de surfusion et de sursaturation; avant la première décharge, le champ électrique se trouve dans un état d'équilibre instable à l'établissement duquel la présence de la vapeur d'eau s'oppose dans une certaine limite, de même que la présence d'un cristal s'oppose à la surfusion ou la sursaturation.

G.-Udny Yule. — Sur le passage d'ondulations électriques à travers les électrolytes, t. XXXVI, p. 531-545.

Aux deux plaques d'un secondaire de Hertz sont attachés deux longs fils parallèles réunis par leurs extrémités. Ces fils traversent une épaisseur variable d'eau distillée, d'une dissolution très étendue de sulfate de zinc ou de sulfate de cuivre, d'alcool ou d'un mélange d'alcool et d'eau. A une distance d'un quart de longueur d'onde des extrémités, les fils sont reliés à un électromètre. En portant en ordonnées les élongations de l'aiguille de cet instrument et en abscisses les épaisseurs liquides correspondantes, l'auteur obtient des courbes sinueuses dont les sinuosités sont d'amplitudes décroissantes. Si l'on néglige la faible conductibilité

des liquides et les inflexions multiples des ondes, qui se produisent principalement à l'entrée et à la sortie des liquides, le calcul conduit à une courbe de même forme que la courbe expérimentale, quoiqu'elle ne coïncide pas avec celle-ci, défaut de coïncidence qu'on peut attribuer aux approximations faites pour la simplicité du calcul.

Ajoutons que les longueurs d'onde déduites de ces courbes pour l'alcool et l'eau donnent, par comparaison avec la longueur d'onde dans l'air, des valeurs de la constante diélectrique de ces liquides d'accord avec celles qu'ont obtenues par d'autres méthodes MM. Rosa, Cohn et Arons, etc.

PERRY et H.-A. BEESLON. — Téléphonie à longue distance, t. XXXVI, p. 222-229.

L'intensité i du courant à une distance x de l'origine satisfait à l'équation

$$\frac{d^2 i}{dt^2} = kl\frac{d^2 i}{dt^2} + (kr + sl)\frac{di}{dt} + sri,$$

où k est la capacité, r la résistance, l la self-induction et s la perte par conductibilité, toutes ces quantités étant rapportées à l'unité de longueur. Si l'on pose

$$i = ae^{-hx}\sin(pt - gx),$$

on a un courant sinusoïdal de fréquence $f = \frac{p}{2\pi}$, que l'on peut assimiler à ceux qui sont fournis par un téléphone, et qui satisfait à l'équation différentielle pour des valeurs de h et g dépendant des constantes de la ligne et de la fréquence. Il en résulte que, pour une même ligne, l'amortissement et la vitesse de propagation dépendent de la fréquence. On trouve que la distance X à laquelle le rapport des amplitudes de deux courants de fréquence f et f' est devenu $1 + \frac{1}{m}$ de ce qu'il était à l'origine a pour valeur approximative

$$X = \frac{1}{m(h - h')}$$

et que la distance γ à laquelle l'un des courants présente sur l'autre un retard égal à la $n^{\text{ième}}$ partie de la période du courant de plus

grande fréquence est

$$\gamma = \frac{2n}{np\left(\frac{g}{p} - \frac{g'}{p'}\right)}.$$

En prenant $f = 1000$ et $f' = 100$ pour les fréquences des courants correspondant aux notes extrêmes émises par la voix humaine et en admettant qu'un récepteur téléphonique fonctionne encore convenablement pour $m = 4$ et $n = 6$, les deux formules précédentes permettent de calculer les distances maxima auxquelles il est possible de correspondre téléphoniquement avec un câble donné. M. Beeslon a fait ce calcul pour des valeurs croissantes de la perte par conductibilité et de la self-induction en adoptant pour la capacité et la résistance les valeurs

$k = 2.3125 \times 10^{-12}$ farads par centimètre,

$r = 1.582 \times 10^{-6}$ ohms par centimètre,

qui sont celles du premier câble transatlantique français. Des deux Tableaux à double entrée qui résument ces calculs, il résulte que, si l'une des quantités k ou r est nulle, X et γ augmentent en même temps que l'autre, et que, si toutes deux ne sont pas trop grandes, leur accroissement produit un accroissement de X et γ. On en déduit encore que, si s est nul, on peut faire disparaître totalement les effets fâcheux de la capacité par une self-induction convenable, et inversement; si l est nul, on peut arriver au même résultat par un défaut d'isolement; mais, si s et l sont tous deux différents de zéro, on ne peut qu'atténuer ces effets sans les faire disparaître.

M. Beeslon a calculé également les distances X et γ pour des valeurs quelconques de m et n et pour des valeurs données de $\frac{l}{r}$ et de $\frac{s}{k}$.

J. Blondin.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

7ᵉ série, t. II; mai 1894.

H. Lescœur. — *Recherches sur la dissociation des hydrates salins*, p. 78.

Brillouin. — *Mouvement émis par une sphère en mouvement dans un milieu élastique indéfini; réaction du milieu sur la sphère*, p. 117.

Juin 1894.

Neyreneuf. — *Sur la transmission du son*, p. 251.

Wiedemann's Annalen.

T. LII, nº 5; 1894.

G. Quincke. — *Sur la mesure de la tension superficielle de l'eau et du mercure dans des tubes capillaires*, p. 1.

Ph. Lenard. — *Déviation magnétique des rayons cathodiques*, p. 23.

L. Zehnder. — *Recherches avec des rayons de force électrique; production objective facile de ces rayons*, p. 34.

L. Zehnder. — *Sur l'azoture de sodium*, p. 56.

E. Wiechert. — *Remarques sur le Mémoire de M. Milthaler*, Sur l'emploi de la manganine pour les étalons de résistance, p. 67.

K.-E.-F. Schmidt. — *Sur la polarisation elliptique dans la lumière réfléchie;* 2ᵉ Partie : *Phénomènes présentés par les miroirs de verre*, p. 75.

H. Kayser et C. Runge. — *Sur les spectres de l'étain, du plomb, de l'arsenic, de l'antimoine et du bismuth*, p. 93.

H. Kayser et C. Runge. — *Contributions à la connaissance des spectres de lignes*, p. 114.

J.-R. Rydberg. — *Contributions à la connaissance des spectres de lignes*, p. 119.

W. Wien. — *Température et entropie du rayonnement*, p. 132.

W. Kawalki. — *Recherches sur la diffusibilité de quelques électrolytes dans l'alcool. Contribution à l'étude de la constitution des dissolutions*, p. 166.

Th. des Coudres. — *Variation avec le temps de la polarisation spontanée dans des éléments de concentration à amalgames, fermés*, p. 191.

O. Büry. — *Remarque sur le Mémoire de M. Pringsheim,* La loi de Kirchhoff et le rayonnement des gaz, p. 205.

P. Molenbrok. — *Sur la théorie des jets de liquide*, p. 207.

LES PRINCIPES FONDAMENTAUX DE L'ÉNERGÉTIQUE ET LEUR APPLICATION AUX PHÉNOMÈNES CHIMIQUES;

PAR M. HENRY LE CHATELIER.

Le développement de la Thermodynamique, au moins à ses débuts, s'est effectué en partant de deux points de vue essentiellement différents, qui font encore l'un et l'autre sentir leur influence contradictoire dans l'enseignement de cette science.

Sadi Carnot, Mayer, Helmholtz ont pris comme point de départ la généralisation du principe de l'impossibilité du mouvement perpétuel. Ils ont admis que, chaque fois que du travail était produit, il fallait que quelque autre chose fut définitivement consommé, et en cherchant ce qui pouvait bien être ainsi consommé dans la production du travail aux dépens de la chaleur, ils ont trouvé : Sadi Carnot une consommation de différence de température, c'est-à-dire un rétablissement d'équilibre calorifique et Mayer une consommation de quantité de chaleur.

Mais ce point de vue essentiellement philosophique fut bientôt abandonné, et Thomson, Clausius, Rankine, les véritables fondateurs de la Thermodynamique moderne, prirent comme point de départ une hypothèse relative à la nature de la chaleur. Cette méthode d'exposition a été à son tour, il est vrai, abandonnée au moins en principe; on proclame aujourd'hui que la Thermodynamique est fondée sur un certain nombre de lois expérimentales indépendantes de toute hypothèse, mais en pratique on n'est pas arrivé à se débarrasser de l'hypothèse initiale qui reste toujours sous-entendue et reparaît même parfois ouvertement, par exemple avec la notion d'*énergie*.

Cette notion d'énergie, autour de laquelle gravitent aujourd'hui tous les développements de la Thermodynamique, est, en raison de son défaut d'objectivité, une cause de grande obscurité quand on veut l'envisager indépendamment des hypothèses qu'elle était destinée primitivement à exprimer. L'objet de la tentative faite ici est de faire disparaître de la Thermodynamique les derniers vestiges de ces hypothèses. Pour cela, je ferai complètement abstraction de la notion d'énergie et ferai reparaître systématiquement en son lieu et place la notion d'une réalité bien plus

concrète de *puissance motrice* vers laquelle Sadi Carnot avait tout d'abord fait converger la nouvelle science de la chaleur.

Enfin, j'insisterai, plus qu'on ne le fait habituellement, sur les analogies de tous les phénomènes naturels (calorifiques, électriques, chimiques, mécaniques). Cela est indispensable pour la claire compréhension des phénomènes chimiques, qui sont plus spécialement visés dans cette étude ; cela est aussi plus conforme à la réalité des faits dans lesquels la chaleur et le travail ne s'isolent pas des autres phénomènes similaires, comme le laisserait supposer l'exposé classique de la Thermodynamique. C'est pour accuser ce point de vue que l'expression d'*Énergétique* proposée par Rankine a été substituée à celle de *Thermodynamique* plus usuelle aujourd'hui, au moins en France.

I.

LOIS DE L'ÉNERGÉTIQUE.

De la puissance motrice et de ses échanges. — Un examen même très superficiel de la plupart de nos opérations industrielles (production du travail, de l'électricité, etc., par les chutes d'eau, par les machines à vapeur, par les moteurs à gaz, par les piles, etc.), montre que ces opérations peuvent se décomposer en deux parties bien distinctes et même opposées : développement d'un premier phénomène qui pourrait se produire spontanément et indépendamment du second (descente de l'eau, chute de chaleur du foyer au condenseur, combustion des gaz, dissolution du zinc dans l'acide) et d'un second phénomène (élévation d'un poids, compression d'un gaz, charge d'un accumulateur) qui présente le double caractère suivant : d'abord de ne pouvoir se produire indépendamment du premier phénomène, et, en outre, de pouvoir, une fois produit, changer spontanément de sens, se produire en sens inverse de façon à jouer alors le même rôle que le premier phénomène envisagé. Dans toutes les opérations semblables, il y a échange entre deux systèmes de corps en présence d'une certaine propriété qui est perdue par l'un des systèmes et gagnée par l'autre : *celle de pouvoir se transformer directement, soit isolément, soit en provoquant dans un autre système une transformation inverse. Cette propriété sera appelée puissance*

motrice [1]; sa notion comprend à la fois une idée de causalité et une idée de réciprocité.

Les exemples cités ici font déjà entrevoir que la puissance motrice n'est pas seulement une qualité vague et indéterminée, mais bien une grandeur mesurable. On le démontrera plus loin d'une façon rigoureuse.

Des diverses espèces de puissance motrice. — Une revue rapide de quelques-uns des changements des corps susceptibles de développer de la puissance motrice achèvera de préciser la notion de puissance motrice et montrera les différents aspects sous lesquels elle se manifeste.

Travail. — Chutes d'eau, accumulateurs hydrauliques, travail musculaire, détente des gaz, etc.

Force vive. — Vitesse du vent ou des cours d'eau, choc des projectiles, régulateurs à force centrifuge, etc.

Chaleur. — Machines à vapeur, piles thermoélectriques, etc.

Électricité. — Électrolyse, transport électrique de la force, etc.

Réactions chimiques. — Moteur à gaz tonnant, piles, explosifs, etc.

De la destruction de la force motrice. — Les transformations spontanées d'un système, lorsqu'elles se produisent isolément sans provoquer dans un autre système une transformation inverse, amènent une destruction de force motrice, puisque le système considéré perd la sienne sans qu'aucun autre en gagne simultanément. Ces destructions de puissance motrice très nuisibles dans toutes les opérations industrielles ont été depuis longtemps

[1] Il peut être utile de rappeler la synonymie très nombreuse de cette expression. Il y a identité absolue de signification dans les termes suivants : Puissance motrice (Sadi Carnot); Force (S. Robert); Power of working (Tait); Motivity (Thomson); Available energy (Maxwell); Kraft (Mayer); Freie energie (Helmholtz). Les formules algébriques suivantes : Fonctions caractéristiques (Massieu); Potentiel thermodynamique (Gibbs, Duhem, Natanson, etc.) en expriment la mesure. Enfin, souvent l'expression d'Énergie et parfois aussi celle de Travail sont employées à tort dans le même sens.

étudiées; elles se rattachent aux phénomènes suivants, réunis sous la dénomination générale de *résistances passives*.

Frottement pour le travail et la force vive.

Chute de chaleur par conductibilité ou rayonnement.

Résistance des conducteurs dans la propagation de l'électricité.

De l'équilibre et de la réversibilité. — Entre les transformations spontanées directes qui développent de la puissance motrice et les transformations inverses qui en absorbent, on conçoit sans peine l'existence d'une catégorie de transformations qui ne se produisent pas spontanément et, par suite, ne fournissent pas de puissance motrice, mais dont la production dans l'un ou l'autre sens n'exige qu'une dépense infiniment petite de puissance motrice. Tel sera le cas d'un système composé de deux corps identiques suspendus aux extrémités des bras d'une balance, qui ne se déplacera pas de lui-même, mais pourra être déplacé dans un sens ou dans l'autre avec une dépense très petite de puissance motrice; il suffit d'une surcharge de l'un des corps, égale seulement au millionième de son poids, pour faire pencher la balance. En fait, les résistances passives de nos machines ne nous permettent jamais de réaliser aucune transformation avec une consommation rigoureusement nulle de puissance motrice, mais en les perfectionnant de plus en plus, nous pouvons de plus en plus approcher d'un semblable résultat, assez, en tous cas, pour concevoir facilement des machines idéales rigoureusement parfaites à l'aide desquelles certains systèmes pourraient être transformés dans un sens ou dans le sens opposé sans dépense de puissance motrice. Toute transformation semblable est dite *réversible;* l'état d'un système qui ne peut pas se transformer spontanément, mais peut être transformé d'une façon réversible est dit un état *d'équilibre*. On voit, d'après cette définition, qu'il est impossible de parler d'état d'équilibre sans spécifier la transformation que l'on vise; deux corps de même poids suspendus aux deux extrémités d'une balance seront en équilibre mécanique; ils pourront ne pas être en équilibre calorifique ou électrique, c'est-à-dire ne pas avoir la même température ou la même tension électrique.

Des machines et de l'isolement des systèmes matériels. —

Dans les exemples rappelés précédemment du travail fourni par les machines à vapeur, les chutes d'eau, etc., on n'a envisagé que les corps qui éprouvent un changement définitif : l'eau qui est tombée, la chaleur qui est passée du foyer au condensateur, l'accumulateur qui s'est chargé; on a fait abstraction des corps intermédiaires, des machines dont l'intervention est cependant absolument nécessaire pour mettre en relation les systèmes qui échangent leur puissance motrice (la roue hydraulique, la chaudière et le cylindre à vapeur, la dynamo, etc.). Le caractère essentiel des machines est de revenir, après avoir coopéré à certaines transformations, à un état final identique à leur état initial, de telle sorte qu'elles peuvent recommencer le même cycle d'opérations et servir ainsi à des échanges indéfinis de puissance motrice. Les corps, machines véritables ou autres, qui reviennent ainsi à un état final identique à leur état initial, c'est-à-dire qui décrivent ce que l'on appelle un cycle fermé de transformations, jouent un rôle capital dans les raisonnements de la Thermodynamique, c'est Sadi Carnot qui a le premier signalé l'importance de leur intervention.

Les machines ne servent pas seulement à transporter la puissance motrice d'un corps à un autre, elles ont encore pour objet de la transformer d'une espèce dans une autre (puissance calorifique en puissance mécanique dans la machine à vapeur, etc.). Les phénomènes élémentaires qui concourent à ces transformations sont, malgré la multiplicité apparente de nos machines industrielles, extrêmement peu nombreux.

La transformation réciproque de la *chaleur* en *travail* s'obtient par les phénomènes élastiques (changement de volume des corps), de la *chaleur* en *électricité* par les phénomènes thermoélectriques, de l'*électricité* en *travail* par les phénomènes électromagnétiques (déplacement d'un conducteur dans un champ magnétique); la transformation réciproque du travail en force vive et celle de la puissance chimique en travail, chaleur, électricité se fait dans l'intérieur même des systèmes matériels qui se transforment sans l'intervention d'aucune machine extérieure.

Au mode d'intervention des machines se rattache une notion d'une importance capitale, celle de l'*isolement* des systèmes matériels. Dans le cas de la machine à vapeur qui transforme de la

puissance calorifique en travail, qui élève de l'eau avec une pompe par exemple, les phénomènes calorifiques se produisent entre le foyer, le condenseur et la vapeur : il n'y a aucun échange de chaleur avec l'eau élevée par la pompe. On dira que le système complexe foyer, condenseur, vapeur, est isolé thermiquement parce qu'il ne cède de chaleur à aucun corps extérieur (en faisant abstraction des pertes de chaleur par rayonnement qui sont censées ne pas exister dans la machine idéale que l'on considère). De même, le système complexe eau, terre, vapeur avec les pompes, cylindres et organes de transmission constitue un système isolé mécaniquement. Mais en tenant compte de ce que la machine revient finalement à son état initial et par suite n'a rien gardé de la puissance motrice qu'elle a reçue transitoirement, on pourra étendre cette définition de l'isolement en faisant abstraction des machines; on considérera le foyer et le condenseur comme isolés calorifiquement, l'eau et la terre comme isolées mécaniquement, bien qu'ils aient échangé, les uns de la chaleur, les autres du travail avec la machine intermédiaire.

On appellera donc *partiellement isolé* au point de vue d'une puissance motrice d'une nature déterminée tout système qui n'aura pas échangé avec l'extérieur de la puissance motrice considérée ou ne l'aura fait qu'avec des corps revenus finalement à leur état initial, sans que ceux-ci aient fait non plus pendant la suite de leurs transformations d'échange semblable avec aucun autre corps extérieur.

On appellera *totalement isolé* tout système qui n'aura échangé avec l'extérieur *aucune espèce* de puissance motrice ou ne l'aura fait qu'avec des machines qui n'auront à aucun moment fait de semblables échanges avec l'extérieur.

Ces notions générales et les définitions qui s'y rattachent étaient indispensables à rappeler parce qu'il en sera fait un usage fréquent dans l'exposé des lois fondamentales de l'énergétique, c'est-à-dire des lois qui président aux transformations de la puissance motrice.

On peut, dans l'étude de ces lois, se placer à deux points de vue différents : s'attacher de préférence à suivre les transformations des systèmes matériels qui fonctionnent comme machines, c'est-à-dire servent aux transformations de la puissance motrice, mais

ne la créent ni ne la consomment : c'est la marche aujourd'hui la plus usitée en Thermodynamique; on peut au contraire faire abstraction des machines et ne se préoccuper que des systèmes matériels qui dépensent et consomment la puissance motrice. C'est la marche qui sera suivie ici parce qu'elle conduit plus directement aux applications pratiques, ou tout au moins à celles de ces applications qui concernent les phénomènes chimiques.

Nous distinguerons trois lois fondamentales de l'Énergétique qui présentent ce caractère commun d'être d'ordre purement expérimental, mais en même temps d'être d'une observation assez simple pour pouvoir être reconnues indépendamment de toute expérimentation scientifique. Cette dernière n'intervient que pour fixer certaines relations numériques qui précisent la portée des lois fondamentales.

Ces lois sont les suivantes :

Première loi. — *Conservation de la capacité de puissance motrice.*

Deuxième loi. — *Conservation de la puissance motrice.*

Troisième loi. — *Conservation de l'énergie.*

PREMIÈRE LOI.

CONSERVATION DE LA CAPACITÉ DE PUISSANCE MOTRICE.

Cette loi est le résumé d'une série de lois partielles connues depuis longtemps, mais dont les analogies avaient été jusqu'ici méconnues. On peut en donner l'énoncé général suivant :

Principe expérimental. — *Un système matériel partiellement isolé ne peut dépenser à l'extérieur de la puissance motrice sans que deux au moins de ses parties arrivent à un état final différent de leur état initial après avoir éprouvé des changements de même espèce.*

Dans cet énoncé l'isolement partiel s'applique à la puissance motrice qui s'est modifiée définitivement dans le système considéré.

Voici quelques-uns des faits expérimentaux que résume cette loi :

Puissance calorifique. — Échange de chaleur entre le foyer et le condenseur dans la machine à vapeur, entre les deux soudures dans la pile thermoélectrique. Il faut toujours l'intervention de deux sources de chaleur au moins dont l'une perd de la chaleur et l'autre en gagne.

Puissance électrique. — Variations corrélatives des électricités dites négatives et positives. Il y a toujours au moins deux corps dont l'état électrique se modifie simultanément.

Force vive, travail. — Déplacement simultané des différents corps qui s'attirent, changement simultané de vitesse des corps qui se choquent.

Cette loi générale conduit, comme M. G. Mouret (¹) l'a fait voir dans le cas particulier de la chaleur, à une conséquence très importante qui peut être généralisée à toutes les puissances motrices et qui est la suivante :

Dans tout échange de puissance motrice effectué par voie réversible, il existe entre la grandeur des changements corrélatifs de même nature une relation nécessaire indépendante des états intermédiaires de la transformation et des machines mises en œuvre. Il est toujours sous-entendu qu'il s'agit d'un système partiellement isolé, c'est-à-dire que le système considéré comprend tous les corps sans aucune exception qui éprouvent des changements corrélatifs de même espèce.

On le démontre en employant le raisonnement bien connu de Sadi Carnot qui consiste à faire deux opérations inverses de manière à ramener l'un des corps à son état initial; le second doit aussi y revenir, sans quoi on aurait réussi à modifier un seul des corps en présence, ce qui est contraire au principe général admis comme point de départ.

On peut encore énoncer cette loi en disant que *dans toute dépense de puissance motrice par voie réversible il y a une fonction des changements corrélatifs de même nature qui reste constante.* Il faut demander à l'expérimentation scientifique la détermination de cette fonction dont la connaissance achèvera de

(¹) G. Mouret, *Sadi Carnot et la Science de l'énergie* (*Revue générale des Sciences*; 1892).

préciser le sens de la loi générale qui avait pu être déduite de la simple observation des faits. On obtient ainsi les relations suivantes bien connues :

Travail (Newton). — Conservation du centre de gravité

$$m\,dl + m'dl' + \ldots = 0.$$

Force vive (Descartes). — Conservation de la quantité de mouvement

$$m\,du + m'du' + \ldots = 0.$$

Élasticité. — Conservation du volume

$$dv + dv' + \ldots = 0.$$

Électricité (Faraday). — Conservation de la quantité d'électricité

$$di + di' + \ldots = 0.$$

Toutes ces relations dont l'existence a été démontrée *a priori* nécessaire dans le cas des transformations réversibles se trouvent encore être exactes dans le cas des transformations irréversibles.

Il n'en est plus de même pour la chaleur qui constitue ainsi une exception parmi les diverses espèces de puissance motrice.

Chaleur (Clausius). — Conservation de l'entropie,

$$\frac{dq}{t} + \frac{dq'}{t'} + \ldots = 0.$$

On vient d'établir que dans tout échange réversible de chaleur entre deux sources à des températures différentes, à toute quantité de chaleur échangée par une des sources correspond une quantité de chaleur échangée par l'autre source déterminée entièrement, c'est-à-dire ne dépendant que de la température des sources et de la quantité de chaleur échangée par la première source, mais indépendante des intermédiaires mis en œuvre dans la transmission de chaleur. D'autre part, d'après le mode de fonctionnement des machines, il est bien évident que les quantités de chaleur échangée par chaque source varient proportionnellement l'une à l'autre. On pourra donc convenir de prendre comme définition et mesure de la température absolue les quantités cor-

respondantes de chaleur échangées dans une même opération réversible. Cette convention se traduit, en tenant compte de la proportionnalité qui existe entre les quantités de chaleur échangées dans différentes opérations, par l'égalité ci-dessus.

Pour établir la relation qui existe entre les températures absolues ainsi définies et les températures usuelles mesurées sur le thermomètre à air, on emploiera pour l'utilisation de la puissance motrice de deux sources une machine à gaz parfaits à laquelle on fera décrire un cycle composé de deux isothermes et de deux échauffements à volume constant, en se servant pour les calculs des données numériques fournies par les expériences de Joule, Regnault, etc. sur les chaleurs spécifiques et chaleurs de détente des gaz parfaits. On est conduit ainsi à une relation identique à celle qui exprime la conservation de l'entropie; on en conclut que les températures thermodynamiques sont *pratiquement* identiques aux températures absolues du thermomètre.

Cette relation, démontrée dans le cas des transformations réversibles, ne se vérifie plus dans les transformations irréversibles. Ainsi, il est bien évident que dans la chute de chaleur par conductibilité d'un corps chaud à un corps froid, on a

$$\frac{dq}{t} + \frac{dq'}{t'} > 0.$$

Il y a intérêt pour la facilité du langage, de réunir sous une dénomination commune toutes ces grandeurs dont la variation individuelle est indispensable au développement de la puissance motrice, mais dont la somme totale reste invariable. On peut adopter l'expression de *capacité* (Inhalt, Capacität), proposée par MM. Meyerhoffer et Ostwald, qui rappelle les analogies de ces grandeurs avec l'une d'entre elles, le volume qui est la capacité de puissance motrice des phénomènes élastiques.

La loi de conservation des capacités a été établie dans le cas de systèmes partiellement isolés; on peut partir de là pour une nouvelle généralisation de l'expression d'isolement partiel et l'étendre à tous changements d'un système qui s'effectuent sans variation de capacité.

DEUXIÈME LOI.

CONSERVATION DE LA PUISSANCE MOTRICE.

Le principe expérimental qui sert de base à cette loi n'est que la généralisation du principe mécanique de l'impossibilité du mouvement perpétuel. On peut, sous sa forme la plus brève, l'énoncer ainsi :

Principe expérimental. — *Il est impossible de créer de la puissance motrice.*

Cet énoncé veut dire que, toutes les fois qu'un système de corps acquiert la propriété de se transformer spontanément et par suite de pouvoir développer de la puissance motrice, un autre système a dû perdre la même propriété. Le fonctionnement de toutes nos machines sans aucune exception vérifie ce principe ; son exactitude est surtout démontrée par ce fait que les tentatives innombrables des inventeurs ayant pour objet de le mettre en défaut ont toutes échoué.

On déduit de ce principe expérimental une première conséquence relative aux phénomènes réversibles qui constitue ce que l'on doit appeler la loi de Sadi Carnot.

La puissance motrice échangée par voie réversible avec l'extérieur par un système partiellement isolé ne dépend que de l'état initial et de l'état final de ce système ; elle est indépendante de ses états intermédiaires et des machines mises en œuvre.

C'est-à-dire que les changements d'un système extérieur donné corrélatifs d'un même changement du système considéré seront dans tous les cas identiques. On le démontrera dans le cas des transformations réversibles par le raisonnement bien connu de Carnot, en invoquant l'existence établie précédemment d'une relation nécessaire entre les changements corrélatifs qui se produisent (conservation de l'entropie, par exemple, dans les échanges de chaleur). Le raisonnement est indépendant, comme l'a fait remarquer M. G. Mouret, de la nature de la relation en question, il suffit seulement qu'elle existe. C'est pour cela qu'on arrive au

même résultat, en partant, comme l'avait fait Sadi Carnot, de l'hypothèse inexacte de la conservation du calorique, ou en partant, comme on le fait aujourd'hui, du principe d'équivalence. On se reportera pour la démonstration complète au travail déjà cité de M. G. Mouret.

Cette loi constitue un premier acheminement vers la mesure de la puissance motrice; elle montre que c'est une grandeur dont la variation est déterminée exclusivement par les états extrêmes entre lesquels le système considéré a changé.

La loi de Carnot conduit à cette seconde conséquence : *deux changements réversibles déterminés de deux systèmes qui se sont montrés équivalents au point de vue de la production de la puissance motrice dans une certaine condition le seront encore dans toutes les autres.* C'est-à-dire, par exemple, qu'une machine à vapeur et un accumulateur, supposés, bien entendu, sans résistances passives, qui, pour une chute donnée de chaleur et d'électricité, auront élevé un même poids à une même hauteur, produiront encore des effets identiques dans toutes les circonstances où on les utilisera parallèlement, ainsi produiront une même charge électrique d'un condensateur, décomposeront par électrolyse une même quantité d'eau. La démonstration résulte immédiatement de ce que l'effet produit par un changement donné d'un système est indépendant des états intermédiaires et des machines mises en œuvre. Pour électrolyser l'eau par exemple, on pourra commencer par transformer les deux quantités de puissance motrice disponibles en travail, dont la grandeur, d'après l'hypothèse, sera la même dans les deux cas. En appliquant ensuite ces deux quantités de travail identiques à électrolyser de l'eau par l'intermédiaire d'une dynamo, il est bien évident que le résultat sera le même dans les deux cas.

Cette loi d'*équivalence* fait faire un second pas vers la mesure de la puissance motrice; elle montre que l'on peut définir, repérer la puissance motrice développée dans un changement donné d'un système de corps par un quelconque des effets réversibles qu'elle est susceptible de produire, par exemple en indiquant le nombre de kilogrammes qu'elle pourrait élever à 1^m de hauteur.

Pour arriver à la mesure définitive de la puissance motrice, il ne reste plus qu'à montrer que c'est une grandeur *additive,*

c'est-à-dire que deux sources de puissance motrice identiques produiront un effet double d'une seule d'entre elles. Cela est évident d'après le fonctionnement de toutes nos machines; on peut donc dire qu'une source de puissance motrice qui produit un effet double d'une autre, qui élève un nombre double de kilogrammes à 1^{m} de hauteur, développe une puissance motrice double. Le nombre de kilogrammètres produits mesure donc bien la grandeur de la puissance motrice développée.

La marche suivie ici est identique à celle que l'on emploie pour définir et mesurer toutes les grandeurs physiques : la force, la masse, la quantité de chaleur, la quantité d'électricité, etc., pour lesquelles on commence par établir la propriété d'équivalence et celle d'additivité.

Expression de la puissance motrice. — La définition et la mesure de la puissance motrice étant ainsi données, on peut chercher par voie expérimentale la relation qui existe entre la grandeur de cette puissance motrice exprimée au moyen de son unité le kilogrammètre et les grandeurs des changements du système de corps qui la développe, exprimés au moyen de leurs unités particulières. On trouve ainsi les relations suivantes à un coefficient numérique près dépendant du choix des unités :

Travail............. $fm\,dl + f'm'\,dl' + \ldots$

d'après les expériences faites sur le levier, la poulie

Force vive.......... $um\,du + u'm'\,du' + \ldots$

d'après les expériences sur la chute des corps;

Élasticité........... $p\,dv + p'\,dv' + \ldots$

comme pour le travail mécanique;

Électricité.......... $e\,di + e'\,di' + \ldots$

d'après les expériences sur la transformation de l'électricité en travail au moyen des dynamos et d'expériences analogues;

Chaleur............. $dq + dq' + \ldots$

que l'on peut encore écrire, en multipliant et divisant chaque terme

par t,

$$t\frac{dq}{t}+t'\frac{dq'}{t'}+\ldots,$$

d'après les expériences sur la détente isotherme des gaz parfaits qui ont déjà servi à établir le principe de conservation de l'entropie.

On remarquera que, dans tous les cas, l'expression de la variation de puissance motrice peut se mettre sous la forme d'une somme de termes se rapportant chacun à un seul des corps du système, chacun de ces termes étant un produit de deux facteurs dont l'un, d'après la définition donnée précédemment, est une variation de *capacité* de puissance motrice et l'autre (force, vitesse, tension élastique, température, tension électrique) joue un rôle analogue à celui de la force dans le travail mécanique. On peut réunir ces grandeurs analogues sous la dénomination commune de *tension* de puissance motrice, par analogie avec l'une d'entre elles, la tension élastique.

Les expressions ci-dessus de la puissance motrice peuvent, en tenant compte de la loi de conservation des capacités de puissance motrice, être mises sous une forme plus avantageuse pour les applications numériques, que l'on obtient en faisant disparaître par une simple élimination la variation de capacité d'un des corps en présence :

Travail.............	$(f'-f)m'\,dl'+(f''-f)m''\,dl''+\ldots$
Force vive..........	$(u'-u)m'\,du'+(u''-u)m''\,du''+\ldots$
Élasticité....	$(p'-p)\,dv'+(p''-p)\,dv''+\ldots$
Électricité..........	$(e'-e)\,di'+(e''-e)\,di''+\ldots$
Chaleur............	$(t'-t)\frac{dq'}{t'}+(t''-t)\frac{dq''}{t''}$

Ces formules ne renferment que des tensions relatives (vitesses relatives, tensions électriques relatives) qui, dans bien des cas, sont les seules que nous sachions mesurer. Les vitesses absolues, tensions électriques absolues, nous échappent jusqu'ici totalement.

Dans le cas où l'on prend les unités usuelles du kilogrammètre, de la calorie et du joule, les coefficients numériques par lesquels il faut multiplier ces expressions de la puissance motrice pour avoir leur valeur en kilogrammètres sont :

Équivalent mécanique de la chaleur 425
Équivalent mécanique de l'électricité 0,102

Quand un système éprouve des transformations simultanées de différentes natures, on démontre facilement que sa variation totale de puissance motrice est égale à la somme des variations de puissance que produirait isolément chacun des changements considérés.

Les deux dernières conséquences que l'on peut déduire du principe de l'impossibilité de créer de la puissance motrice et qui constituent à proprement parler la loi de conservation de la puissance motrice sont les suivantes :

1° *La variation de puissance motrice d'un système partiellement isolé qui revient à son état initial après une série de transformations réversibles est nulle.* — Cela résulte de ce que cette puissance motrice étant indépendante de la série des transformations par lesquelles se fait le passage de l'état initial à l'état final est le même que si le système avait tout le temps conservé son état initial sans aucun changement, conditions dans lesquelles le développement de puissance motrice serait évidemment nul.

2° *La variation de puissance motrice d'un système totalement isolé qui éprouve une transformation réversible quelconque est nulle.* — S'il n'en était pas ainsi, si la somme algébrique des variations de puissance motrice des diverses parties du système n'était pas nulle, on pourrait ramener le système considéré à son état initial en produisant au dehors de la puissance motrice, ce qui serait contraire au principe général, car on serait arrivé à accumuler de la puissance motrice dans un système extérieur sans aucune dépense corrélative.

TROISIÈME LOI.

CONSERVATION DE L'ÉNERGIE.

Principe expérimental. Il est impossible de détruire de la puissance motrice sans créer de la chaleur. — C'est là un fait banal d'expérience reconnu tout d'abord par Rumford et Davy dans la destruction du travail mécanique ; par Joule dans la destruction de la puissance électrique (échauffement des fils); de la

force vive (échauffement des corps par le choc). Dans le cas de puissance motrice mettant en jeu des phénomènes calorifique, il faut préciser un peu plus l'énoncé de ce principe pour distinguer la part de la chaleur dont la création peut être attribuée à la destruction de la puissance motrice. On peut énoncer ainsi ce principe d'une façon rigoureuse : *il est impossible de ramener à son état initial un système de corps qui a éprouvé une transformation irréversible sans lui fournir de la puissance motrice et lui enlever de la chaleur*. C'est-à-dire qu'il ne suffit pas de lui restituer une certaine quantité de puissance motrice par l'intermédiaire d'une machine qui assure son isolement thermique, il faut encore lui enlever de la chaleur par contact avec un corps extérieur; c'est dans ce sens que l'on peut dire dans tous les cas qu'il y a eu définitivement de la chaleur créée. Deux corps à des températures inégales mis en contact donnent lieu à une chute irréversible de chaleur qui constitue une dépense de puissance motrice; si l'on veut, en employant une machine réversible, remonter du corps froid au corps chaud, la chaleur qui est tombée en sens inverse, on n'arrivera jamais à ramener à la fois les deux corps à leur état initial : si l'un y revient, l'autre sera à une température trop élevée et il faudra le mettre en contact avec un corps extérieur pour lui enlever une certaine quantité de chaleur.

Les expériences précises de Joule ont permis de compléter ce premier énoncé purement qualitatif. Elles ont montré que : *il existe un rapport constant entre la puissance motrice détruite et la chaleur créée; de plus, ce rapport est le même que dans la transformation réversible du travail en puissance calorifique*. Cet énoncé signifie que pour ramener à son état initial un système qui a éprouvé une transformation irréversible, il faut, en employant les unités usuelles du kilogrammètre et de la calorie, lui fournir sous forme de puissance motrice de nature appropriée un nombre de kilogrammètres et lui enlever un nombre de calories qui soient entre eux dans le rapport de 425 à 1.

M. G. Mouret a montré récemment que cette équivalence entre la chaleur créée et la puissance motrice détruite pouvait être déduite d'un principe général assez plausible *a priori* qui n'est que l'extension aux phénomènes irréversibles de la loi démontrée par Carnot pour les phénomènes réversibles. Son énoncé est le même

en supprimant seulement la restriction relative à la réversibilité.

La puissance motrice extérieure mise en jeu par tout changement d'un système partiellement isolé ne dépend que de l'état initial et de l'état final de ce système.

On démontre, en partant de là, que le rapport de la chaleur créée au travail détruit est le même dans les transformations réversibles et irréversibles et est le même à toute température.

Puissance motrice des corps isolés. — Toutes les lois énumérées ici s'appliquent à des systèmes complexes, les seuls qui puissent développer de la puissance motrice. Mais l'on peut, et cela est intéressant pour certaines applications, étendre ces lois aux corps isolés. Deux méthodes permettent d'atteindre ce résultat, celle de Sadi Carnot, aujourd'hui classique, qui part de cette remarque que, dans les opérations réversibles faites à l'aide de machine, la machine et les sources de puissance motrice éprouvent à chaque instant des changements égaux et de signe contraire; de telle sorte que les relations numériques relatives aux sources et abstraction faite des machines, qui expriment les lois de conservation de la capacité des puissances motrices et de conservation de la puissance motrice sont immédiatement applicables à la machine, abstraction faite des sources.

Mais on peut suivre encore une marche plus satisfaisante à l'esprit, qui consiste à démontrer que l'expression de la variation de puissance motrice d'un ensemble de corps peut être décomposée en une série de termes se rapportant chacun à l'un des corps et ne dépendant que de l'état initial et de l'état final de chacun d'eux. De telle sorte que, dans le développement de la puissance motrice, chaque corps, pour un changement déterminé qu'il aura éprouvé, interviendra d'une quantité qui sera toujours la même, quels que soient les corps avec lesquels il soit mis en relation et les changements éprouvés par ces corps. On peut donc faire une répartition de la puissance motrice d'un système entre chacun des corps qui le compose et l'on retombe ainsi sur une expression identique à ce que l'on appelle habituellement l'énergie interne du corps.

Mais pour les applications aux phénomènes chimiques, il n'y a

pas lieu de faire une semblable distinction : les systèmes complexes réels sont seuls intéressants à considérer.

Résumé. — Nous avons établi que, dans toute transformation réversible d'un système partiellement isolé, c'est-à-dire revenu finalement à un volume, une entropie, une quantité d'électricité identique à celle de son état initial, la puissance motrice échangée avec l'extérieur a pour expression

$$\omega_1 - \omega_0 = \int \sum \Big[(f' - f), m' \, dl' + (u' - u), m' \, du' + (p' - p) \, dv' + 0,102 (e' - e) \, di' + 425 (t' - t) \frac{dq'}{t'} \Big],$$

le signe Σ s'étendant aux différents corps du système, moins un, et le signe $\int$ aux transformations successives de l'ensemble des corps réunis sous le signe précédent.

Cette variation de puissance motrice est nulle pour les transformations réversibles suivantes :

1° Pour toute transformation réversible d'un système *totalement* isolé *sans retour* à l'état initial

$$\omega_1 - \omega_0 = 0;$$

2° Pour toute transformation réversible, d'un système *partiellement* isolé *après retour* à l'état initial.

Dans le cas de transformations irréversibles, la puissance motrice diminue, et il faut, pour ramener à son état initial le système qui a éprouvé la transformation irréversible, céder par contact à un corps extérieur une quantité de chaleur et emprunter à un second système partiellement isolé une quantité de puissances motrices qui sont équivalentes entre elles

$$\omega_1 - \omega_0 = 425 \mathrm{Q}.$$

(*A suivre*).

SUR LA PRESSION INTÉRIEURE DANS LES FLUIDES ET LA FORME DE LA FONCTION $\varphi(pvt) = 0$;

PAR M. E.-H. AMAGAT.

I. Je me suis proposé dans le présent travail de rechercher, séparément, et en m'appuyant uniquement sur les lois expérimentales, une expression du terme appelé *pression intérieure,* dans les diverses formules proposées pour représenter la relation $\varphi(pvt) = 0$.

J'examinerai d'abord les lois que suit une expression que j'appellerai également *pression intérieure,* indépendamment de l'application qui peut en être faite aux formules en question, et que je commencerai par définir.

Lorsqu'une masse de gaz subit isothermiquement une variation de volume dv, le travail correspondant est $\mathrm{E}\,l\,dv$; soit

$$\mathrm{T}\frac{dp}{dt}\,dv.$$

Si l'on retranche le travail extérieur $p\,dv$, il reste, pour le travail intérieur,

$$\left(\mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p\right)dv.$$

La pression extérieure étant le quotient du travail extérieur par la variation de volume, il paraît naturel d'appeler pression intérieure l'expression entre parenthèses qui est le quotient du travail intérieur par la variation de volume, et que je désignerai par la lettre π.

J'examinerai d'abord les lois que suit cette fonction quand on fait varier les conditions de volume, de pression et de température.

J'ai donné, dans de précédentes Communications, des Tableaux assez étendus des valeurs de $\frac{dp}{dt}$ pour différents gaz; c'est avec les nombres de ces Tableaux qu'ont été calculés ceux qui suivent.

Voici d'abord les résultats pour l'acide carbonique et l'éthylène.

$$\pi = \left(\mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p\right) \text{ jusqu'à } 1000^{\text{atm}}.$$

Acide carbonique.

Volumes.	0°-20°.	20°-40°.	40°-60°.	60°-80°.	80°-100°.	0°-100°.	100°-200°.
	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm
0,02385	23	23	20	20	23	22	18
0,01636		46	45	40	42	43	35
0,01300			66	63	63	64	55
0,01000			112	102	102	105	92
0,00768			176	162	166	168	146
0,00578			277	269	267	271	250
0,00428			444	449	456	450	435
0,00316			773	804	836	804	805
0,00250		1258	1335	1334	1370	1324	1323
0,00200	2292	2189	2346	2362	2081	2254	
0,00187	2583	2845	2416			2614	

Éthylène.

Volumes.	0°-20°.	20°-40°.	40°-60°.	60°-80°.	80°-100°.	0°-100°.	100°-200°.
	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm
0,01666	47	44	44	46	44	45	39
0,01125		95	91	90	85	91	80
0,00833		156	142	149	152	152	142
0,00643		239	241	244	243	242	234
0,00500		365	373	381	381	375	375
0,00417		533	561	548	579	555	539
0,00350	760	804	820	820	867	814	764
0,00300	1168	1127	1160	1138	1190	1154	
0,00286	1214	1327	1227	1285	1321	1348	
0,00							
0,00							

Ces valeurs de π ont été obtenues au moyen de celles de $\frac{dp}{dt}$, relatives aux limites de température indiquées, et correspondent aux volumes constants inscrits dans la première colonne verticale; l'unité de volume étant toujours celui de la masse de gaz à zéro, sous la pression de 1 atmosphère. Les vides du Tableau correspondent à l'état de saturation.

On voit que les nombres d'une même ligne horizontale varient peu.

Si l'on tient compte de ce qu'une très petite variation de la valeur de $\frac{dp}{dt}$ entraîne une variation considérable de la valeur de π,

on conclura que la pression intérieure est sensiblement fonction du volume seul, quoique la valeur moyenne entre 100° et 200° soit un peu inférieure à la valeur moyenne entre 0° et 100°, surtout pour les faibles pressions. Je dois du reste rappeler que les expériences à 200° ont présenté d'assez grandes difficultés, et que les erreurs possibles (et principalement pour les faibles pressions) sont toutes dans le sens d'une diminution de $\frac{dp}{dt}$, et, par suite, de π.

Il est facile, du reste, de voir que la constance de la valeur de π dépend de celle de la valeur de $\frac{dp}{dt}$ dont les variations, comme on le sait, sont très faibles. Si en effet $\frac{dp}{dt}$ était rigoureusement fonction du volume seul, on aurait pour un volume donné v

$$\frac{dp}{dt} = \varphi(v),$$

d'où

$$p = \varphi(v)\,\mathrm{T} + \mathrm{C},$$
$$0 = \varphi(v)\,\theta + \mathrm{C},$$

et, par suite,

$$p = \varphi(v)(\mathrm{T} - \theta),$$

θ ne dépendant que du volume seul; on aurait donc

$$\mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p = \mathrm{T}\,\varphi(v) - (\mathrm{T} - \theta)\,\varphi(v) = \theta\,\varphi(v) = \Phi(v).$$

La pression intérieure serait donc rigoureusement fonction du volume seul; voyons maintenant comment elle varie avec le volume.

Les Tableaux qui précèdent montrent que π augmente rapidement quand le volume décroît, dans les limites de pression qu'ils comportent, c'est-à-dire jusque vers 1000 atmosphères; je n'ai pu jusqu'à présent étudier l'acide carbonique et l'éthylène au delà de cette limite, mais j'ai fait cette étude pour l'oxygène, l'azote, l'air et l'hydrogène jusqu'à 4000 atmosphères. Voici un Tableau relatif à ces gaz qui va permettre de continuer l'examen des valeurs que prend π sous des volumes beaucoup plus petits.

$$\pi = \left(T\frac{dp}{dt} - p\right).$$

Pressions à zéro.	Oxygène.		Azote.		Air.		Hydrogène.		
	Volumes.	π.	Volumes.	π.	Volumes.	π.	Volumes.	π.	β (depuis 0°
atm		atm		atm		atm		atm	
100	0,009265	34	0,009910	26	0,009730	26	0,010690	+ 1,5	9,00373
200	0,004570	135	0,005195	92	0,005050	99	0,005690	+ 9	0,00385
300	0,003208	260	0,003786	176	0,003658	190	0,004030	+ 14	0,00385
400	0,002629	383	0,003142	250	0,003036	299	0,003207	+ 16	0,0038[illegible]
500	0,002312	401	0,002780	313	0,002680	339	0,002713	+ 15	0,00379
600	0,002115	589	0,002543	371	0,002450	397	0,002386	+ 12	0,00375
700	0,001979	671	0,002374	413	0,002288	434	0,002149	+ 3	0,00369
800	0,001879	745	0,002247	447	0,002168	459	0,001972	— 8	0,00364
900	9,001800	811	0,002149	470	0,002071	476	0,001832	— 33	0,00358
1000	0,001735	877	9,002068	488	0,001992	485	0,001720	— 46	0,00355
1200	0,001635	1000	0,001946	505	0,001883	489	0,001557	— 71	0,00346
1800	0,001526	1149	0,001813	513	0,001754	469	0,001380	—143	0,00333
1500	0,001448	1252	0,001714	507	0,001662	425	0,001258	—225	0,00322
2000	0,001408	1286	0,001663	494	0,001613	383	0,001194	—284	0,00315
2200	0,011375	1293	0,091620	479	0,001570	338	0,001141	—348	0,00310
2400	0,001329	1283	0,001583	458	0,001533	287	0,001097	—410	0,00305
2600	0,001316	1257	0,001553	436			0,001059	—495	0,00298
2800	0,001292	1222	0,001525	410			0,001024	—578	0,00290

Les résultats consignés dans ces Tableaux sont relatifs à des limites de température comprises entre zéro et 100° pour les pressions inférieures à 1000 atmosphères et entre zéro et 50° environ au delà de cette pression, ce qui importe peu d'après ce qui a été dit plus haut, relativement à l'influence de la température; ces résultats ne sont pas, comme ceux du premier Tableau, les produits bruts du calcul, ils ont été obtenus au moyen de valeurs de $\frac{dp}{dt}$ prises sur des courbes tracées de manière à faire disparaître quelques irrégularités inévitables dans des séries de valeurs correspondant à des différences secondes, et qui ont permis de raccorder les résultats obtenus par deux méthodes différentes qui présentaient une lacune $\left(\text{seulement pour les valeurs de } \frac{dp}{dt}\right)$ vers la limite commune.

On voit que, pour l'oxygène, les valeurs de π, quand le volume diminue, croissent, passent par un maximum, puis commencent à décroître d'une façon bien nette, quoique peu accentuée.

Pour l'azote et l'air, la décroissance après le maximum est très notable, surtout pour l'air.

Enfin, pour l'hydrogène, π continue à décroître après le maximum jusqu'à devenir nul, après quoi il prend des valeurs négatives rapidement croissantes. Le fait est certainement général; l'ensemble des résultats ne permet aucun doute à cet égard.

Pour les gaz simples étudiés (peut-être pour tous ceux formés sans condensation), le phénomène se produit dans des limites de pression d'autant moins élevées que le gaz est plus parfait; mais il ne faudrait tirer de là aucune conclusion relativement à ceux du premier Tableau qui n'appartiennent point au même groupe : il serait donc fort intéressant de pousser plus loin leur étude.

On remarquera combien, au point de vue qui nous occupe, l'hydrogène est, sous le rapport de la perfection, en avance sur tous les autres gaz, combien, en particulier, les valeurs positives de π sont relativement faibles. On peut chercher à s'expliquer le changement de signe de π, soit par un changement de signe des forces moléculaires, soit par la réaction des molécules comprimées les unes contre les autres, soit par les deux effets; je ferai remarquer à ce sujet que, au moment où π s'annule, le volume pour l'hydrogène (0,00211 environ) est encore bien supérieur à la limite inférieure du covolume répondant à la forme des isothermes; ce volume, caractéristique pour chaque gaz, doit évidemment entrer dans la relation $\varphi(pvt) = 0$.

Enfin, je ferai encore une remarque : au moment où π est nul, le coefficient $\left(\frac{1}{p}\frac{dp}{dt} = \beta\right)$, qui passe aussi par un maximum, reprend très sensiblement la valeur (0,00367) qu'il a sous la pression normale alors que π est extrêmement petit; cela devait être, et, en effet, on a alors

$$\pi = \mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p = 0, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{dp}{p} = \frac{dt}{t},$$

et, par suite,

$$p = \mathrm{CT}, \qquad \text{au lieu de} \qquad p = \mathrm{C}(\mathrm{T} - \theta);$$

la pression est donc, comme dans les gaz parfaits, proportionnelle à la température comptée depuis le zéro absolu : on doit donc

retrouver pour β (partant ici de zéro) l'inverse de la température absolue.

II. Je me propose, maintenant, d'appliquer la fonction π dont j'ai précédemment étudié les lois à la relation $\varphi(pvt) = 0$, mise sous la forme généralement adoptée

$$(p + \mathfrak{P})(v - a) = \mathrm{RT}. \tag{1}$$

Il convient d'examiner d'abord si, d'après sa définition, π peut comme $\mathfrak{P}$ représenter cet effet attribué à l'attraction réciproque des molécules, tendant à diminuer le volume comme le ferait une pression extérieure, de telle sorte que les choses se passent comme si, cette attraction n'existant pas, la pression extérieure était $(p + \mathfrak{P})$.

Or, π est le quotient du travail intérieur par dv, de même que p est le quotient par dv du travail extérieur, et il est facile de voir que le raisonnement établissant que le travail extérieur est $\mathrm{P}\,dv$ est en tout point applicable au travail intérieur, à la condition que ce travail soit exclusivement celui des forces à l'effet desquelles on peut substituer celui d'une pression extérieure, ici l'attraction réciproque des molécules. Cela revient à admettre qu'à température constante le travail interne de la molécule est nul, c'est-à-dire que l'énergie moléculaire varie seulement avec la température, ce qui paraît très vraisemblable tant que les distances des molécules sont relativement grandes; pour un volume suffisamment petit on conçoit que la réaction des molécules pressées les unes contre les autres quand on fait varier ce volume, puisse donner lieu, à température constante, à un travail intramoléculaire, mais on conçoit aussi que ce travail devient alors l'un des facteurs de la pression intérieure effective et rentre, par suite, dans la somme dont le quotient par dv donne la valeur de cette pression.

On a vu que la constance de la valeur de π sous un volume donné dépend de celle de $\frac{dp}{dt}$ sous ce même volume; la substitution de l'expression de π dans la relation (1) conduit en quelque sorte à la réciproque, pourvu que $(v - \alpha)$, même modifié, soit fonction du volume seul. On a, en effet,

$$\left(p + \mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p\right)(v - \alpha) = \mathrm{RT},$$

d'où

$$\frac{dp}{dt} = \frac{R}{v - a} = \Phi(v).$$

D'autre part, j'ai montré, dans un de mes précédents Mémoires, qu'en partant de la relation $\varphi(pvt) = 0$ sous la forme (1), on est conduit, pour satisfaire aux données expérimentales, à considérer $\mathfrak{P}$ comme fonction du volume et de la température, et cependant il résultait de ces mêmes données que $\frac{dp}{dt}$ était fonction du volume seul; il y a là une contradiction qui n'est en réalité qu'apparente et qu'il est facile d'expliquer.

Je remarquerai d'abord que la démonstration supposait connue la valeur de a, que j'avais déduite du coefficient angulaire de la partie des isothermes qui paraissait sensiblement rectiligne; mais j'ai montré depuis que, prolongées jusque sous des pressions beaucoup plus considérables, ces isothermes conservent une courbure peu prononcée, mais certaine; par suite, la valeur numérique de a n'est plus déterminée, il faut alors modifier le raisonnement; on peut le faire ainsi qu'il suit :

Soient v et v' les volumes occupés par le gaz à T° sous les pressions P et P', puis à T'° sous la pression P_1 et P'_1. Nous aurons, en appliquant la relation (1) aux deux températures et en supposant que $\mathfrak{P}$ soit fonction du volume seul,

$$\frac{(P + \mathfrak{P})(v - a)}{(P' + \mathfrak{P}')(v' - a)} = 1, \qquad \frac{(P_1 + \mathfrak{P})(v - a)}{(P_1 + \mathfrak{P}')(v' - a)} = 1.$$

Ces relations peuvent être mises sous la forme

$$\frac{P(v - a)}{P'(v' - a)} = 1 + \frac{\mathfrak{P}'(v' - a) - \mathfrak{P}(v - a)}{P'(v' - a)},$$

$$\frac{P_1(v - a)}{P'_1((v' - a)} = 1 + \frac{\mathfrak{P}'(v' - a) - \mathfrak{P}(v - a)}{P'_1(v' - a)},$$

desquelles on tire, en éliminant $[\mathfrak{P}'(v' - a) - \mathfrak{P}(v - a)]$,

$$a = \frac{v'(P'_1 - P') - v(P_1 - P)}{P - P' + P'_1 - P_1}.$$

Cette formule doit évidemment donner pour a des valeurs indépendantes des volumes choisis pour faire le calcul au moyen des données expérimentales; or ce n'est pas ce qui a lieu; les valeurs de a diminuent avec les volumes choisis : elles varient du simple au double entre 100 et 1000 atmo-

sphères; par suite, l'hypothèse que $\mathfrak{P}$ est fonction du volume seul est inexacte, $\mathfrak{P}$ est aussi fonction de la température;

résultat en contradiction formelle avec ce qui précède.

Or, le résultat auquel nous venons d'arriver dépend essentiellement de la forme de fonction (1) que nous avons adoptée et que rien n'impose *a priori;* la contradiction peut donc parfaitement tenir à cette forme même; $\mathfrak{P}$ peut parfaitement n'être fonction que du volume seul, si, par exemple, a est aussi fonction de celui-ci; on est donc ainsi conduit à remplacer a par une fonction de v tendant vers une limite α au fur et à mesure que v tend lui-même vers cette limite. Il reste à déterminer les formes de cette fonction et de celle qui exprime la pression intérieure π.

La loi suivant laquelle π varie avec le volume conduit de suite à essayer la forme

$$\pi = \mathrm{A}\frac{v-\varepsilon}{v^m},$$

ε étant le volume sous lequel π s'annule avant de changer de signe; j'ai déduit précédemment des données expérimentales la valeur de ε pour l'hydrogène: j'ai pu ensuite, par des calculs assez pénibles, déterminer les valeurs des coefficients A et m.

Les valeurs de π sont bien représentées dans toute la série des volumes en prenant

$$\mathrm{A} = 0{,}000\,506, \qquad m = 3, \qquad \varepsilon = 0{,}002111.$$

Pour trouver l'expression de a, je remarquerai que la relation (1) devient, en y substituant $\left(\mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p\right)$ à la place de π,

$$\left(p + \mathrm{T}\frac{dp}{dt} - p\right)(v-a) = \mathrm{RT}, \qquad \text{soit} \qquad \frac{dp}{dt}(v-a) = \mathrm{R},$$

R étant une constante (0,00367); on pourra, au moyen du Tableau des valeurs de $\frac{dp}{dt}$, calculer celles de a pour toute la série des volumes.

On arrive à bien représenter l'ensemble des valeurs de a ainsi calculées, au moyen de l'expression

$$a_v = \alpha + \mathrm{B}(v-\alpha)^n.$$

Le calcul m'a conduit à

$$B = 0,0077, \quad n = \tfrac{1}{2}, \quad \alpha = 0,0004.$$

On arrive donc, en résumé, à la relation

$$\left(p + A\frac{v - \varepsilon}{v^m}\right)\left\{v - [\alpha - B(v - \alpha)^2]\right\} = RT.$$

Avec $m \equiv 3$ et $n = \frac{1}{2}$ pour l'hydrogène ; il reste à savoir si avec les autres gaz, pour lesquels la valeur de ε n'est point connue expérimentalement, on pourra représenter aussi facilement les valeurs de π et de a_v.

Voici maintenant un Tableau calculé pour l'hydrogène au moyen des coefficients qui précèdent ; il donne aux différentes températures pour la série des volumes occupés par le gaz à zéro sous des pressions croissant de 100 atmosphères en 100 atmosphères, les pressions calculées par la formule et celles qui ont été fournies par l'expérience.

A zéro.				47°,3.		99°,25.		200°.	
Expérience.	Formule.	Expérience.	Formule.	Expérience.	Formule.	Expérience.	Formule.	Expérience.	Formule.
atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm	atm
100	101,5	1200	1191	1164	1171	137	139,5	174	179
200	201,5	1400	1393	1273	1276	276	278,5	351	357
300	301	1600	1596	1390	1393	414	415	528	533
400	400	1800	1798	1505	1506	551	551	700	706
500	500	2000	2003	1737	1739	688	686	874	878
600	599	2200	2212	1960	1968	824	820	»	»
700	699	2400	2409	2184	2199	960	953	»	»
800	799	2600	2613	2418	2435	»	»	»	»
900	809	2800	2825	2642	2667	»	»	»	»
1000	998	»	»	2858	2890	»	»	»	»

Le plus grand écart relatif a lieu pour chaque température sous la pression la plus faible ; c'est ce qui arrive assez souvent pour le premier point d'une courbe, là où une légère erreur ne peut être rectifiée facilement par la direction de l'ensemble des points ; on voit, du reste, que l'accord est aussi satisfaisant pour les pressions les plus élevées que pour les pressions inférieures.

Enfin je terminerai en signalant une coïncidence intéressante. Si l'on calcule, au moyen des coefficients adoptés, la pression in-

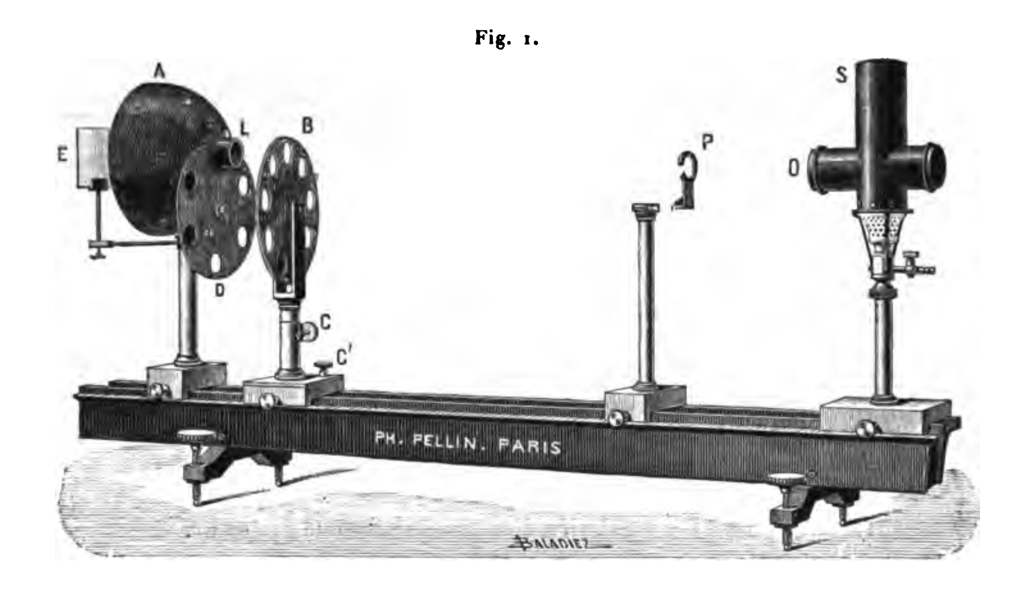
térieure pour un volume égal à l'unité, celui du gaz à zéro et sous la pression normale, on trouve $0^{atm},000875$; le travail intérieur serait donc les $\frac{875}{1000000}$ du travail extérieur, pour une variation isothermique de volume. Les expériences classiques de Lord Kelvin et Joule donnent $\frac{1}{1250}$, soit $\frac{800}{1000000}$; pour une question aussi délicate, l'accord peut être considéré comme satisfaisant.

BANC D'OPTIQUE POUR L'ÉTUDE DE LA VISION;

PAR M. ALBERT SANDOZ.

1. L'appareil se compose d'un banc d'optique d'une longueur de $1^{m},80$ sur lequel glissent des patins portant les pièces suivantes :

Fig. 1.



1° *Œil artificiel.* — Cet œil A est formé par une lentille convergente L (*cristallin*) de 5 dioptries, prise dans la boîte d'optique en usage dans les laboratoires de Physique médicale, et d'un diaphragme percé d'un trou pour simuler l'ouverture de la pupille.

2° *Écran rétine.* — En arrière de la lentille cristallin se trouve la rétine; c'est un écran en verre dépoli E, maintenu par un support à pince, qui peut glisser à frottement sur une tige carrée. Une vis de serrage le maintient fixe dans une position déterminée.

On peut ainsi réaliser *l'œil emmétrope, la myopie axile* ou *l'hypermétropie axile.*

Ces *amétropies* peuvent aussi s'obtenir en plaçant devant la lentille cristallin une *lentille convergente* ou *divergente :* on a ainsi *la myopie* ou *l'hypermétropie de courbure.*

Pour produire *l'œil astigmate,* il suffit d'accoler à la lentille cristallin, en L, une *lentille cylindrique.*

3° *Disque pour l'accommodation.* — L'accommodation s'obtient à l'aide des lentilles de la boîte d'optique, qui peuvent successivement venir se placer derrière la lentille cristallin et en augmenter graduellement la puissance.

Ces lentilles sont enchâssées dans un disque D, percé de six ouvertures, dans lesquelles elles pénètrent à frottement; elles y sont maintenues par un ressort. En faisant tourner ce disque, les lentilles se succèdent en augmentant de puissance. On peut à volonté remplacer les lentilles et avoir ainsi à sa disposition une nouvelle série.

La puissance d'accommodation est donnée *en dioptries* par la simple lecture du numéro du verre, inscrit sur sa monture.

4° *Disque optométrique.* — Sur un support B sont fixés deux disques pouvant tourner l'un vis-à-vis de l'autre. Ces disques portent chacun neuf ouvertures dans lesquelles se fixent à volonté les *lentilles positives* ou *négatives.*

C'est un moyen d'obtenir un grand nombre de combinaisons, soit en chargeant les deux disques de lentilles positives, soit l'un de lentilles positives et l'autre de lentilles négatives ou de lentilles cylindriques. Cet appareil est un véritable *optomètre,* il nous servira pour corriger les différentes *amétropies* que nous donnerons à l'œil artificiel.

Pour le centrage du disque B on dispose de crémaillères CC' permettant un mouvement vertical ou latéral.

5° *Objet.* — Comme objet nous prenons une bonnette O por-

tant une étoile, une fente ou un trou, éclairé par une lampe à gaz S munie d'un concentrateur.

6° *Support de verre correcteur.* — Un support P possède deux mouvements, l'un autour d'un axe vertical pour l'amener ou le retirer de l'axe optique du banc, l'autre autour d'un axe horizontal, donnant ainsi aux lentilles cylindriques l'orientation voulue pour corriger l'astigmatisme.

Ce support peut aussi recevoir les lentilles sphériques qui sont utilisées pour réaliser le microscope ou les autres instruments.

Sur la *fig.* 1, ce support P placé à 25^{cm} de l'objet O, porte une lentille convergente de 4 dioptries; il en résulte que les rayons sortent parallèlement et que l'objet semble être à l'infini.

2. Parmi toutes les expériences que ce banc d'optique permet de réaliser, nous nous bornerons à signaler ici celles qui se rapportent à la démonstration de la méthode très simple et très précise due au Dr Cuignet, de Lille, et appelée *méthode de l'ombre pupillaire.*

Voici comment on fait usage de cette méthode dans la pratique ophtalmologique. L'observateur se place à 1^{m} de la personne qu'il examine, et à l'aide d'un ophtalmoscope plan éclaire la pupille observée, de façon qu'elle paraisse rouge et lumineuse dans toute son étendue; la personne doit regarder au-dessus de l'épaule de l'observateur, à la hauteur de son oreille et le plus loin possible.

L'œil observé et l'épaule de l'observateur doivent être tous deux droits ou tous deux gauches.

L'observateur, voyant la pupille parfaitement éclairée, donne à l'ophtalmoscope un petit mouvement de rotation autour de son manche. Il aperçoit alors la tache lumineuse se déplacer sur le visage de la personne observée en même temps qu'une ombre envahit la pupille.

Trois cas peuvent se présenter :

1° L'ombre qui envahit la pupille est *inverse;* elle marche en sens contraire de la tache lumineuse.

L'œil observé regarde à moins d'un mètre.

Il est myope de plus d'une dioptrie.

2° L'ombre envahit en *masse* la pupille.

L'œil observé regarde à la distance à laquelle se trouve l'observateur, c'est-à-dire à un mètre.

Il est myope d'une dioptrie.

3° L'ombre qui envahit la pupille est *directe;* elle marche dans le même sens que la tache lumineuse sur le visage.

L'œil observé regarde au delà d'un mètre.

Il est hypermétrope, emmétrope ou myope de moins d'une dioptrie.

Dans le premier cas, pour mesurer le degré de *myopie,* on fait passer devant l'œil observé des verres divergents de puissance croissante jusqu'à ce que l'œil n'ait plus qu'une dioptrie de myopie; ce que l'on reconnaît à l'envahissement en masse de la pupille, comme cela arrive immédiatement dans le deuxième cas.

Il suffit donc de forcer d'une dioptrie le verre employé pour avoir le numéro du verre correcteur.

Exemple. — L'envahissement de la pupille s'est produit pour un verre divergent de quatre dioptries, le verre correcteur est de cinq dioptries.

Dans le troisième cas, pour faire la distinction entre *l'hypermétropie, l'emmétropie,* ou la *myopie* de *moins d'une dioptrie,* on place devant l'œil observé une lentille convergente d'une dioptrie.

1° Si l'ombre reste *directe,* l'œil observé est *hypermétrope.* On prend des verres convergents de puissance croissante jusqu'à l'envahissement en masse. A ce moment l'œil est rendu myope d'une dioptrie.

Il suffit de retrancher une dioptrie au verre employé, pour avoir le numéro du verre correcteur.

Exemple. — L'envahissement s'est produit pour un verre convergent de quatre dioptries, le verre correcteur est donc de trois dioptries.

2° Si l'ombre envahit en masse, l'œil observé est *emmétrope.*

3° Si l'ombre devient *inverse,* l'œil observé est *légèrement myope;* on place devant lui des verres convergents de moins d'une dioptrie, jusqu'à l'envahissement en masse de la pupille.

Il suffit donc de retrancher la puissance du verre employé

de une dioptrie pour avoir le numéro du verre correcteur, qui sera divergent.

Exemple. — L'envahissement s'est produit pour un verre convergent de 0,25 dioptrie, le verre correcteur est de 0,75 divergent.

La méthode de l'ombre pupillaire peut aussi être employée pour déterminer *l'astigmatisme*.

Il faut chercher, comme il est dit plus haut, le verre donnant l'envahissement en masse dans le méridien horizontal. Si dans le méridien vertical l'ombre reparaît, c'est qu'il existe une différence de courbure entre les deux méridiens.

On cherche le verre correcteur de chaque méridien; *la différence entre les deux verres correcteurs donne la valeur de l'astigmatisme.*

Une explication très simple du phénomène de l'ombre pupillaire a été donnée par M. le Dr Weiss, dans le Tome II de la *Revue générale des Sciences,* 1891.

Elle peut être ainsi résumée :

Une zone éclairée de la rétine de l'œil observé donne un faisceau émergent, l'observateur voit la pupille éclairée ou sombre en ses divers points, suivant sa position dans le faisceau, et, si l'on vient à déplacer la plage éclairée de la rétine observée, on verra des ombres envahir la pupille. Il est facile de voir que ce déplacement change de sens suivant que l'observateur est en deçà ou au delà du point d'intersection des divers cônes lumineux ayant pour base la pupille et pour sommet un point du plan sur lequel accommode l'œil observé.

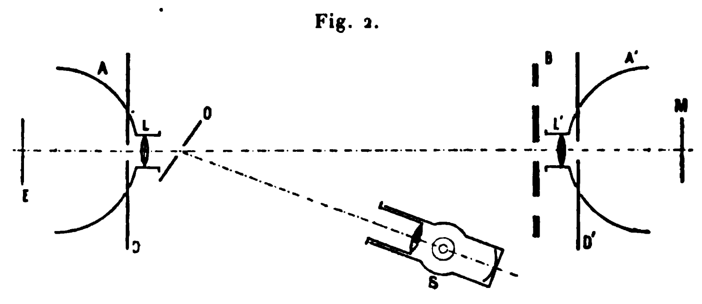
Les ombres centrales qui se produisent ne font pas partie de l'ombre pupillaire, elles sont dues au trou de l'ophtalmoscope, ainsi qu'il est facile de le vérifier, en se servant comme ophtalmoscope d'un verre platiné sans trou, au lieu du miroir percé ordinairement employé.

3. Le dispositif que nous avons employé pour répéter ces expériences est représenté *fig.* 2.

En A′ se trouve l'œil observé dont l'écran rétine est remplacé par un petit miroir réfléchissant M pour avoir plus de lumière. A 1m de l'œil observé, se place l'œil de l'observateur A et devant

lui une sorte d'ophtalmoscope plan O, convenablement orienté pour faire tomber sur A′ les rayons lumineux de la lampe S, dont on a supprimé le diaphragme.

Fig. 2.



S Source lumineuse.
O Ophtalmoscope plan.
M Miroir réfléchissant faisant office de rétine de l'œil observé A′.
B Disque optométrique pour faire la mesure de l'amétropie.
A Œil observateur.

Les deux cristallins LL′ des deux yeux AA′ sont constitués par deux lentilles convergentes de cinq dioptries.

Pour juger du sens de l'envahissement de l'ombre pupillaire, on place une feuille de papier blanc autour de la pupille observée; on peut, dans une obscurité suffisante, voir sur la rétine de l'œil observateur la tache produite sur ce papier par le faisceau éclairant. De la sorte, on sait si la tache pupillaire et cette zone éclairée sont envahies par l'ombre dans le même sens ou en sens inverse.

On règle la position de la rétine E de l'observateur pour avoir une image nette de l'ouverture de la pupille de l'œil observé A′.

Si donc on imprime un léger mouvement de rotation à l'ophtalmoscope et que l'*ombre pupillaire* et *la tache lumineuse marchent dans le même sens,* on sait que l'œil observé est *emmétrope, hypermétrope, ou myope de moins d'une dioptrie.*

Si l'ombre pupillaire et la tache se déplacent en sens inverse, l'œil observé est myope de plus d'une dioptrie.

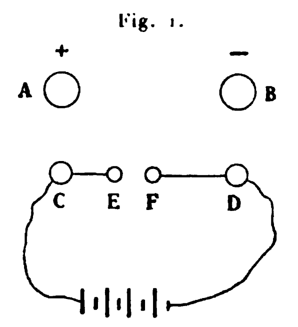
Si l'ombre pupillaire envahit en masse, l'œil observé est myope d'une dioptrie.

SUR UN NOUVEAU MOYEN DE PROVOQUER L'ARC ÉLECTRIQUE;

PAR M. BELLOC.

Si l'on met en regard des pôles A et B d'une machine statique, Wimshurst ou Holtz, un excitateur Mascart CE, FD, une étincelle va jaillir entre A et C, E et F, D et B. Si l'on fait communiquer les deux branches de l'excitateur avec les pôles d'une pile P, il sera toujours possible, avec une machine d'un débit suffisant, de provoquer encore le passage de l'étincelle aux mêmes points. Alors l'arc électrique pourra jaillir spontanément entre E et F, lorsque l'étincelle de la machine éclatera entre ces deux points.

Fig. 1.



La distance EF, pour laquelle le phénomène se produira, dépendra : 1° de la nature des pôles de la pile par rapport à ceux de la machine; 2° de la nature des électrodes E et F; 3° de la différence de potentiel de la pile; 4° du débit de la machine.

Voici la valeur maxima de EF pour une pile présentant une différence de potentiel de 50 volts.

Nature des électrodes.	Pôles de même nom en regard.	Pôles de noms contraires en regard.
	mm	mm
Charbon	0,5	1
Cuivre	1	3
Zinc	1,5	3,5
Cuivre-zinc		3,5

Ainsi cette distance est beaucoup plus grande lorsque C est —

et D + et ces conditions étant satisfaites, avec des électrodes de nature différente, on obtient le maximum d'effet; elle augmente aussi avec le potentiel de la pile. L'arc ne se produit plus, lorsque la machine n'a pas de condensateur ou lorsqu'elle est remplacée par une bobine Ruhmkorff. La distance augmente avec une machine Holtz à quatre plateaux et peut atteindre 7^{mm} à 8^{mm} avec le zinc; mais l'arc ne se maintient pas, il produit des éclairs. Avec des courants alternatifs, la distance se réduit de beaucoup et l'arc est remplacé par une série d'éclairs.

L'expérience réussit aussi avec une bonne machine Ramsden.

En résumé, on peut allumer l'arc électrique, comme on allume le gaz, avec l'étincelle d'une machine statique; et, toutes choses égales d'ailleurs, l'alternance des pôles aidera beaucoup à la production du phénomène.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES, T. CXIV ET CXV, 1892.

BOSSCHA. — Sur la précision des comparaisons d'un mètre à bouts avec un mètre à traits, t. CXIV, p. 950.

M. Bosscha maintient ses précédentes assertions, d'après lesquelles la comparaison du nouveau prototype du mètre avec l'étalon des Archives serait en erreur d'environ deux microns et demi. Il exprime l'avis que cet écart est probablement dû à ce que la Commission mixte n'a pas fait usage des appareils installés par la Section française pour maintenir un abaissement suffisant de la température.

Général DERRÉCAGAIX. — Nouvelle mesure de la base de Perpignan, t. CXIV, p. 272.

Cette base est une de celles déjà mesurées par Delambre. Les termes établis par Méchain sont sur le bord extérieur du fossé de la route de Perpignan à Narbonne. On a fait, comme Delambre, la mesure sur la chaussée de la route à l'aide de repères provisoires définis par les pieds des perpendiculaires abaissées de chacun des termes sur la ligne à mesurer. La base est brisée vers le milieu de

sa longueur par un coude de 42 minutes marqué par un repère. La mesure a été faite avec l'appareil bimétallique employé pour la base de Paris. Un contrôle a été obtenu en établissant en trois tronçons de la base un réseau de triangulation. L'accord a ressorti à l'approximation $\frac{1}{250000}$. Les altitudes des repères ont été déterminées par un nivellement de précision qui les rattache aux repères les plus voisins du nivellement général de la France. La longueur a été trouvée égale à 11706^{m},69.

Ce résultat est supérieur de 0^{m},29 à celui de Delambre et inférieur de 0^{m},05 ou $\frac{1}{234000}$ à la longueur calculée en partant de la nouvelle base de Paris.

L. BASSOT. — Sur la nouvelle méridienne de France, t. CXV, p. 706.

Une nouvelle chaîne a été établie entre Dunkerque et la frontière d'Espagne; on a déterminé de nouveau les coordonnées du Panthéon. La mesure des bases a été faite en fonction de l'étalon métrique international. Enfin on a déterminé le nouvel arc de méridien et les parallèles. De la base de Paris à celle de Perpignan, la mesure a fait ressortir un écart de $\frac{1}{234000}$. L'accord a été trouvé parfait aux côtés communs avec les triangulations anglaise, belge, italienne; mais il reste du côté de l'Espagne un désaccord de $\frac{1}{65000}$. L'arc français s'applique presque exactement sur l'ellipsoïde de Clarke, dont l'aplatissement est $\frac{1}{293,46}$. De Dunkerque à Carcassonne l'arc nouveau surpasse celui de Delambre de 44^{m},7, soit $\frac{1}{20000}$. Les coordonnées géodésiques calculées en partant de celles du Panthéon ont été d'accord à moins de 1" avec les mesures directes.

HATT. — Des coordonnées rectangulaires, t. CXIV, p. 1248.

Application d'un système conventionnel de coordonnées rectangulaires à la triangulation des côtes de Corse, t. CXV, p. 459.

M. Hatt représente la position d'un point à la surface de la Terre par un système de coordonnées planes. Il établit des relations simples entre les erreurs moyennes des coordonnées des différents points et en déduit les erreurs de position relatives et absolues de ces points. Il a appliqué ce procédé au levé hydrographique des côtes de Corse. Les résultats sont satisfaisants et

comportent l'emploi de formules plus simples que celles des méthodes ordinairement employées.

VASCHY. — Sur les considérations d'homogénéité en Physique, t. CXIV, p. 1416.

C. CLAVENAD. — Sur les considérations d'homogénéité en Physique et sur une relation entre la vitesse de propagation d'un courant, la capacité et le coefficient de self-induction de la ligne, t. CXV, p. 470.

VASCHY. — Sur les considérations d'homogénéité en Physique. Réponse à une Note de M. Clavenad, t. CXV, p. 597.

M. Vaschy a démontré le théorème suivant (*Ann. télégraphiques*, p. 25, janvier-février 1892) :

Si, entre n paramètres $a_1, a_2, \ldots, a_n$, *dont les p premiers sont rapportés à des unités fondamentales distinctes (longueur, masse, temps, etc.), et les n — p autres à des unités dérivées des précédentes (force, vitesse, etc.), il existe une relation*

$$f(a_1, a_2, \ldots, a_n) = 0$$

indépendante des grandeurs que l'on peut attribuer aux unités fondamentales, ces n paramètres satisfont également à une relation

$$\varphi(x_1, x_2, \ldots, x_{n-p}) = 0$$

ne contenant plus que n — p paramètres $x_1, x_2, \ldots, x_{n-p}$, *qui sont des fonctions monomes de* $a_1, a_2, \ldots, a_n$ $(x_k = a_1^\alpha a_2^\beta \ldots a_n^\lambda)$.

Il montre qu'on peut déduire de ce théorème la démonstration de diverses relations entre les grandeurs physiques, notamment de la relation

$$v\sqrt{\gamma\lambda} = A,$$

où v désigne la vitesse de propagation des premières traces d'un courant dans une ligne électrique, γ la capacité de cette ligne par unité de longueur, λ la self-induction par unité de longueur, A une constante numérique.

M. Clavenad fait à cette théorie quelques objections qui sont réfutées par M. Vaschy.

H. POINCARÉ. — Sur la théorie de l'élasticité, t. CXIV, p. 385.

Soit un prisme rectangle élastique, dont les six faces sont

$$x = \pm a, \qquad y = \pm b, \qquad z = \pm c.$$

Supposons que les faces $z = \pm c$ soient soumises à des forces extérieures quelconques, les autres faces restant libres. M. Poincaré démontre qu'au milieu de l'arête $x = a, y = b$, le rapport des rayons de courbure pris par une des faces adjacentes est égal à

$$\frac{-\lambda}{2\lambda + 2\mu},$$

λ et μ étant les deux coefficients de Lamé.

FLAMANT. — **Sur la répartition des pressions dans un solide rectangulaire chargé transversalement, t. CXIV, p. 1465.**

Soit un prisme rectangulaire élastique, homogène, de hauteur et d'épaisseur indéfinies, limité en largeur entre deux plans rigides le long desquels ses faces peuvent glisser. Supposons qu'une charge normale uniforme soit appliquée en tous les points d'une droite perpendiculaire à ces faces. L'auteur démontre que la pression totale sur un élément plan est indépendante de sa direction, ne dépendant que de sa position et de sa projection sur une perpendiculaire au rayon vecteur mené à cet élément, à partir d'une origine prise au milieu de la ligne pressée. En appelant $d\alpha$ l'angle sous-tendu sur cette projection, la pression totale est exprimée par

$$\frac{2P}{\pi} \cos\alpha \, d\alpha$$

et dirigée vers l'origine, P étant la pression exercée par unité de longueur.

BOUSSINESQ. — **Des perturbations locales que produit au-dessous d'elle une forte charge, répartie uniformément le long d'une droite normale aux deux bords, à la surface supérieure d'une poutre rectangulaire et de longueur indéfinie posée de champ soit sur un sol horizontal, soit sur deux appuis transversaux équidistants de la charge, t. CXIV, p. 1510.**

Vérifications expérimentales, t. CXV, p. 51.

M. Boussinesq cherche à étendre la solution proposée par M. Flamant dans l'article précédent au cas d'un prisme de hauteur finie reposant sur deux appuis transversaux. Pour cela il superpose au précédent mode d'équilibre un second mode d'équilibre où la

base supérieure du prisme serait libre, mais où la base inférieure serait soumise à des actions égales et contraires à celles qu'y développe le premier mode d'équilibre, le prisme étant supposé indéfini vers le haut. En appliquant le même mode de raisonnement alternativement aux faces supérieure et inférieure, on obtient une série indéfinie de termes décroissants de plus en plus compliqués. On arrive ainsi à établir l'existence de deux points neutres où l'isotropie est conservée dans le plan des zx, pourvu que l'écart des appuis excède quatre fois un quart la hauteur de la poutre. L'auteur étend ensuite les résultats à un prisme libre sur ses faces latérales. M. Carus Wilson, en observant la biréfringence à travers des prismes de verre ainsi comprimés, a obtenu des résultats conformes à ses vues théoriques, dont une partie est due à M. Stokes.

C. LIMB. — Sur la détermination du moment du couple de torsion d'une suspension unifilaire, t. CXIV, p. 1057.

A un fil de laiton de $128^{cm},15$ de longueur et de $0^{cm},0435$ de diamètre est fixée une pince cylindrique, portant un miroir et vissée au centre de la base supérieure d'un cylindre de laiton, de zinc ou d'étain.

Le moment d'inertie I du cylindre ayant été déterminé, on mesure la durée t d'oscillation de torsion, et l'on obtient pour le coefficient c de torsion du fil

$$c = \frac{4\pi^2 I}{t^2}.$$

L'axe du cylindre n'étant pas exactement dans le prolongement du fil, il faut lui donner des dimensions telles que cette circonstance n'altère pas le moment d'inertie. Il faut pour cela qu'on ait entre la longueur et le rayon la relation

$$L = R\sqrt{3}.$$

Les expériences très concordantes ont donné comme moyenne

$$c = 746,4.$$

Le coefficient K de Coulomb pour le fil de laiton employé a

donc pour valeur

$$k = \frac{cl}{d^4} = 3,797 \times 10^{10} \text{ C.G.S.}$$

G. DEFFORGES. — **De la nature de la rotation du couteau d'un pendule sur son plan de suspension, t. CXIV, p. 28.**

Le mouvement de l'arête du couteau d'un pendule, pour une rotation infiniment petite d'angle $d\theta$, peut être ramené à la rotation autour d'un axe parallèle à l'arête du couteau, et coupant le rayon de courbure de la courbe de section droite de l'arête en un point déterminé, situé entre le point de contact et le centre de courbure. Il y a donc glissement de l'arête, et dans un pendule réversible ce glissement équivaut à un accroissement de la distance des couteaux. On mesure ce glissement à l'aide de franges d'interférence produites entre deux glaces, dont l'une est portée par le support, et l'autre par l'extrémité d'une fourchette qui s'appuie sur les parties de l'arête du couteau débordant le plan de suspension. Le déplacement des franges a mis en évidence un glissement de $0^{\mu},2$ pour un pendule de 1^{m} pesant 5^{kg}. En faisant la correction de glissement, on a établi la concordance entre les longueurs du pendule à secondes déduites de l'observation dans le même lieu de quatre pendules différents munis des mêmes couteaux.

DEFFORGES. — **Mesure de l'intensité absolue de la pesanteur à Breteuil (Bureau international des Poids et Mesures), t. CXV, p. 104.**

Cette mesure a été faite dans la salle du Comparateur universel où ont eu lieu les mesures de longueur des pendules, avec le concours de M. Benoît. L'heure a été communiquée par une horloge Bréguet, placée à l'Observatoire de Paris. Deux pendules de Brunner frères, du modèle réversible et de poids égaux, oscillant sur les mêmes couteaux et le même support, ont été observés dans le vide et dans l'air successivement. Leurs longueurs étaient 1^{m} et $0^{m},5$. Des précautions minutieuses ont été prises pour écarter les diverses causes d'erreur. Un accord parfait a été trouvé entre les observations qui ont conduit, pour la longueur du pendule à secondes et pour l'accélération, aux valeurs

$$L = 0^{m},993\,952,$$
$$g = 9^{m},809\,91.$$

CAILLETET et COLARDEAU. — Recherches expérimentales sur la chute des corps et sur la résistance de l'air à leur mouvement; expériences exécutées à la tour Eiffel, t. CXV, p. 13.

Le mobile tombe d'une hauteur de 120^m au-dessus du sol. Il est fixé à l'extrémité d'un fil très fin et très léger, qui le suit dans son mouvement avec une très faible résistance. Ce fil est divisé en sections de 20^m, dont chacune est enroulée sur un cône de bois à sommet tourné vers le bas. Après le déroulement de chaque section, le fil passe entre les deux branches d'une pince légère, et interrompt le circuit d'un courant, en provoquant ainsi l'enregistrement du temps sur un cylindre tournant. Les auteurs ont constaté par des expériences préalables que l'effort de la pince ne ralentit un mobile du poids de 1^{kg}, après une chute de 20^m, que de moins de $0^{mm},2$ par seconde. Les retards dus aux résistances passives opposées par le fil sont très faibles, car, d'une part, la durée de la chute d'une flèche de bois lestée par une pointe métallique effilée ne diffère que de $\frac{2}{100}$ de ce qu'elle serait dans le vide; d'autre part, en enregistrant le départ et l'arrivée d'un mobile, on a pu comparer les durées de sa chute avec ou sans le fil; la différence n'atteint pas $\frac{1}{100}$.

La résistance opposée par l'air à des plans d'égale surface a été trouvée indépendante de leur forme. Elle croît plus vite que le carré de la vitesse. Les expériences ont été faites par des temps calmes pour éviter l'accroissement de résistance dû au glissement tangentiel de l'air.

J. BOUSSINESQ. — Sur une légère correction additive qu'il peut y avoir lieu de faire subir aux hauteurs d'eau indiquées par les marégraphes, quand l'agitation houleuse ou clapoteuse de la mer atteint une grande intensité; cas d'une mer houleuse, t. CXV, p. 77.

Cas d'une mer clapoteuse, *ibid.*, p. 149.

M. de Caligny a constaté que la moyenne des pressions successives exercées en un même point par un liquide agité est moindre que la pression constante qu'exercerait en ce point le même liquide au repos. M. Boussinesq établit que c'est cette pression moyenne sur l'orifice du conduit de communication du bassin latéral du marégraphe qui détermine la hauteur de l'eau dans ce

bassin. Cette hauteur est donc un peu inférieure à la hauteur moyenne de la mer agitée. Il calcule cette dépression dans les différents cas. Il trouve qu'elle est faible, mais sensible pour une mer houleuse, insignifiante pour une mer clapoteuse.

H. PARENTY. — Sur le calcul pratique de la dimension des orifices d'écoulement de la vapeur d'eau saturée dans l'atmosphère, en régime constant et en régime varié; application aux soupapes de sûreté, t. CXV, p. 109.

M. Parenty a précédemment établi pour le débit en volume des gaz une formule, d'après laquelle un maximum de débit se produit, grâce à la rupture de la veine, au-dessous d'une certaine valeur de la contre-pression. En appliquant cette formule à la vapeur d'eau saturée, il est conduit à admettre que le volume débité à l'air libre par un orifice déterminé est sensiblement constant et indépendant de la pression. Il pose ensuite le problème de la détermination des dimensions d'une soupape permettant l'évacuation de la vapeur introduite dans un cylindre de locomotive, à contre-marche et à contre-vapeur. Mais les données expérimentales font encore défaut pour l'intégration de la formule qui conduirait à la solution de cette question.

P. VIEILLE. — Sur la loi de résistance des cylindres utilisés dans les manomètres crushers, t. CXV, p. 1468.

L'étude directe du mode de fonctionnement du manomètre crusher par les appareils inscripteurs a montré que, pour toutes les poudres usitées, il y a équilibre à chaque instant entre la pression motrice et la résistance opposée par le cylindre. M. Vieille reprend la mesure de ces résistances, à l'aide d'un appareil qui se compose d'un piston libre du système de M. Amagat, de $0^{m},33$ de diamètre, reposant par l'intermédiaire d'une masse d'huile de ricin sur un bain de mercure communiquant avec un manomètre à air libre de 4^{m} de hauteur. Le cylindre de cuivre est écrasé sur la tête du piston et le manomètre mesure les pressions jusqu'à 4500^{kg} par centimètre carré. Une disposition ingénieuse permet d'éliminer les frottements. L'écrasement obtenu a été reconnu indépendant de la durée des déformations. La table de tarage statique précédemment établie par MM. Sarrau et Vieille se trouve ainsi applicable en toutes circonstances.

P. VIEILLE. - Emploi des ressorts dans la mesure des pressions explosives, t. CXV, p. 1268.

Il résulte des expériences de MM. Sarrau et Vieille que, dans les appareils crushers, le rapport $\frac{\tau}{\tau_0}$ de la durée τ du développement de la pression à la durée τ_0 de la demi-période vibratoire du système élastique ne doit pas dépasser 3 à 4 pour que l'appareil fonctionne statiquement. M. Vieille a montré que cette conclusion s'étend aux autres types de ressorts, en opérant sur les ressorts à boudin en usage dans les indicateurs des machines à grande vitesse et sur divers autres ressorts. Il a déterminé la période vibratoire de ces systèmes à l'aide d'explosifs à combustion rapide, puis il a cherché avec des explosifs à combustion lente les conditions d'un enregistrement statique. La formule

$$\tau_0 = \pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

relie la durée τ_0 à la masse et au coefficient k d'accroissement de résistance par millimètre de flexion. La masse du piston par unité de section est déterminée par des nécessités pratiques. Le maximum de τ_0 résultant de la valeur de τ, on a, pour une pression maxima donnée, une pression maxima déterminée $\frac{P}{\omega}k$. Avec la pression de 2400^{kg} par centimètre carré usitée dans les armes actuelles, l'amplitude limite du tracé ne peut dépasser 1^{mm}. L'usage du microscope s'impose donc pour la lecture de ces tracés.

H. GILBAULT. — Sur la compressibilité des solutions salines, t. CXIV, p. 209.

La méthode employée est celle de M. Cailletet. La compressibilité saline, ou excès de la compressibilité de la solution sur celle de l'eau, est proportionnelle à la concentration, pour de faibles concentrations; elle croît ensuite moins rapidement. Pour un même sel, elle est proportionnelle à la compressibilité du dissolvant. Le produit de la compressibilité saline par l'équivalent du métal tend à devenir constant pour les sels de même acide, quand l'équivalent du radical acide tend vers zéro. Relation analogue pour les sels de même métal.

P. GALOPIN. — Sur les variations de température de l'eau comprimée subitement à 500^{atm} entre 0° et 10, t. CXIV, p. 1525.

La variation de température due à la compression adiabatique des liquides est déterminée par la formule de W. Thomson

$$dt = \frac{t\alpha v}{EC} dp.$$

Pour intégrer cette équation, il faut connaître les variations de αv et de C avec la pression et la température. On ne connaît pas les valeurs numériques de $\frac{dv}{dp}$ en fonction de t. L'auteur se propose de mesurer directement la variation finie de température θ due à la compression brusque de l'eau.

L'appareil se compose d'un cylindre d'acier, dont les dimensions intérieures sont 4^{cm} de diamètre et 39^{cm} de longueur. Un tube d'acier central reçoit le réservoir du thermomètre. Une pompe Cailletet permet d'exercer, par l'intermédiaire d'un tube de cuivre, une pression pouvant atteindre 1000 atmosphères. L'instrument est placé dans un calorimètre. Les précautions nécessaires ont été prises pour écarter l'influence du rayonnement. Pour tenir compte de la chaleur absorbée ou fournie par l'acier, on a été conduit à multiplier par 1,52 les élévations de température observées.

Les expériences faites sur l'eau distillée bouillie, à 500 atmosphères, entre 0° et 10°, ont montré qu'entre ces limites la compression de l'eau entraîne toujours une élévation de température, même pour un accroissement de pression lent. L'élévation de la pression fait donc baisser la température du maximum de densité assez rapidement pour que θ soit positif, au lieu d'être négatif. De 0° à 1°, les valeurs de θ croissent rapidement.

C. MALTÉZOS. — Mesures directe et indirecte de l'angle de raccordement d'un liquide qui ne mouille pas le verre, t. CXV, p. 977.

La mesure de l'angle de raccordement a été faite indirectement par Desains au moyen des équations approximatives

$$H^2 = 2a^2(1 - \sin i) \quad (1)$$

et

$$(2) \qquad q = 2a\cos\frac{i}{2} + \frac{2a^2}{3l}\,\frac{1-\sin^3\frac{i}{2}}{\cos\frac{i}{2}} - \frac{2a^2}{b}.$$

Pour le mercure et le verre, H désigne la dépression du mercure dans un vase large, près d'une lame de verre plane verticale, a^2 est la constante capillaire inconnue, i l'angle de raccordement, q la plus grande épaisseur d'une large goutte de mercure posée sur une plaque de verre horizontale, l le rayon de la base de la goutte, b le rayon de courbure au sommet.

L'auteur propose de remplacer l'équation (2) par l'équation plus approchée

$$(3) \qquad \cos i + \frac{\sin i}{2l}(q - z') = \frac{q - z'}{2a^2}\left(q + z' - \frac{a^2}{L}\right),$$

où L est le plus grand rayon de la goutte et z' la distance du plan qui contient la plus grande circonférence au plan tangent au sommet.

Une glace horizontale sur laquelle est posée une large goutte de mercure est visée par une lunette qu'on peut faire tourner autour de son axe optique, en mesurant l'angle de rotation. La croisée des fils est amenée à coïncider avec le point de raccordement sur le contour apparent. Le fil horizontal coïncide successivement avec le plan du support et avec la tangente à la courbe méridienne de contour apparent. L'angle décrit est l'angle de raccordement. Les mesures ainsi faites pour des gouttes de divers rayons de base concordent beaucoup mieux avec les équations de Maltézos qu'avec celles de Desains.

C. MALTÉZOS. — Les microglobules lenticulaires liquides. — Conditions d'équilibre et de formation, t. CXV, p. 717 et 796.

Quand on laisse tomber du mercure par la très petite ouverture d'un cône de papier, la colonne se sépare à peu de distance de l'ouverture en plusieurs fils distincts formés d'une alternance de grosses et de petites gouttes. Quelques-unes se réfléchissent sur le fond du vase et vont se loger dans les inégalités latérales. Quand on verse de l'eau, elles flottent sur ce liquide en le dépri-

mant. Dans ce cas ces microglobules ont leur face inférieure plus courbe que la supérieure, tandis que c'est l'inverse pour une goutte d'eau posée sur le mercure, avant son extension. L'auteur a pu mesurer le diamètre et par suite la masse de ces microglobules en les retirant avec un papier; ils prennent alors la forme sphérique. En étudiant différents liquides ainsi superposés, M. Maltézos a obtenu des microglobules stables dans différents cas, tandis que dans d'autres la gouttelette s'étale indéfiniment.

Il montre qu'au théorème généralement admis relativement à la condition d'équilibre de trois fluides non miscibles en contact il faut substituer le suivant :

Pour que l'équilibre d'une goutte liquide posée sur la surface libre d'un autre liquide soit possible, il faut que les trois tensions superficielles et les composantes de l'excès du poids de la goutte sur la poussée puissent se faire équilibre tout le long de la courbe commune.

Ce théorème conduit aux conséquences suivantes vérifiées par l'expérience : « Suivant qu'un liquide s'étale sur la surface d'un autre ou forme des microglobules, on obtient dans la position inverse des liquides la formation de microglobules ou l'étalement. »

P. MARIX. — Sur un moyen d'amener en contact intime, et en proportions déterminées, deux liquides non miscibles, t. CXIV, p. 1261.

On fait arriver lentement dans un vase les deux liquides en proportion voulue. On les fait sortir sous pression, par une fente étroite horizontale, et l'on règle la pression, en sorte que le débit soit égal à l'alimentation. Après une période de réglage, la surface de séparation se place d'elle-même à la hauteur de la fente, et les deux liquides sortent dans la proportion où ils entrent, en restant en contact par une large surface. La méthode est applicable à trois liquides.

IZARN. — Sur quelques résultats fournis par la formation de bulles de savon, au moyen d'un savon résineux, t. CXV, p. 878.

M. Izarn propose pour la confection des bulles de savon et l'étude des propriétés des membranes l'emploi d'un savon ré-

sineux obtenu en faisant bouillir avec de l'eau 10gr de colophane pure et 10gr de carbonate de potasse. Les lamelles obtenues présentent une souplesse, une élasticité et une résistance remarquables.

G. VAN DER MENSBRUGGHE. — Sur la cause commune de l'évaporation et de la tension superficielle des liquides, t. CXV, p. 1059.

L'auteur cherche à établir théoriquement la réalité de la tension superficielle. Si un point de la couche supérieure est tiré vers l'intérieur par une force A, il est sollicité vers l'extérieur par une force K — A. Il y a écartement des particules dans le sens normal, et par suite dans le sens tangentiel au voisinage de la surface libre. Si l'écart dans le sens normal dépasse une certaine valeur, les particules extrêmes se séparent de la couche; c'est le phénomène de l'évaporation.

A. WITZ. — Recherches sur la réalisation de l'état sphéroïdal dans les chaudières à vapeur, t. CXIV, p. 411.

DE SWARTE. — Réclamation de priorité, *ibid.*, p. 1419.

A. WITZ. — Influence de la masse du liquide dans les phénomènes de caléfaction, t. CXV, p. 38.

DE SWARTE. - Nouvelle réclamation, *ibid.*, p. 334.

On admet généralement qu'un grand nombre d'explosions de chaudières sont dues à la production de l'état sphéroïdal par l'alimentation en présence de parois rougies et à la cessation de cet état avec production subite d'une grande masse de vapeur. M. Witz combat cette théorie par des expériences faites sur des chaudières dont il fait rougir la paroi avant d'y introduire de l'eau distillée. Il constate que la vitesse de formation de la vapeur va en croissant d'une manière continue à mesure que la température de la paroi est plus élevée. Il a atteint ainsi jusqu'à une vaporisation de 934kg,3 par heure et par mètre carré. Il n'y aurait donc pas état sphéroïdal, mais vitesse de vaporisation excessive.

M. de Swarte rappelle qu'il a publié des résultats et des conclusions analogues en 1886, dans les *Annales industrielles*.

M. Witz repousse cette réclamation, en faisant observer que ses expériences peuvent se prolonger indéfiniment, tandis que celles de M. de Swarte ne durent que quelques secondes. La

grande masse du liquide est la cause à laquelle il attribue l'absence d'état sphéroïdal.

M. de Swarte insiste sur ses observations.

V. CHABAUD. — Sur un nouveau modèle de thermomètre à renversement pour mesurer les températures de la mer à diverses profondeurs, t. CXIV, p. 65.

Dans la position retournée des thermomètres à renversement, le mercure du réservoir presse sur l'étranglement et peut, soit le fendiller, soit fournir des gouttes qui vont se joindre à la colonne thermométrique. M. Chabaud construit ces thermomètres avec une tige recourbée en U, de sorte que le réservoir est placé latéralement. Une petite chambre ménagée dans la tige reçoit les gouttes qui se détacheraient accidentellement.

L.-C. BAUDIN. — Sur la dépression du zéro, observée dans les thermomètres recuits, t. CXV, p. 933.

Quand les thermomètres formés d'un verre ou d'un cristal déterminé ont été recuits à 440°, puis laissés longtemps en repos, la dépression du zéro qu'on observe pour une élévation momentanée à 100° suivie d'un refroidissement à 0° est plus faible que dans les thermomètres non recuits préalablement. Elle est d'autant plus faible que le recuit a été plus prolongé, et peut se trouver réduite pour certains verres à la moitié de sa valeur primitive.

R. PICTET. — Étude des phénomènes physiques et chimiques sous l'influence de très basses températures, t. CXIV, p. 1245.

Une éprouvette pleine de chloroforme et contenant un thermomètre est placée dans un réfrigérant contenant du protoxyde d'azote solide maintenu à — 120°. La cristallisation commence quand le thermomètre marque — 68°,5. On porte l'éprouvette dans un réfrigérant contenant de l'acide carbonique à —80°. Au lieu de se développer, les cristaux fondent et le thermomètre descend à — 80°. Si l'on reporte l'éprouvette dans le premier réfrigérant, les cristaux se reforment, et la température remonte à — 68°,5. L'explication que l'auteur propose pour ce singulier phénomène semble difficile à admettre. G. FOUSSEREAU.

(*A suivre*).

SUR LA CONSTITUTION DES ONDES PARAGÉNIQUES DE DIFFRACTION, FRANGES DES RÉSEAUX PARALLÈLES;

PAR M. GEORGES MESLIN.

J'ai étudié précédemment (¹) les franges rigoureusement achromatiques, c'est-à-dire alternativement blanches et noires obtenues à l'aide d'un réseau; or, si on continue à les observer de plus en plus près du réseau, elles deviennent de plus en plus fines et l'on voit apparaître des colorations distribuées de la façon suivante : les franges noires continuent à rester sombres, mais, sur deux franges brillantes consécutives, l'une d'elles s'illumine en violet, tandis que l'autre se colore en jaune; le même phénomène se produit dans tout le champ qui se trouve alors couvert de ces deux couleurs alternées; la périodicité existe encore, mais il faut traverser deux franges noires pour retrouver la répétition des mêmes apparences; en avançant lentement le microscope, on observe une grande variété de couleurs, mais celles qu'on observe le plus généralement sont le violet-mauve associé au jaune, le vert associé au rose, ou encore le bleu à côté du blanc ou blanc-jaunâtre; les deux couleurs associées sont donc à peu près complémentaires, et, pendant ce déplacement, on retrouve à plusieurs reprises les mêmes apparences qui deviennent plus complexes lorsque la distance est plus faible encore : les franges noires sont alors très fines, l'intervalle de deux d'entre elles se resserre, tandis que l'intervalle voisin s'élargit et se subdivise en bandes colorées avec un axe bleu, rose ou jaune; dans tous les cas, le phénomène reste périodique.

Enfin, en continuant à approcher, les colorations deviennent moins vives jusqu'au moment où l'on vise le réseau lui-même; elles apparaissent de nouveau lorsque l'on vise au delà (²).

Ces alternances colorées ne peuvent guère s'expliquer par la

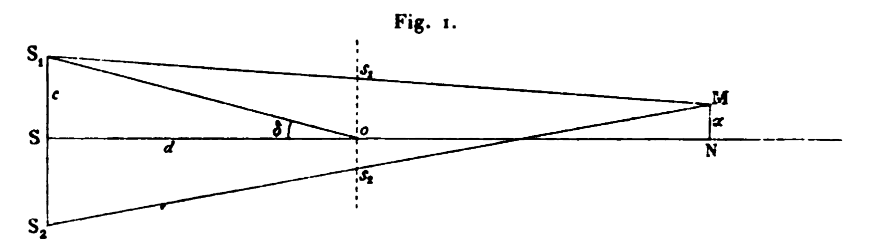
(¹) *Journal de Physique*, 3ᵉ série, t. III, p. 168 (avril 1894).

(²) Pour pouvoir faire plus commodément des mesures, j'ai cherché à obtenir des photographies de ces phénomènes; je les ai exécutées en transformant l'oculaire du microscope en chambre noire et en y introduisant de petites plaques sensibles orthochromatiques de 1ᶜᵐ de côté; la chambre où l'on opérait était

théorie approchée que nous avons exposée précédemment; voici en outre deux expériences qui suscitent de semblables difficultés :

Lorsqu'on déplace transversalement le point S, S_1 et S_2 étant entraînés dans ce mouvement (*fig.* 1), les franges devraient se déplacer dans le même sens; or *elles se transportent en sens in-*

Fig. 1.



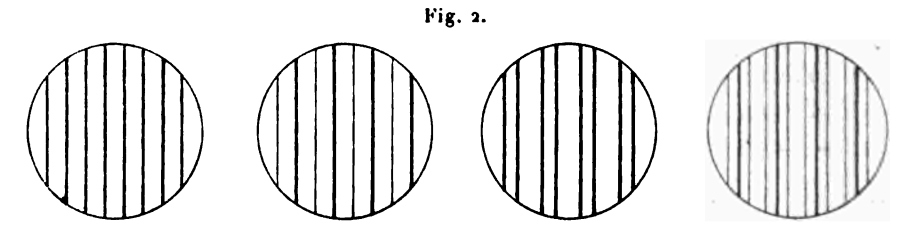
verse. De même, lorsqu'on déplace transversalement le réseau, S_1 et S_2 restent immobiles, comme le démontre le raisonnement qui sert à les obtenir (¹); or, *les franges se déplacent d'un mouvement continu dans le sens de la translation.*

Ces difficultés proviennent de ce qu'on a assimilé les ondes paragéniques aux ondes ordinaires, alors qu'elles ont une constitution toute différente. Lorsque des rayons lumineux émanés d'un point S subissent une réflexion ou une réfraction sur une surface aplanétique Σ (*fig.* 3), ils vont passer par un point S_1 réel ou virtuel; on sait qu'en vertu du principe d'Huygens, les différents chemins qui vont de S en S_1 sont parcourus en des

---

rendue obscure et le microscope, placé dans un chevron fixé dans l'embrasure de la fenêtre, recevait les rayons solaires tombant sur la fente. Ces photographies

Fig. 2.

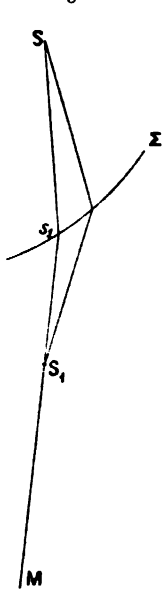


peuvent ensuite être examinées avec un fort grossissement et l'on y retrouve des dispositions périodiques et différentes pour chaque phénomène coloré; la *fig.* 2 représente quelques-unes de ces dispositions.

(¹) *Voir* MASCART, *Optique*, t. I, p. 366.

temps égaux, de sorte que la phase en S_1 diffère de la phase en S d'une quantité constante, indépendante de la direction considérée pour la propagation du mouvement vibratoire. De même, en étudiant l'action exercée en un point M, on reconnaît que cette action provient d'une très petite zone de la surface Σ avoisinant le point s_1 où la droite MS_1 coupe Σ, le chemin Ss_1M jouissant

Fig. 3.



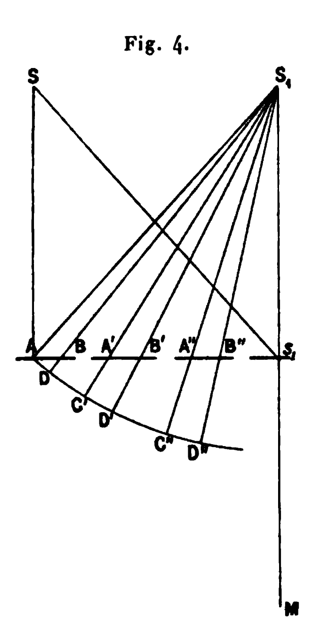
de la propriété d'être de durée minimum. On peut en outre démontrer que l'action est la même sur tous les points M situés sur une sphère décrite de S_1 comme centre : en un mot, la nouvelle onde a une structure uniforme.

Ces propriétés ne se retrouvent plus pour les ondes paragéniques de diffraction obtenues en faisant tomber sur un réseau les rayons émanés de S.

1° Les mouvements vibratoires envoyés en S_1 (image diffractée de S) par les différents points du réseau ne sont plus concordants entre eux; d'après la méthode qui sert à déterminer S_1, on reconnaît que deux points homologues (*fig.* 4) A, A', de deux éléments consécutifs envoient en S_1 (réellement ou virtuellement)

des mouvements qui concordent ou plutôt qui diffèrent de λ; de même, deux autres points homologues B, B' envoient aussi des mouvements concordants entre eux, mais le mouvement émané de A ne concorde plus avec le mouvement émané de B et les mou-

Fig. 4.



vements reçus en S_1 ont une phase qui croît d'une façon continue au fur et à mesure que change autour de S_1 la direction suivant laquelle ce mouvement lui parvient; cette phase augmente de λ lorsqu'on passe d'un point du réseau au point homologue de l'élément adjacent.

2° Cette propriété se retrouve pour les différentes ondes dont le centre est en S_1; la phase y varie d'une façon continue; on démontre de même que l'amplitude y change d'une façon périodique, de sorte qu'une telle onde, au lieu d'avoir une constitution uniforme, a une structure *crénelée* qui est en rapport avec la structure périodique du réseau qui lui a donné naissance.

3° Le chemin Ss_1M ne représente plus maintenant le trajet de durée minimum, et l'on peut se demander pourquoi il y a encore une zone efficace autour du point s_1, pourquoi, en un mot, la lumière semble provenir du point s_1 comme l'expérience l'indique; quelle

est la propriété dont jouit cette direction S_1 M, qui la différencie des directions voisines. On reconnaît aisément que c'est au voisinage de cette direction que se trouvent, sur deux éléments consécutifs, deux points homologues envoyant en M des mouvements différents de λ; ou enfin, *c'est au voisinage de* s_1 *que se trouvent deux éléments qui envoient des mouvements infiniment voisins d'être concordants;* telle est la propriété qui caractérise dans ce cas la région efficace; les régions éloignées de s_1 envoient des mouvements qui se détruisent par interférence par suite de la modification de la propriété précédente à mesure qu'on s'éloigne de s_1.

4° Le raisonnement précédent justifie la substitution du point S_1 au point S, mais il en résulte quelques conséquences nouvelles; nous avons admis que le mouvement provenait sensiblement du point s_1; dans le cas des ondes ordinaires, cette hypothèse ne suscite guère de difficultés, car, si l'on tient compte de la zone efficace, on peut démontrer, en s'appuyant sur le synchronisme des différents points de l'onde, que le mouvement vibratoire peut être considéré comme émané de s_1, à condition d'ajouter un retard fictif égal à $\frac{\lambda}{4}$; ici le calcul sera loin d'être aussi simple : 1° parce que la phase varie d'une façon continue sur l'onde qui passe par s_1; 2° parce que l'amplitude subit en même temps des variations, le mouvement vibratoire émané des différents points d'un même élément du réseau n'ayant pas la même grandeur à cause de la constitution même de l'élément. En composant au point s_1 ces mouvements, on se trouvera amené, pour tenir compte de la zone efficace, à ajouter un retard φ_1 déterminé par la position de s_1 sur l'élément et à multiplier l'amplitude par un facteur a_1 périodiquement variable dans les mêmes conditions.

5° On voit donc que, pour calculer la phase en M, il faut connaître la phase en s_1, y ajouter le retard φ_1 et celui qui correspond à s_1M; mais le retard en s_1 ne peut se calculer d'après la phase en S_1 augmentée du retard $S_1 s_1$, car on a vu que la phase en S_1 n'est pas déterminée et qu'elle varie avec la direction considérée, si bien que, si on calcule ce retard par rapport à S_1 considéré comme centre d'une onde ordinaire, il devient nécessaire d'ajouter un terme complémentaire ψ_1 pour tenir compte de la correction

en question. Le retard ainsi calculé sera la somme de trois termes $\chi_1 + \psi_1 + \varphi_1$.

χ_1 qui représente la distance S_1M.

ψ_1 qui tient compte de la position de s_1 sur le réseau.

φ_1 qui tient compte de la zone efficace qui entoure s_1, c'est-à-dire de la position de s_1 sur cette zone.

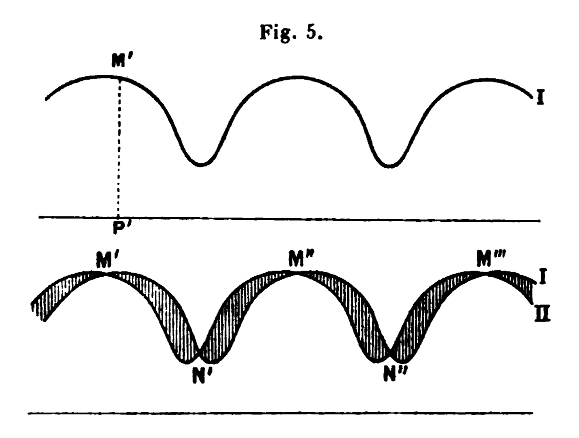
6° Considérons alors un point S éclairant un réseau, les rayons se diffractent à droite et à gauche en formant des ondes paragéniques dont les centres sont en S_1 et S_2 (*fig.* 1); soit un point M qui reçoit de la lumière diffractée qui provient de ces deux sources, la phase du premier mouvement est $\chi_1 + \psi_1 + \varphi_1$; la phase du second est $\chi_2 + \psi_2 + \varphi_2$; la différence de phase est

$$\chi_1 - \chi_2 + \psi_1 - \psi_2 + \varphi_1 - \varphi_2.$$

On peut démontrer que la somme des quatre premiers termes est constamment nulle.

Il ne reste donc que le retard $\varphi_1 - \varphi_2$; φ_1 est une fonction périodique représentée par (I) (*fig.* 5); φ_2 est représentée par une

Fig. 5.



courbe symétrique de la première (II) ou obtenue par le déplacement de celle-ci, si elle présente elle-même une symétrie comme l'élément du réseau; $\varphi_1 - \varphi_2$ est représenté par la différence d'ordonnées de ces deux courbes et l'on reconnaît qu'en général $\varphi_1 - \varphi_2$ n'est pas nul sauf aux points où les deux courbes se coupent, et l'on peut montrer que cette circonstance se présente à

des intervalles égaux à ceux qui séparent les points où la théorie approchée prévoyait l'existence d'une frange brillante. Calculons en effet la distance $Os_1 = u_1$ (*fig.* 1) et supposons pour fixer les idées que S se trouve sur la normale au milieu d'un élément; on a

$$\frac{c-u_1}{c-x} = \frac{d}{y}, \qquad u_1 = c - \frac{d}{y}(c-x) = n\lambda d - \frac{d}{y}\left(n\lambda d - \frac{ky}{4nd}\right).$$

Calculons de même $Os_2 = u_2$:

$$\frac{c-u_2}{c+x} = \frac{d}{y}, \qquad u_2 = c - \frac{d}{y}(c+x) = n\lambda d - \frac{d}{y}\left(n\lambda d + \frac{ky}{4nd}\right);$$

le nombre d'éléments du réseau contenus dans u_1 et u_2 est $u_1 n$ et $u_2 n$, la différence du nombre d'éléments est

$$(u_1 - u_2)n,$$

ce qui donne

$$\frac{k}{2},$$

et comme, aux points en question, k est un nombre pair, il en résulte que les deux segments Os_1 et Os_2 ne diffèrent que par un nombre entier d'intervalles du réseau; les fractions d'éléments sont les mêmes de part et d'autre et les deux points s_1 et s_2 sont tels que, *reportés sur un même élément, ils sont symétriques l'un de l'autre;* les quantités φ_1 et φ_2, qui sont déterminées par cette position de s_1 et de s_2, auront donc la même valeur, ainsi que les coefficients a_1 et a_2 ; il y a donc concordance complète en ces points, mais en ces points seulement.

Si le point S ne se trouvait pas sur un axe de symétrie du réseau, la conclusion précédente subsisterait pour tous les points obtenus par l'intersection de l'écran avec les différentes droites qui joignent le point S, soit au milieu d'une partie opaque, soit au milieu d'une partie transparente ; en ces points, les mouvements vibratoires s'ajoutent intégralement; aux points voisins, cette concordance n'existe plus, il y a une différence de phase qui peut atteindre une fraction notable de λ ; si elle approche de $\frac{\lambda}{2}$, l'interférence sera de plus en plus complète et il y aurait même destruction totale du mouvement, s'il n'y avait de variation du facteur qui modifie l'amplitude; on aura donc une frange sombre qui se

dédoublera en deux autres lorsque, entre deux points de concordance, le retard pourra prendre une valeur supérieure à $\frac{\lambda}{2}$.

Cette théorie montre que les franges brillantes sont les projections déterminées par S sur l'écran des milieux des parties opaques et transparentes; il doit donc y en avoir deux fois plus que d'éléments projetés dans le même espace; c'est ce qui résulte des mesures faites antérieurement (*Journal de Physique,* avril 1894; p. 170). Leur liaison avec le faisceau de droites qui les déterminent montre comment elles doivent se déplacer par le mouvement transversal du réseau ou de la source, conformément à ce qu'on a vu plus haut. Enfin, les colorations décrites s'expliquent à leur tour par l'introduction du coefficient a_1; en effet, en un point M où il y a maximum, il y a concordance pour toutes les couleurs; mais chacune d'elles ne conserve pas la même intensité relative que dans la lumière blanche, l'amplitude étant multipliée par la quantité a_1, variable avec la position de s_1 sur l'élément; or, le point S_1 varie avec la couleur et il en est de même de s_1, bien qu'en ces points on ait toujours $a_1 = a_2$; mais a_1 est une fonction de λ et la couleur au point où il y a concordance sera représentée par Σa_1^2; autrement dit, le point M ne *voit* pas le spectre diffracté de la même manière dans toute son étendue et ces différences sont déterminées d'après *l'ombre* du réseau projeté par le point M sur le spectre.

D'où vient alors que ces maxima présentent deux teintes différentes alternées? Il est facile d'en voir la raison en considérant l'expression déjà donnée de u_1; on reconnaît que la différence des valeurs de u_1 pour deux valeurs successives et paires de k est $\frac{1}{2n}$, c'est-à-dire la moitié d'un élément; si donc on prend les maxima de numéros pairs 0, 2, 4, 6, ils seront tous identiques entre eux puisque les points tels que s_1 sont de même nature *pour chaque couleur* en chacun de ces maxima, quoique d'une nature différente lorsqu'on passe d'une couleur à l'autre; de même, les maxima de numéros impairs 1, 3, 5, 7 seront encore identiques entre eux quoique différents des précédents, puisque chaque point s_1 change de nature.

Si le point M est assez éloigné pour que le spectre soit recou-

vert par l'ombre d'un grand nombre d'éléments, ce spectre pourra se subdiviser en un certain nombre de régions (violet, indigo, bleu, etc.) pareillement modifiées au point de vue de l'intensité; cette modification pourra être représentée par une sinusoïde ayant de nombreuses périodes dans le spectre (*fig.* 6, ligne 1); il en résultera pour les deux maxima des teintes blanches pour une raison analogue à celle qui fait disparaître les colorations dans les interférences à grande différence de marche; on aura donc des franges achromatiques. Mais, si les distances deviennent plus petites et s'il suffit d'un petit nombre d'éléments pour recouvrir le spectre vu du point M (*fig.* 6, ligne 2), l'indigo sera maximum, par exemple, ainsi que l'orangé, tandis que le vert et le rouge seront affaiblis; la même apparence se manifestera pour les autres maxima de même espèce pour lesquels la courbe précédente se transporte d'une période; en la transportant seulement d'une demi-période (*fig.* 6, ligne 3), on voit que, pour le maximum voisin, le vert et le rouge seront au contraire plus énergiques, le bleu et le jaune seront diminués; ces maxima consécutifs se coloreront donc de teintes différentes qui seront sensiblement complémentaires.

Si enfin le spectre était plus petit que l'ombre d'un élément, toutes les couleurs seraient à peu près modifiées de la même manière et les teintes s'affaibliraient (*fig.* 6, ligne 4).

Ainsi, en tenant compte seulement de l'influence du facteur a_1, on voit que le phénomène est caractérisé par le nombre p d'éléments du réseau projetés sur le spectre entre les longueurs d'ondes extrêmes λ et λ'; ce nombre d'éléments est donné par

$$\frac{\left(nd - \frac{nd^2}{y}\right)(\lambda - \lambda')}{\frac{1}{n}}.$$

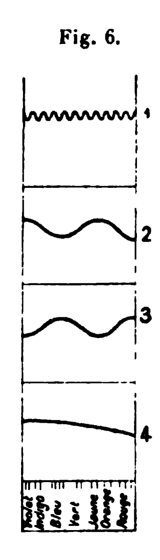
On a donc

$$\frac{\left(nd - \frac{nd^2}{y}\right)(\lambda - \lambda')}{\frac{1}{n}} = p \qquad \text{ou} \qquad \frac{1}{d} + \frac{1}{y-d} = \frac{n^2(\lambda - \lambda')}{p};$$

d et $y - d$ varient en sens inverse l'une de l'autre, comme les

distances à une lentille d'un objet et de l'image qu'elle fournit. Lorsqu'on diminue la distance d, on reporte donc à des distances

Fig. 6.



de plus en plus grandes le point A_p à partir duquel le phénomène caractérisé par le nombre p se produit; si l'on remplace p par $p - 1$, le point A_{p-1} est plus rapproché du réseau; on a donc une série de points A_p, A_{p-1}, A_{p-2}, ..., de plus en plus voisins du réseau, aux environs desquels le phénomène revêt une apparence nouvelle, caractéristique des nombres p, $p - 1$, $p - 2$, ...; tous ces points s'éloignent du réseau lorsque d diminue. La formule précédente peut se vérifier dans sa marche générale en se repérant sur un des premiers phénomènes colorés bien déterminé, par exemple, un rose violacé associé à un jaune vert : pour mon réseau au $\frac{1}{50}$, placé à 20^{mm} de la fente, ces teintes apparaissaient également à 20^{mm} au delà du réseau; ces nombres permettent, à l'aide de la formule précédente, une évaluation du nombre p correspondant. On a

$$\frac{2500(0,000600 - 0,000450)}{p} = \frac{1}{20} + \frac{1}{20},$$

d'où

$$p = 3,75,$$

pour ce phénomène; le spectre est à peu près divisé en trois segments par l'ombre de trois éléments du réseau ([1]).

J'ai tenu enfin à mettre en évidence la variation du coefficient a_1 qui est la cause de la production des colorations : si la théorie précédente est exacte, en recevant sur un écran placé en M l'action d'une seule des ondes paragéniques S_1, chacune des radiations apporte aux différents points de l'écran une amplitude variable, d'où la production de maxima et de minima en lumière homogène, de colorations en lumière blanche sans que la phase intervienne dans ce phénomène qui ne dépend pas à proprement parler des interférences, bien que *sa période soit la même que celle du phénomène interférentiel.*

Pour le vérifier, il suffit de couvrir la moitié du réseau avec un écran; en visant au microscope dans la région où se produisent les franges colorées, on voit le champ divisé en trois parties : d'un côté, une région obscure qui ne reçoit de lumière ni de S_1 ni de S_2, de l'autre une région éclairée qui reçoit l'action de S_1 et de S_2; on y voit les franges habituelles; enfin, une région intermédiaire qui reçoit seulement l'action de S_1 : on y voit, en effet, des franges bien moins vives, mais dont la période est de même grandeur, quoique constituée d'une façon toute différente. L'expérience ne réussit pas lorsqu'on vise une région où se produisent les franges achromatiques : la région intermédiaire existe néanmoins; mais on n'y distingue pas les franges en question; cette particularité vient précisément à l'appui de la théorie présentée, car la production des franges achromatiques provenait de ce que l'amplitude de la variation du coefficient a_1 dans le spectre devenait trop faible ainsi que trop rapide et que le phénomène était dû tout entier à la différence de phase $\varphi_1 - \varphi_2$; cette même raison explique la disparition des maxima et minima qui sont dus uniquement à la variation de a_1 et nullement au retard $\varphi_1 - \varphi_2$.

Application aux franges de l'ouverture des réseaux paral-

([1]) On peut rapprocher ce nombre du résultat que l'on obtient en cherchant à quel moment les colorations disparaissent dans les interférences ordinaires (miroir de Fresnel, anneaux de Newton, phénomène de polarisation chromatique ou rotatoire); on reconnaît que la lumière paraît sensiblement blanche lorsque son spectre présente environ cinq cannelures.

lèles. — En s'appuyant sur les résultats précédents, on peut expliquer la production des franges dites de l'ouverture dans l'expérience des réseaux parallèles. On sait que ces franges sont indépendantes de la forme, de la grandeur et de l'orientation de la fente; elles n'exigent pas une position particulière de l'écran ou de la fente et l'emploi d'une lentille n'est pas indispensable : leur caractère essentiel est d'offrir des colorations alternées qui présentent d'ailleurs le même aspect que celles qui sont produites par *une* fente éclairant *un* réseau; il suffit donc de se reporter à la description faite plus haut. Toutefois, il y a une différence importante à signaler à cause de la théorie qui va être exposée : c'est que les franges noires, qui étaient très fines dans le premier cas, manquent ici de netteté; en général, le second phénomène ne reproduit pas les parties délicates du premier, mais seulement les bandes qui ont une certaine largeur.

Nous considérerons les N fentes du premier réseau comme produisant chacune les mêmes phénomènes dont on observe la superposition, la netteté étant néanmoins conservée, *à cause de la petitesse de la partie utilisée des réseaux et de la corrélation particulière qui existe entre leurs périodes*. Soient $S_1, S_2, S_3, \ldots$ (*fig.* 7) les fentes du premier réseau directement éclairé et S'_1, S'_2, S'_3 les fentes qui constituent le second ou plus exactement les milieux des ouvertures : soient T'_1, T'_2, T'_3 les milieux des parties opaques.

Considérons l'action exercée à grande distance par la fente S_1; on a vu qu'il doit se produire sur un écran une série de franges alternativement obscures et brillantes [1], les franges brillantes se trouvant dans les directions qui joignent le point S_1 aux points $S'_1, S'_2, S'_3, \ldots, T'_1, T'_2, T'_3$, les franges obscures se produisant entre les franges brillantes; ces franges sont achromatiques si la distance de la fente au deuxième réseau est assez grande, mais elles se colorent si cette distance devient inférieure à une certaine limite, qui est environ de 1^{cm} pour un réseau au $\frac{1}{50}$ [2]; les couleurs pré-

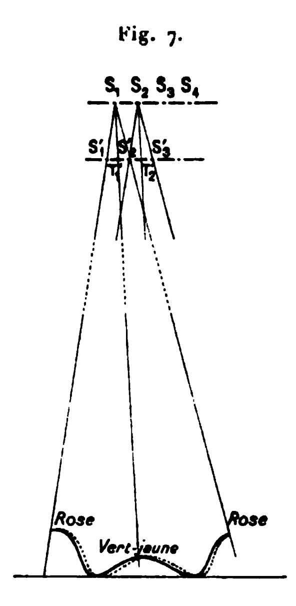
---

[1] Pourvu que S_1 soit assez rapproché du réseau; *voir* la formule de la page 343.

[2] Il suffit, dans la formule de la page 343, de remplacer $y-d$ par ∞ et p par 3,75 pour déterminer quelle doit être la valeur de d nécessaire pour que le phénomène correspondant (rose et vert) se produise à une grande distance.

sentent alors une alternance, par exemple vert et rose, et on peut dessiner schématiquement le phénomène par une courbe analogue à celle qui est à la partie inférieure de la figure; il importe de remarquer que ces franges ont une largeur qui atteint souvent plus de 1^{cm} et qui est, dans tous les cas, incomparablement plus grande que la période du réseau et même plus considérable que la portion utilisée de ce réseau.

Fig. 7.



La fente voisine S_2 va donner lieu à la production du même phénomène dans les directions $S_2S'_1$, $S_2S'_2$, $S_2S'_3$; mais, si ces deux réseaux ont même période, ces droites forment un faisceau identique au premier, déplacé par rapport à lui de $\frac{1}{50}$ de millimètre dans le sens S_1S_2 et comme, par sa rencontre avec l'écran, il indique les positions des franges, on obtiendra un phénomène identique au premier, qui s'y superposera à $\frac{1}{50}$ de millimètre près, car le deuxième est représenté par la courbe ponctuée extrêmement voisine de la première.

Il en sera de même des phénomènes produits par les autres fentes qui donnent toutes les mêmes apparences avec un déplacement dont le maximum est égal à la partie utilisée du réseau.

L'ensemble donnera donc lieu à la production d'un phénomène

plus intense, qui pourra s'observer directement sur un écran et de loin; autrement dit, le premier réseau avec ses N fentes permet d'utiliser toute la lumière solaire qui tombe sur une largeur de plusieurs centimètres et qui, concentrée par une lentille, l'éclaire directement; il donne sensiblement et avec plus d'éclat les mêmes apparences qu'une fente unique éclairant un réseau; mais cet avantage est racheté au prix d'une légère confusion dans les détails délicats; à cause du déplacement signalé, on conçoit que les lignes trop fines dont la largeur serait comparable à ce déplacement, seront confuses ou disparaîtront; on voit donc pourquoi on améliorera le phénomène en réduisant ce déplacement : il n'y aura qu'à réunir les rayons avec une lentille et à mettre les réseaux dans la région où le faisceau est le plus étroit, c'est-à-dire au foyer. Tel est le rôle de la lentille habituellement employée.

Bien des faits peuvent être invoqués à l'appui de cette théorie :

1° On sait, par les expériences de M. Garbe (¹), qu'en déplaçant transversalement un des réseaux, d'une période, les franges se déplacent d'une période dans un sens ou dans l'autre;

2° On peut constater que la période *entière* des franges (deux colorations), correspond à une largeur égale à la période du second réseau projeté sur l'écran par un point du premier;

3° En éloignant le premier écran du second, on constate que les mêmes apparences se produisent à plusieurs reprises et, si on opère en lumière homogène, on retrouve une périodicité très régulière; il est facile de s'en rendre compte : considérons une fente unique S éclairant un réseau et donnant les deux images virtuelles S_1 et S_2; étudions l'action produite au loin, au centre du champ dans la direction de la normale au réseau que nous supposerons être une direction de concordance; on a vu que le phénomène dépendait de la nature du point s_1 (*fig.* 8). Lorsque le point S se rapproche, S_1 décrit la droite OS_1 et le point s_1 se déplace sur le réseau; le phénomène central change donc de nature, mais il reprendra le même aspect lorsque S_1 sera arrivé en S'_1 au-dessus de s'_1, point homologue de s_1 sur l'élément voisin; il y a donc une période p qu'il est facile de calculer à l'aide des deux triangles

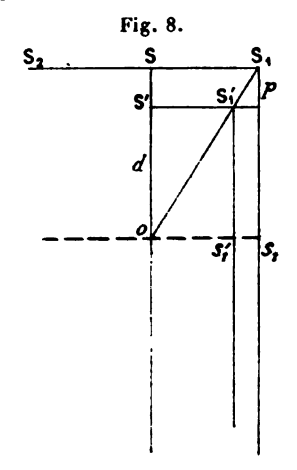
(¹) GARBE, *Journal de Physique*, 2ᵉ série, t. IX, p. 45; 1890.

semblables. On a

$$\frac{p}{d} = \frac{\frac{1}{n}}{c} = \frac{\frac{1}{n}}{n\lambda d}, \qquad p = \frac{1}{n^2\lambda};$$

cette période est indépendante de d; elle est donc constante, inversement proportionnelle à la longueur d'onde et le produit $p\lambda$ doit être égal à $\frac{1}{n^2} = \frac{1}{2500} = 0,000400$.

Fig. 8.



Si nous faisons $n = 50$, $\lambda = 0,000589$, on trouve

$$p = 0^{mm},677.$$

Or, en nous reportant au Mémoire de M. Garbe déjà cité, nous pouvons lire ce qui suit : « Lorsque l'on écarte graduellement les réseaux, les teintes se modifient, disparaissent même, se changent l'une dans l'autre et finalement reprennent leurs valeurs primitives pour se transformer suivant les mêmes alternatives, mais avec des nuances de moins en moins vives. On constate que les déplacements par lesquels on retrouve la même apparence sont égaux, et leur valeur, dans mon appareil de réseaux au $\frac{1}{50}$ de millimètre, était de $0^{mm},67$. Elle varie du reste en lumière homogène et va en croissant du rouge au violet. »

Frappé de cette coïncidence, j'ai communiqué ce résultat à M. Garbe qui a bien voulu me transmettre l'extrait suivant de son cahier d'expériences, faites à la date du 2 mars 1889.

« En résumant ce qui précède, on voit que l'on a pour la période p :

	λ.	p.	λp.
	μ	mm	
Verre rouge	0,62	0,64	0,0003968
Sodium	0,588	0,68	0,000401
Thallium	0,535	0,74	0,0003959

» On peut dire que la proportion inverse des périodes aux longueurs d'ondes est parfaite et que le produit en μμ est voisin de 400. »

La vérification de la formule $p = \frac{1}{n^2\lambda}$ est donc aussi satisfaisante que possible.

4° On peut enfin tirer de nombreuses vérifications en associant deux réseaux dont les périodes sont différentes, mais sont des multiples l'une de l'autre. Je renvoie pour ces vérifications au Mémoire complet, qui sera inséré dans les *Annales de Chimie et de Physique*.

LES PRINCIPES FONDAMENTAUX DE L'ÉNERGÉTIQUE ET LEUR APPLICATION AUX PHÉNOMÈNES CHIMIQUES [1];

PAR M. HENRY LE CHATELIER.

II.

PHÉNOMÈNES CHIMIQUES.

Pour pouvoir étendre aux phénomènes chimiques les lois fondamentales de l'Énergétique, il faut d'abord démontrer :

1° Qu'ils peuvent développer de la puissance motrice;

2° Qu'ils peuvent, dans certaines conditions, s'effectuer par voie réversible.

Ils peuvent développer de la puissance motrice, car un grand nombre de réactions chimiques s'effectuent spontanément, et, d'autre part, toutes les réactions chimiques sont accompagnées de changements de température, pression ou force électromotrice, qui peuvent être utilisées directement comme sources de puissance motrice. C'est la combinaison du charbon avec l'oxygène qui fournit la chaleur à la machine à vapeur, la combustion du

---

(1) *Voir* 1re Partie, p. 289.

gaz qui donne la pression motrice dans le moteur à gaz, l'oxydation du zinc dans la pile qui fournit l'électricité. Enfin, les réactions chimiques peuvent être réalisées en sens inverse par une dépense de puissance motrice : décomposition de l'eau par électrolyse, dissociation du carbonate de chaux par élévation de température, du bioxyde de baryum par changement de pression.

Les phénomènes chimiques peuvent s'effectuer par voie réversible; c'est la découverte capitale de Sainte-Claire Deville, qui a reconnu que toutes les réactions chimiques qui devenaient réversibles dans certaines conditions de pression et de température donnaient lieu à ce qu'il a appelé des phénomènes de *dissociation*. La définition que l'on donne habituellement de la réversibilité dans les phénomènes chimiques peut sembler, à première vue, différente de celle qui a été donnée au début de cette étude; il est facile de montrer qu'au fond elles reviennent au même. On dit habituellement qu'une réaction chimique est réversible quand on peut provoquer sa réalisation dans un sens ou dans l'autre par un changement infiniment petit des conditions actuelles de pression, température et force électromotrice. Il est évident que cette modification des conditions peut être obtenue avec une dépense infiniment petite de puissance motrice. Soit en effet un système chimique à la température t_0 en présence d'un milieu indéfini à la même température; q la chaleur latente de réaction mise en jeu dans la transformation chimique du système qui se produit quand la température s'élève de t_0 à $t_0+\Delta t$; la puissance motrice à dépenser pour provoquer la même transformation a pour expression, comme on le verra plus loin,

$$\int_{t_0}^{t_0+\Delta t} \frac{q}{\Delta t}\,\frac{t-t_0}{t}\,dt = \tfrac{1}{2}\,q\,\frac{\Delta t}{t_0},$$

qui est un infiniment petit par rapport à la quantité de chaleur q fournie. Les expériences de Sainte-Claire Deville prouvent donc bien que les réactions chimiques peuvent donner lieu à des phénomènes de réversibilité et d'équilibre suivant le sens donné ici à ces mots.

Il est, par suite, permis de penser que les phénomènes chimiques obéissent aux lois générales qui régissent les transformations de la puissance motrice : l'expérience l'a pleinement confirmé.

Première loi de conservation des capacités de puissance motrice. — Cette loi, dans le cas des phénomènes chimiques, constitue la loi de *conservation de la masse* de Lavoisier. Une réaction chimique ne peut se produire et, par suite, développer de la puissance motrice sans que la masse individuelle des corps en présence varie, mais leur masse totale reste invariable. C'est donc exactement le pendant des lois relatives aux variations de volume, de quantité d'électricité, d'entropie. Cette analogie a été signalée pour la première fois par M. Meyerhoffer.

La loi de conservation de la masse joue un rôle capital en Chimie; c'est de sa découverte que date l'existence de la Chimie en tant que science. Elle a permis seule de faire des analyses chimiques complètes, en dosant par différence les corps que l'on ne peut peser directement; elle a conduit ainsi à la découverte de la loi des proportions définies et de la loi d'équivalence; elle a rendu possible la détermination précise des poids proportionnels qui sont tous obtenus à l'aide d'analyses faites par différence.

Deuxième loi de conservation de la puissance motrice. — Les raisonnements de Carnot sont applicables aux phénomènes chimiques dans tous les cas où ils peuvent s'effectuer par voie réversible. Toutes les lois déduites de l'impossibilité de créer de la puissance motrice sont immédiatement utilisables. Ces lois devraient conduire à une expression de la puissance chimique en fonction de la variation de masse et d'une force chimique de même forme que pour les autres puissances motrices :

$$X\,dm + X'\,dm' + \ldots$$

ou

$$(X' - X)\,dm' + (X'' - X)\,dm'' + \ldots.$$

Mais cela est impossible, parce que nous ne savons pas actuellement mesurer la force chimique en fonction d'un étalon de même nature; il faudrait, pour cela, en opérant comme dans le cas de la température, de la force, etc., pouvoir transformer par voie réversible un corps quelconque en un autre corps arbitrairement choisi comme étalon, c'est-à-dire savoir effectuer la transmutation des corps, ce dont nous sommes encore loin. Malgré cela, on pourra appliquer utilement la loi de conservation de la puissance motrice aux phénomènes chimiques en suivant une voie détournée et plus com-

pliquée, qui consistera à transformer au préalable la puissance chimique en puissance calorifique, électrique, mécanique, dont nous savons effectuer la mesure directe.

La méthode suivie est analogue à celle que l'on emploierait pour étudier la force vive si l'on ne savait pas mesurer la vitesse. On ramènerait au repos relatif les corps en présence en interposant entre eux des ressorts qui seraient bandés; on mesurerait le travail ainsi développé et l'on partirait de cette mesure de la puissance motrice du système en mouvement pour lui appliquer la loi de conservation.

Mais quelques-unes des applications des lois de l'Énergétique à la Chimie ne nécessitent pas cette mesure préalable de la puissance motrice; on commencera par leur exposé.

1° *Des conditions déterminantes de l'équilibre chimique. — Les seules conditions dont la variation puisse altérer l'état d'équilibre d'un système chimique sont celles dont la variation exige une consommation de puissance motrice.*

Pour le démontrer, supposons qu'en changeant une des conditions d'un système chimique actuellement en équilibre, cet état d'équilibre cesse d'exister. Il va se produire une réaction spontanée qui développera de la puissance motrice; ramenons la condition en question à son état initial, la réaction va se produire en sens inverse en fournissant une nouvelle quantité de puissance motrice. Il y aura donc eu création de puissance motrice sans aucune dépense corrélative, puisque l'on suppose que les changements de la condition considérée n'entraînaient aucun changement semblable. Or cela est impossible.

Toutes les conditions que l'expérience a montré influer sur l'équilibre chimique satisfont bien à la loi en question. Ces conditions sont :

L'état des corps en réaction;
La condensation individuelle de chacun d'eux;
La température;
La pression;
La force électromotrice;
L'intensité magnétique, etc.

L'état des corps en présence fait, par exemple, sentir son influence dans la dissociation de l'hydrate de chlore, qui ne possède pas la même tension de dissociation en présence de l'eau solide ou de la glace au-dessous de zéro. Or, il est impossible, au-dessous de zéro, de faire passer la glace à l'état d'eau liquide sans une dépense de puissance motrice, qui sera fournie sous forme de travail si l'on procède par vaporisation et condensation à température constante, ou sous forme de chaleur si l'on procède par échauffement et refroidissement à pression constante.

De même, les différents états allotropiques d'un même corps : iodure de mercure, azotate de potasse, ont, en dehors de leur point de transformation, un coefficient de solubilité différent; de même pour les différents hydrates d'un même sel : sulfate de soude, sulfate de chaux, aluminate de chaux, qui ont à une même température chacun un coefficient de solubilité différent. La sursaturation n'est que la saturation relative à un état du sel qui n'est pas le plus stable dans les conditions actuelles de température.

La *condensation* de tous les corps sans aucune exception qui interviennent dans une réaction donnée est une des conditions déterminantes de l'état d'équilibre. Si dans l'eau, au contact de cristaux d'hydrate de chlore, on vient à faire dissoudre un sel, ce qui diminue la condensation de l'eau, on modifie immédiatement l'état d'équilibre de ce composé, modification qui se manifeste par un accroissement de la tension du chlore.

Dans la décomposition des sels par l'eau, l'état d'équilibre n'est pas fonction seulement de la quantité d'acide libre renfermé dans un volume donné de la dissolution; il dépend aussi de la quantité de sel dissous : tel est le cas de la décomposition du sulfate de mercure, du chlorure d'antimoine par l'eau.

Le rôle de la température et de la pression dans les phénomènes d'équilibre chimique sont trop connus pour qu'il y ait lieu d'y insister.

Le magnétisme paraît influer sur les transformations allotropiques du fer.

Les actions de présence, au contraire, c'est-à-dire *celles des corps qui reviennent finalement à leur état initial,* n'ont aucune influence sur l'état d'équilibre. Leur seul rôle, analogue à

celui de l'huile dans les organes mécaniques des machines, est d'atténuer l'influence des résistances passives qui s'opposent au retour vers l'état d'équilibre d'un système chimique hors d'équilibre.

Telle est l'action de la mousse de platine, des ferments et microbes, de certains agents chimiques, tels que le bioxyde d'azote dans la fabrication de l'acide sulfurique, du chlorure de cuivre dans la fabrication de l'acide chlorhydrique par le procédé Deacon.

On peut affirmer en toute certitude que l'on ne trouvera jamais, ce qui a été souvent cherché, un microbe ou une cellule vivante capable de provoquer par sa seule action de présence la synthèse de l'*urée* aux dépens du carbonate d'ammoniaque et de l'eau, parce que l'on connaît déjà un ferment provoquant la réaction inverse. Trouver un semblable ferment serait la découverte du mouvement perpétuel; il suffirait, en effet, d'avoir deux systèmes semblables entre lesquels on échangerait alternativement les microbes, ce qui ne dépenserait aucun travail : on provoquerait simultanément les deux réactions inverses, l'une avec dégagement, l'autre avec absorption de chaleur. On obtiendrait donc, en partant d'un milieu à température uniforme, une source chaude et une source froide qui pourraient être ramenées à leur température initiale en produisant du travail par l'intermédiaire d'une machine, et l'on recommencerait ainsi indéfiniment.

Dans certaines opérations industrielles, fabrication de l'acide sulfurique, de l'acide chlorhydrique, il est incontestable, au point de vue pratique, que les actions de présence employées permettent d'obtenir un meilleur rendement, une réaction plus complète. Dans le procédé Deacon, on arrive, grâce à l'emploi d'un sel de cuivre, à décomposer 80 pour 100 de l'acide chlorhydrique, tandis qu'en son absence on n'en décomposerait que 40 pour 100. La raison de ce fait paradoxal à première vue est que le sel de cuivre permet d'obtenir la réaction de l'oxygène sur l'acide chlorhydrique à la température de 450°, tandis qu'en son absence la réaction ne serait possible qu'au-dessus de 800°. Or, la température est une des conditions déterminantes les plus importantes de l'état d'équilibre et la réaction considérée ici est d'autant plus complète que la température est plus basse. Ce n'est donc que d'une façon indirecte en permettant d'abaisser la température que le sel de

cuivre augmente le rendement en chlore du procédé Deacon.

2° *De l'équivalence des systèmes chimiques. — Deux systèmes en équilibre avec un troisième sont en équilibre entre eux et réciproquement.* — Cette loi, qui n'est que la généralisation de la loi du point triple de Thomson, est encore une conséquence immédiate de l'impossibilité de créer de la puissance motrice; elle résulte de ce que, comme on l'a établi plus haut, la puissance motrice développée dans une transformation réversible d'un système matériel est indépendante des états intermédiaires de la transformation. Que l'on réalise une transformation directement ou en passant par un troisième état intermédiaire, la puissance motrice sera la même. Si un troisième état est isolément en équilibre avec les deux autres, c'est-à-dire s'il peut se transformer dans les deux directions sans dépenser ni développer de puissance motrice, il en sera nécessairement de même dans la transformation directe des deux états extrêmes l'un dans l'autre.

Comme exemple des applications de cette loi, on peut signaler l'égalité des tensions de vapeur et de dissociation, des coefficients de solubilité des corps à leur point de fusion, de transformation allotropique, de déshydratation. Ainsi l'eau et la glace à 0° ont la même tension de vapeur; l'azotate d'ammoniaque à ses points de transformation dimorphique, les mêmes coefficients de solubilité; le sulfate de soude anhydre et décahydraté, le même coefficient de solubilité à 33°. L'hydrate de chlore a la même tension de dissociation au contact de l'eau et de la glace à 0°.

Expression de la puissance chimique. — Pour les autres applications de la loi de conservation de la puissance motrice aux phénomènes chimiques, il faut avoir une expression de la puissance chimique en fonction de grandeurs mesurables par l'expérience. Cette puissance motrice dépend d'ailleurs non seulement de l'état chimique final auquel le système arrive, mais aussi de l'état physique final. On considérera seulement le cas où l'état final est l'état d'équilibre chimique correspondant aux tensions initiales p_0, t_0, e_0. Soient A_0 et A_1 les deux états extrêmes de la réaction; par exemple A_0 sera, dans la dissociation de l'acide carbonique, le mélange d'oxyde de carbone et d'oxygène, A_1 l'acide

carbonique. On appellera m la proportion du corps A_1 formé rapportée à la quantité qui s'en formerait dans le cas où la réaction serait complète, c'est-à-dire que le maximum de m sera l'unité.

Pour faire le calcul de la puissance motrice, on supposera qu'il est possible de faire varier la pression, la température, la force électromotrice en laissant à volonté les réactions chimiques qui tendent à se produire s'effectuer ou non. Cela est possible dans certains cas; on admettra par induction que les résultats obtenus sont applicables à toutes les réactions chimiques.

Soit donc un système pris actuellement sous les tensions p_0, t_0, e_0 en relation avec un milieu indéfini à mêmes tensions. On fera successivement les deux opérations suivantes : on amènera le système chimique à des tensions p_1, t_1, e_1 auxquelles il serait en équilibre avec sa composition actuelle sans laisser aucune réaction chimique se produire, puis on le ramènera à ses tensions initiales en laissant les réactions chimiques se produire. La puissance motrice développée dans cette suite de transformations toutes réversibles donnera précisément la mesure cherchée de la puissance chimique. On donnera la démonstration dans le cas où une seule des tensions aura varié, la température par exemple, c'est-à-dire que l'état d'équilibre atteint correspondra à des pressions et forces électromotrices identiques à celles du système initial.

La puissance motrice échangée aura pour expression, en supposant la chaleur empruntée au milieu,

$$\int_{t_0}^{t_0} dq\,\frac{t-t_0}{t}.$$

Les quantités de chaleur qui doivent être fournies au système peuvent se décomposer en deux parties, les unes relatives à la portion du système qui n'éprouve pas de transformation chimique; elles se compensent exactement à l'échauffement et au refroidissement : il n'y a donc pas à en tenir compte; les autres relatives au corps en transformation chimique se composent de deux parties : la chaleur de réaction proprement dite et la chaleur d'échauffement des corps en réaction.

Appelons L la chaleur latente de réaction de la quantité totale de matière, mesurée sous tensions constantes à la température t;

m la quantité relative de matière transformée à une température quelconque t;

c_1, c_0 les chaleurs spécifiques des corps en réaction, qui sont liées, comme on le démontre en partant du principe de l'état initial et final donné plus loin, à la chaleur latente de réaction par la formule

$$c_1 - c_0 = \frac{dL}{dt}.$$

Nous aurons, pour un échauffement dt à partir de la température t, à dépenser une quantité de chaleur : en montant de t_0 à t_1

$$+ c_1 dt$$

en descendant de t_1 à t_0

$$- m c_0 dt - (1 - m) c_1 dt + L \frac{dm}{dt} dt,$$

soit au total

$$\left(m \frac{dL}{dt} + L \frac{dm}{dt}\right) dt = d(mL),$$

ce qui donne pour la puissance motrice chimique

$$\int_{t_0}^{t_1} d(mL) \left(\frac{t - t_0}{t}\right) = 0.$$

Dans le cas où la suite des transformations effectuées aurait été dirigée vers un état d'équilibre correspondant à des tensions p_2, t_2, c_2 différentes toutes trois des tensions initiales, un calcul identique au précédent, mais plus compliqué seulement par le fait de la présence des trois variables, conduirait à l'expression générale de la puissance chimique

$$\int_0^2 425\, d(mL) \frac{t - t_0}{t} + d(m p V) \frac{p - p_0}{p} + 0,102\, d(m e l) \frac{e - e_0}{e}.$$

Dans le cas où le système chimique est très voisin de l'état d'équilibre, c'est-à-dire que $t_2 - t_0$, $p_2 - p_0$, $c_2 - c_0$ sont des infiniment petits, ce qui permet de poser

$$\frac{m - m_0}{\Delta m} = \frac{t - t_0}{\Delta t} = \frac{p - p_0}{\Delta p} = \frac{e - e_0}{\Delta e},$$

l'expression de la puissance chimique se réduit à

$$\tfrac{1}{2}\Delta m\left(425\,\mathrm{L}\,\frac{\Delta t}{t}+p\mathrm{V}\,\frac{\Delta p}{p}+0{,}102\,e\mathrm{I}\,\frac{\Delta e}{e}\right).$$

La parenthèse de cette expression n'est autre que la différentielle de la fonction caractéristique H′ de M. Massieu.

3° *Du sens du déplacement de l'équilibre chimique.* — On considère généralement comme une conséquence nécessaire de l'équilibre chimique que toute transformation produite par un changement d'une des conditions déterminantes de l'équilibre disparaît quand on ramène cette condition à sa grandeur primitive ; en réalité, cette propriété n'appartient qu'à l'équilibre stable, mais nous ne connaissons en Chimie que des équilibres stables ; pratiquement, cette propriété appartient à tous les faits d'équilibre susceptibles d'être étudiés expérimentalement. La condition évidente de stabilité est que le retour vers l'état initial d'un système dont l'état chimique a été seul modifié, les tensions étant les mêmes, corresponde à un dégagement d'une quantité positive de puissance motrice. On déduit de cette condition la loi suivante pour le sens du déplacement de l'équilibre chimique.

Toute variation d'une des conditions déterminantes de l'équilibre produit une transformation chimique du système qui tend à amener une variation de sens inverse de la condition considérée, c'est-à-dire que toute élévation de température d'un système actuellement en équilibre produira une réaction avec absorption de chaleur, toute élévation de pression une réaction avec diminution de volume, etc.

Il n'y a qu'à écrire que l'expression de la puissance motrice donnée plus haut est positive, soit, suivant le cas considéré,

$$\Delta m\,\frac{\mathrm{L}\Delta t}{t}>0,\qquad \Delta m\,\mathrm{V}\,\Delta p>0,\qquad \Delta m\,\mathrm{I}\,\Delta e>0.$$

Les applications expérimentales de cette loi sont nombreuses.

Influence de l'élévation de température à pression constante. Elle produit, pour tous les corps, un accroissement de fusion et de vaporisation ; un accroissement de dissociation des composés exothermiques (acide carbonique, eau, iodure de mercure, carbo-

nate de chaux, bioxyde de baryum, oxyde d'argent, etc.); une diminution de dissociation des composés endothermiques qui doivent être d'autant plus stables que la température est plus élevée (oxyde de carbone, hydrogène sélénié, etc.); un accroissement de solubilité de la plupart des sels, qui se dissolvent en général, avec absorption de chaleur; une diminution de solubilité de quelques corps dont la dissolution dégage de la chaleur (hydrate de chaux, sulfate de thorium, gypse au-dessus de 35°, sulfate de soude anhydre, isobutyrate de chaux, etc.).

L'état d'équilibre des systèmes dont la transformation ne dégagerait pas de chaleur serait indépendant de la température. Cette condition est à peu près réalisée par la dissociation de l'acide iodhydrique; la solubilité du chlorure de sodium, exactement par la solubilité du gypse à 35°, etc.

Toute augmentation de pression produit une diminution de la dissociation des composés formés avec contraction : tels l'acide carbonique, tels surtout les corps solides formés aux dépens d'un gaz; dissociation du carbonate de chaux, du bioxyde de baryum; la fusion de la glace et la transformation de l'iodure d'argent hexagonal en iodure cubique peuvent être obtenues par une simple augmentation de pression. L'acétylène qui se forme sous la pression ordinaire dans les combustions incomplètes des composés organiques se transforme dans la combustion en vase clos des explosifs en carbone et formène.

4° *De l'équilibre isochimique à condensation constante.* — Pour qu'un système en équilibre sous les tensions p, t, e soit encore en équilibre sous les tensions $p + \Delta p$, $t + \Delta t$, $e + \Delta e$, il faut et il suffit que l'expression

$$425\,\mathrm{L}\frac{\Delta t}{t} + p\mathrm{V}\frac{\Delta p}{p} + 0{,}109\,c\mathrm{I}\frac{\Delta e}{e} = 0$$

soit nulle afin que la puissance motrice correspondant à un changement chimique Δm soit un infiniment petit du second ordre. Il est facile de voir qu'en supprimant le terme relatif à l'électricité on retombe sur la formule de Clapeyron pour les tensions de vapeur; en supprimant le terme relatif au volume, on retombe sur la formule de Helmholtz pour les piles. Mais l'équation obtenue

est beaucoup plus générale que les deux applications particulières rappelées ici. Elle s'applique encore au cas où un gaz inerte se trouve au contact du corps qui se vaporise ou se dissocie, et surtout au cas beaucoup plus important du système homogène en équilibre. Elle permet par exemple, connaissant le degré de dissociation de l'acide carbonique sous une pression et une température données, de calculer rigoureusement toute la série de pressions et températures correspondantes pour lesquelles le degré de dissociation sera le même, en supposant connue à toute température la valeur de la chaleur latente de réaction L.

Enfin, si la réaction chimique se fait sans changement de volume, l'état d'équilibre sera indépendant de la pression. Ce cas est sensiblement réalisé dans la dissociation de l'acide iodhydrique.

5° *De l'équilibre à tension fixe et condensation variable.* — Les lois précédentes établissent des relations absolument rigoureuses entre des grandeurs directement mesurables par l'expérience; la loi qui va être établie est encore rigoureuse, mais elle donne des relations entre des grandeurs qui ne sont pas directement mesurables par l'expérience. Elle présente néanmoins une très grande importance parce qu'il est possible de rattacher empiriquement ces grandeurs à la condensation des différents corps entrant dans le mélange et d'obtenir ainsi une relation approchée relative à ces condensations, c'est-à-dire à ce que l'on appelle l'action de masse.

Pour soumettre au calcul les mélanges de composition variable, il faut d'abord établir que l'on peut isoler par voie réversible les différents corps d'un mélange et les amener finalement à un état où la dépense totale de puissance motrice nécessitée par la séparation de chacun d'eux soit nulle ou tout au moins soit exactement connue. Cette séparation peut, au moins théoriquement, être facilement effectuée dans certains cas; on admettra par induction qu'elle est dans tous les cas possible.

Soient, par exemple, de l'acide carbonique, de l'oxyde de carbone et de l'oxygène à l'état d'équilibre chimique; nous pourrons les faire sortir en absorbant l'acide carbonique par de la chaux, l'oxyde de carbone par du nickel ou du chlorure cuivreux, l'oxy-

gène par de la baryte ou de l'iridium, et en décomposant ensuite les corps ainsi formés. Pour faire cette opération par voie réversible, on pourra, par exemple, détendre le mélange à température constante sans laisser aucune réaction se produire, de façon à l'amener à une pression pour laquelle la chaux, par exemple, sera en équilibre avec l'acide carbonique qu'il renferme; ce gaz pourra alors être absorbé par voie réversible; on isolera le carbonate de chaux fourni et on le décomposera par voie réversible en diminuant la pression. Ceci fait, on ramène le mélange à sa pression initiale et le gaz isolé à la pression que l'on désire. Il est toujours possible de choisir cette pression de façon que la somme de la puissance motrice dépensée soit nulle. Cette puissance motrice dépend évidemment de la pression du milieu dans lequel se trouvent les corps considérés; mais, dans l'application en vue ici, l'intervention du milieu s'annule finalement dans les formules. On supposera que ce milieu a une tension nulle, de façon à pouvoir dès le début en faire abstraction.

Le procédé indiqué ici pour sortir un corps d'un mélange par voie réversible n'est évidemment pas le seul que l'on puisse envisager. On peut séparer certains corps en les faisant cristalliser par refroidissement ou compression; on peut encore admettre, comme l'a fait M. Van t'Hoff, l'existence de parois semi-perméables qui ne laisseraient passer qu'un seul corps, mais ce dernier procédé a l'inconvénient de recourir à une hypothèse absolument contraire à la réalité des faits. Une membrane de caoutchouc dissout, il est vrai, en plus grande quantité l'acide carbonique que l'hydrogène et, par suite, laisse plus rapidement passer le premier gaz; mais, si l'on attend assez longtemps pour atteindre l'état d'équilibre, condition indispensable des opérations réversibles, la proportion des deux gaz qui a traversé la membrane de caoutchouc est exactement la même. Faire reposer tout le raisonnement sur une propriété qui est exactement le contre-pied de celles qui appartiennent au corps réel est évidemment peu satisfaisant. En s'appuyant sur les phénomènes de vaporisation ou de dissociation, on évite toute objection de cette nature.

Étant démontré qu'il est possible, par des artifices convenables, de faire sortir sans dépense de puissance motrice un corps quelconque d'un mélange, il est facile d'établir par une méthode due

à M. Van t'Hoff une relation entre les pressions de ces corps isolés qui doit être satisfaite pour tous les mélanges en équilibre chimique sous des tensions (pression totale, température) déterminées.

Soient deux mélanges de composition différente qui soient isolément en équilibre chimique.

Soit l'équation de la réaction chimique

$$nA = n'B + n''C,$$

où A, B, C sont les symboles représentatifs des poids moléculaires des corps en réaction; n, n', n'' le nombre de ces poids moléculaires. Par exemple, pour la dissociation de l'acide carbonique, l'équation sera

$$1\,CO^2 = 1\,CO + 0{,}5\,O^2.$$

Pour écrire que ces systèmes sont en équilibre, il suffit d'écrire qu'une transformation chimique, à partir de leur état actuel, exige une dépense infiniment petite de puissance motrice. L'artifice employé par M. Van t'Hoff pour effectuer cette transformation chimique consiste à enlever à l'un des systèmes une certaine quantité des corps en réaction, de l'acide carbonique par exemple, et à le verser dans l'autre, et inversement, à enlever au second système une quantité équivalente des autres corps en réaction, l'oxyde de carbone et l'oxygène, pour les verser dans le premier, de telle sorte que la somme totale des éléments contenus dans chaque système est reste invariable; le résultat est le même que s'ils avaient éprouvé chacun une transformation chimique égale et de signe contraire. Seulement, le procédé détourné suivi permet la mesure de la puissance motrice.

Si l'on appelle p_0, p'_0, p''_0 et p_1, p'_1, p''_1 les pressions des différents corps sortis des deux mélanges par voie réversible et sans dépense de puissance motrice, v, v', v'' les volumes moléculaires de ces mêmes corps isolés, mesurés chacun sous leur pression, il est facile de voir que la dépense totale de puissance motrice nécessaire, qui doit être nulle pour qu'il y ait équilibre, se réduira à

$$n\int_{p_0}^{p_1} p\,dv - n'\int_{p'_0}^{p'_1} p'\,dv' - n''\int_{p''_0}^{p''_1} p''\,dv'' = 0,$$

relation qui ne pourra être utilisée qu'après avoir établi expérimentalement la relation qui existe entre ces pressions et la composition des mélanges considérés, c'est-à-dire en s'appuyant sur des lois empiriques qui ne peuvent être qu'approchées.

On ne connaît encore cette relation d'une façon à peu près satisfaisante que dans le cas des mélanges de gaz parfaits. Si nous définissons la composition du mélange par le rapport du nombre de molécules de chaque corps au nombre total de molécules du mélange, rapport que l'on appellera la concentration ou condensation du corps considéré, on a, d'après la loi du mélange des gaz parfaits, la relation

$$\frac{p}{P} = C, \qquad \frac{p'}{P} = C', \qquad \frac{p''}{P} = C'',$$

en appelant P la pression totale du mélange.

L'équation ci-dessus peut, en tenant compte des lois de Mariotte et de Gay-Lussac, être mise sous la forme

$$R t\left(\text{Log nép}\,\frac{p^n}{p_1'^{n'}\,p_1''^{n''}} - \text{Log nép}\,\frac{p^n}{p_0'^{n'}\,p_0''^{n''}}\right) = 0,$$

ou, en remplaçant p en valeur de C, ..., et supprimant le facteur commun R t,

$$\text{Log nép}\,\frac{C^n}{C_1'^{n'}\,C_1''^{n''}} - \text{Log nép}\,\frac{C_0^n}{C_0'^{n'}\,C_0''^{n''}} = 0,$$

c'est-à-dire la formule bien connue

$$\frac{C^n}{C'^{n'}\,C''^{n''}} = \text{const.}$$

Si l'on combine cette relation avec celle de l'équilibre isochimique qui a été donnée plus haut, après l'avoir modifiée en tenant compte des lois de Mariotte et de Gay-Lussac, on obtient la relation générale d'équilibre chimique des systèmes gazeux

$$(n - n' - n'')\,\text{Log nép}\,P + \text{Log nép}\,\frac{C^n}{C'^{n'}\,C''^{n''}} + 500\int \frac{L\,dt}{t^2} = \text{const.},$$

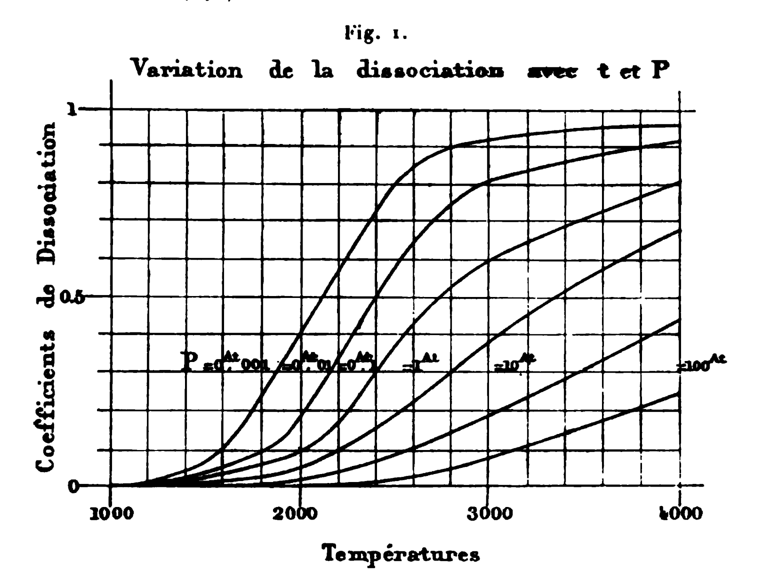
équation seulement approchée parce qu'elle s'appuie sur les lois de Mariotte, de Gay-Lussac et celles du mélange des gaz, mais dont l'approximation cependant est, en raison de l'assez grande

exactitude de ces lois empiriques, infiniment supérieure à la précision que comportent les expériences sur les équilibres chimiques. Au point de vue des usages pratiques, cette relation a donc la même valeur que les relations rigoureuses établies précédemment, autant du moins que l'on ne dépasse pas les pressions d'une dizaine d'atmosphères au delà desquelles la loi de Mariotte se trouverait en défaut. On peut, par exemple, au moyen de cette formule calculer quelle sera la dissociation de l'acide carbonique pour des pressions et des températures quelconques en partant d'une seule mesure de dissociation. La courbe ci-dessous résume les résultats calculés en partant de l'expérience de Sainte-Claire Deville, sur la flamme du chalumeau à gaz tonnant $CO + O$ qui fournit les données suivantes :

$$P = 1 \text{ atmosphère},$$
$$t = 3000° + 273,$$

$$\left.\begin{array}{l} C \text{ de } CO^2 = 0,5 \\ C' \text{ de } CO = 0,33 \\ C'' \text{ de } O^2 = 0,17 \end{array}\right\} \text{coefficient de dissociation } X = \frac{C'}{C + C'} = 0,4.$$

Fig. 1.



La même formule permet encore, connaissant la force électromotrice sous laquelle l'eau est dissociable à la température ordi-

naire, c'est-à-dire peut être électrolysée d'une façon réversible, de calculer la température à laquelle elle se dissociera sans l'intervention de l'électricité, etc.

On peut traiter par une méthode semblable l'influence de la condensation dans les systèmes liquides ou dissolutions. On remarquera seulement, dans ce cas, que les corps sortis du mélange peuvent être amenés sans dépense de puissance motrice à deux états différents, soit à l'état de gaz, soit à l'état de liquide. Si l'on a établi par l'expérience la relation qui existe entre la composition du mélange et la pression de la vapeur (loi des tensions de vapeur des solutions) ou la pression du liquide (loi des tensions osmotiques), on pourra, en partant de l'équation de Van t'Hoff, établir, comme on l'a fait pour les mélanges gazeux, une relation numérique entre les condensations qui correspondent à l'état d'équilibre sous les tensions fixes.

Mais ces lois des tensions de vapeur ou des tensions osmotiques sont très complexes et encore presque totalement inconnues; on admet provisoirement dans tous les calculs faits sur ce sujet des lois hypothétiques simples qui ne se vérifient approximativement que pour les solutions très diluées de quelques composés organiques, de sorte que les lois de condensation que l'on en déduit ne présentent aucune garantie d'exactitude et ne sauraient, par conséquent, être rapprochées des lois de l'Énergétique proprement dite. Elles sont néanmoins intéressantes pour l'expérimentateur parce qu'elles lui donnent une indication au moins qualitative sur la marche des phénomènes qu'il étudie.

1° *Loi hypothétique des tensions de vapeur :*

$$f = \mathrm{CF}.$$

f tension de la vapeur émise par la dissolution du corps considéré ;
F tension de vapeur saturée du même corps à l'état liquide et pur ;
C condensation du même corps dans la dissolution.

2° *Loi hypothétique des tensions osmotiques,* qui est une conséquence nécessaire de la précédente,

$$\frac{\mathrm{P}}{\mathrm{D}} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{D}}(1 - \mathrm{C}).$$

P tension osmotique;
D poids spécifique de la dissolution;
D′ poids spécifique de la vapeur d'eau à la même température.

On déduit de l'une ou l'autre de ces relations la loi de condensation identique à celle des mélanges gazeux

$$\frac{C^n}{C'^{n'} C''^{n''}} = \text{const.};$$

et, en tenant compte de la loi d'isodissociation, mais en négligeant le changement de volume toujours très petit dans les réactions entre corps liquides ou solides,

$$\text{Log nép} \frac{C^n}{C'^{n'} C''^{n''}} + 500 \int \frac{L\,dt}{t^2} = \text{const.},$$

qui, dans le cas d'un corps solide se dissolvant pour former une dissolution, donne la loi de solubilité, ou d'abaissement, du point de congélation

$$\text{Log nép}\, C + 500 \frac{L\,dt}{t^2} = \text{const.},$$

C étant la concentration du sel dans un cas et de l'eau dans l'autre.

Ces lois approchées pour certains composés organiques sont complètement en défaut dans le cas des solutions aqueuses; pour rétablir l'accord approché, au moins dans le cas des solutions diluées, il faut multiplier les poids moléculaires dont dépendent les valeurs de C et n par des coefficients arbitraires que l'on détermine en partant d'expériences sur un quelconque des phénomènes d'équilibre relatifs à la condensation, généralement en partant des abaissements du point de congélation. Les formules empiriques auxquelles on arrive ainsi ne se rattachent que de tellement loin aux lois de l'Énergétique qu'il n'y a pas lieu d'y insister plus longtemps ici.

Il faut seulement retenir de cette discussion ce fait que le résultat cherché peut, en théorie, être indifféremment obtenu en partant d'une loi expérimentale reliant la tension de vapeur ou la tension osmotique à la condensation. Aujourd'hui, ce sont les tensions osmotiques qui jouissent de la plus grande faveur, mais c'est là une erreur contre laquelle il est important de réagir. Le seul motif qui doive faire préférer l'une ou l'autre de ces méthodes est

le plus ou moins grand degré de précision que comportent les expériences relatives soit aux tensions de vapeur, soit aux pressions osmotiques; il est bien certain que les tensions de vapeur seules peuvent actuellement à ce point de vue donner un résultat quelconque.

La vogue dont jouissent aujourd'hui les tensions osmotiques tient à deux causes : en premier lieu, elles ont été employées par M. Van t'Hoff dans ses Mémoires classiques sur la dynamique chimique, ce qui a fait croire qu'elles étaient un intermédiaire indispensable pour établir les formules données par ce savant; en second lieu, les expériences qui les concernent sont tellement peu précises que l'on peut se contenter, pour les représenter, de lois simples dont l'inexactitude ne peut être démontrée. On n'a pas la même latitude avec les tensions de vapeur qui comportent des mesures plus précises et ont déjà été l'objet d'expériences nombreuses.

3° *Loi de conservation de l'énergie.* — Cette loi s'applique encore aux phénomènes chimiques, comme l'ont montré les expériences de Favre sur la pile. Son énoncé est le même : *Dans toutes les transformations chimiques irréversibles, la chaleur totale créée après retour à l'état initial est équivalente à la puissance motrice détruite.* Une conséquence particulière de cette loi constitue le principe fondamental de la Thermochimie dit *principe de l'état initial et final;* il s'énonce ainsi :

La quantité totale de chaleur dégagée dans une succession de réactions chimiques ne dépend que de l'état initial et final du système, pourvu que la puissance motrice développée dans les deux séries de transformations soit la même. Pour le démontrer, il suffit de ramener par la pensée le système à son état initial par une suite de transformations qui sera toujours la même et d'écrire que la somme totale des quantités de chaleur et de puissance motrice mises en jeu est nulle. Il en résulte que la quantité de chaleur dégagée est égale et de signe contraire à une somme de grandeurs dont chacune d'elles est, par hypothèse, entièrement déterminée; elle l'est donc elle-même aussi. Ce principe de l'état initial et final joue, en Thermochimie, un rôle analogue à celui de la loi de Lavoisier dans la Chimie pondérale; il

permet de calculer par différence un grand nombre de chaleurs de réactions qu'il serait impossible de mesurer directement, par exemple, la chaleur de formation de tous les composés organiques.

Dans les mesures calorimétriques usuelles, la condition relative au développement de puissance motrice externe est toujours satisfaite, parce qu'elles sont effectuées toujours à dégagement d'électricité nul, et à pression ou volume constant. A volume constant, la puissance motrice, c'est-à-dire le travail externe, est dans tous les cas nul; à pression constante, il ne dépend que de l'état initial et final du système, c'est-à-dire est dans tous cas le même.

On déduit encore de la loi de conservation de l'énergie une seconde conséquence, c'est que la somme de la quantité de chaleur L mise en jeu dans une transformation directe irréversible et de la quantité de chaleur mise en jeu dans la transformation réversible inverse est nécessairement plus grande que zéro. Dans les cas très fréquents où la seconde de ces quantités de chaleur est très petite, la chaleur directe de réaction est positive. On voit la relation qui existe entre cette conséquence de la loi de conservation de l'énergie et le principe expérimental du travail maximum en Thermochimie.

CAPACITÉ DE L'ÉLECTROMÈTRE CAPILLAIRE;

Par M. E. BOUTY.

1. Je rappellerai que M. Lippmann (¹) considère la polarisation du mercure au contact de l'eau acidulée comme un phénomène réversible caractérisé par les valeurs de deux variables indépendantes, la surface de contact S et la différence de potentiel e. Soit dQ la quantité d'électricité à fournir à la surface pour produire les variations élémentaires dS et de. Posant

$$dQ = X\,dS + YS\,de, \tag{1}$$

et désignant par A la tension superficielle à la surface de contact,

(¹) Lippmann, Thèse de doctorat, 1875; *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. V, p. 494.

M. Lippmann démontre que l'on a

$$(2) \qquad X = -\frac{dA}{de},$$

$$(3) \qquad Y = -\frac{d^2A}{de^2}.$$

Y est *la capacité électrique de polarisation par unité de surface à surface constante;* X est une quantité jouant un rôle analogue et qu'on peut nommer *la densité électrique par unité de surface créée à potentiel constant.*

2. J'ai eu fréquemment l'occasion d'employer l'électromètre capillaire au zéro comme une capacité pour la comparaison de petites quantités d'électricité. Je supposerai aujourd'hui, d'une manière plus générale, que, les deux mercures de l'électromètre ayant été portés à une différence de potentiel e, on ramène le mercure, par la pression, au zéro du micromètre; qu'on sépare l'électromètre de la pile de charge et qu'on lui fournit une quantité d'électricité dQ sans faire varier la pression. Quelle sera la variation de la différence de potentiel, ou, en d'autres termes, quelle sera, dans ces conditions, la capacité C de l'appareil?

La variation de la différence électrique, sur le grand mercure, étant négligeable, la totalité de la différence de potentiel de se porte sur le petit mercure. Soient S la portion de surface du petit mercure, qui doit être considérée comme mouillée par l'eau acidulée, dS sa variation résultant du retrait dy de la colonne mercurielle. La capacité C de l'électromètre est, par définition, $\frac{dQ}{de}$, ou, d'après les formules (1), (2), (3),

$$(4) \qquad C = \frac{dQ}{de} = -\frac{dA}{de}\frac{dS}{de} - S\frac{d^2A}{de^2}.$$

Je supposerai, pour fixer les idées, que l'on rend le petit mercure négatif. La variation de surface du ménisque étant négligeable, la variation de surface dS se réduit à la suppression de la surface latérale d'un cylindre ou plutôt d'un tronc de cône de rayon moyen r et de longueur dy,

$$-dS = 2\pi r dy.$$

On reconnaît sans peine que, pour une valeur donnée de e, dy est

proportionnel à dA; le coefficient de proportionnalité dépend de l'angle au sommet du tronc de cône auquel peut être assimilé le tube dans la région voisine de zéro du micromètre. On a donc, en désignant par K une constante instrumentale,

$$dS = -K\,dA, \tag{5}$$

$$C = K\left(\frac{dA}{de}\right)^2 - S\,\frac{d^2A}{de^2}. \tag{6}$$

Telle est la valeur théorique de la capacité cherchée.

3. Pour juger de l'importance relative des deux termes dont se compose la capacité, j'ai fait construire, par M. Chabaud, des appareils de forme thermométrique dans les réservoirs desquels était soudé un fil de platine. Je substitue l'un de ces thermomètres au tube de l'électromètre capillaire et, puisque le petit mercure en contact avec l'eau acidulée se trouve ici immobilisé dans la tige du thermomètre, le second terme de la capacité subsiste seul.

Pour une valeur donnée de e, que je supposerai voisine de zéro, la capacité est alors proportionnelle à l'étendue S de la surface mouillée, que l'on peut, d'ailleurs, faire varier en déplaçant le ménisque par de petites variations de la température du réservoir du thermomètre. On constate que cette capacité est toujours petite par rapport à celle d'un électromètre dont le tube aurait la même section.

Ainsi, pour un thermomètre de $0^{mm},145$ de diamètre, la capacité a varié de $0^{mf},2$ à $0^{mf},8$ suivant la valeur de S. Mon électromètre, dont le tube a un diamètre de $0^{mm},0125$, c'est-à-dire environ douze fois plus faible que celui du thermomètre, a une capacité voisine de $0^{mf},6$.

4. Il suit de là que pour des valeurs de e voisines de zéro, la capacité de l'électromètre se réduit presque à son premier terme. Elle décroîtra donc rapidement quand on fera croître e. On en jugera par le Tableau suivant. La première colonne donne e en daniells; la seconde, les valeurs relatives de $\left(\frac{\delta A}{\delta e}\right)^2$; la troisième, les valeurs relatives de la capacité C. On a pris pour unités les valeurs correspondant à $e = 0$.

e.	$\left(\frac{\delta A}{\delta e}\right)^2$.	C.	δ.
da 0,00	1	1	»
0,02	0,865	0,879	+ 0,014
0,04	0,705	0,782	+ 0,077
0,08	0,539	0,590	+ 0,051
0,12	0,430	0,503	+ 0,073
0,16	0,353	0,421	+ 0,068
0,2	0,256	0,309	+ 0,053
0,3	0,150	0,178	+ 0,028
0,4	0,090	0,129	+ 0,039
0,5	0,036	0,076	+ 0,040
0,6	0,024	0,061	+ 0,037

La différence δ des valeurs relatives de C et de $\left(\frac{\delta A}{\delta e}\right)^2$ est toujours positive. Elle correspond manifestement au terme en S de la formule (6). On voit que pour $0^{da},5$ les deux termes de la capacité deviennent sensiblement égaux et que, pour des valeurs supérieures de e, le terme en S devient prépondérant. Il doit subsister seul pour la valeur de e qui rend A maximum.

5. Voici maintenant les méthodes que j'ai employées pour la détermination expérimentale de C.

La plus pratique consiste à faire usage du quartz piézoélectrique de M. Curie. Cet appareil chargé de poids qui, dans mes expériences, ont varié de 200^{gr} à 3000^{gr} fournit des quantités d'électricité δQ rigoureusement proportionnelles aux poids tenseurs; et comme la capacité du quartz est négligeable par rapport à celle de l'électromètre, la totalité de δQ s'écoule sur ce dernier, dont elle élève le potentiel de δe. Elle se trouve de l'ordre de grandeur convenable pour que le mercure ne sorte pas du champ du microscope.

La manière d'opérer est la suivante : les électrodes du quartz étant en dérivation sur l'électromètre, on porte le système au potentiel e à l'aide d'une pile de charge (1), et l'on ramène l'électromètre au zéro par l'emploi de la pression. Après avoir supprimé la pile de charge, on constate que la déperdition est pour ainsi

(1) Dérivation convenable prise sur le circuit d'un élément Daniell.

dire nulle, tout au moins pour des valeurs de e inférieures à $0^{da},2$. C'est dans ces conditions qu'on leste le quartz, d'une manière assez brusque pour que l'électromètre atteigne sa nouvelle position d'équilibre en une seconde environ; on fait la lecture du micromètre, on déleste le quartz, on lit la position finale du mercure qui doit presque se confondre avec sa position initiale et l'on prend la moyenne δy des deux déplacements inverses du mercure. Enfin, on cherche, à l'aide de la pile de charge, quel est l'accroissement δe du potentiel qui produit le même déplacement δy.

Ces observations suffisent à déterminer les valeurs relatives de la capacité de l'électromètre. En effet, si, dans deux expériences successives, on leste également le quartz, δQ demeure le même. Le rapport des capacités de l'électromètre dans les deux expériences (désigné par C dans le Tableau ci-dessus) est donc le rapport inverse des δe correspondants. Nous savons, d'autre part, que les δy sont proportionnels aux δA; les valeurs relatives de $\frac{\delta A}{\delta e}$ et de $\frac{\delta y}{\delta e}$ sont donc égales, ce qui a permis de calculer les nombres de la deuxième colonne du Tableau.

6. On peut se passer du quartz piézoélectrique et fournir à l'électromètre des quantités connues d'électricité, à l'aide d'un condensateur que l'on charge à un potentiel $e + \Delta e$ et que l'on décharge sur l'électromètre au potentiel e. Soient C la capacité de l'électromètre, C_1 celle du condensateur, δe l'accroissement du potentiel mesuré, on a

$$(C + C_1)\delta e = C_1 \Delta e,$$
$$C = C_1 \frac{\Delta e - \delta e}{\delta e}.$$

Cette méthode donne la valeur absolue de la capacité C, mais elle est plus incommode et moins sûre que la précédente, parce que, les manipulations étant plus longues et l'équilibre plus lent à s'établir, l'influence de la déperdition est plus considérable. Je n'ai employé cette méthode que pour quelques vérifications.

Enfin, on peut combiner l'emploi du quartz piézoélectrique et du condensateur. On décharge le quartz piézoélectrique, d'abord sur l'électromètre seul, puis sur l'électromètre portant en déri-

vation le condensateur C_1. On a

$$\delta Q = C\,\delta e = (C + C)\,\delta' e,$$

$$C = C_1 \frac{\delta' e}{\delta e - \delta' e}.$$

C'est par cette méthode que je détermine, d'ordinaire, la capacité absolue de l'électromètre au voisinage de $e = 0$; elle est alors très précise. Mais les durées δt, $\delta' t$ nécessaires à l'établissement de l'équilibre, dans les deux phases de l'expérience, sont trop différentes pour qu'il n'en résulte pas une erreur systématique notable, si l'on applique cette méthode avec de grandes valeurs de e.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

T. CXIV et CXV, 1892 (fin).

JANNETTAZ. — Sur un nouvel ellipsomètre, t. CXV, p. 1021.

Cet appareil sert à déterminer en grandeur et en position les éléments des ellipses isothermes obtenues sur des plaques cristallines par l'échauffement d'un point. Une lunette porte un prisme biréfringent dont la section principale est dans le plan vertical passant par l'axe optique. Un des fils du réticule est horizontal. La courbe est placée sur un cercle horizontal divisé, porté lui-même par un chariot mobile le long d'une vis micrométrique. On vise cette courbe obliquement avec la lunette qui peut se mouvoir le long d'une crémaillère verticale et tourner autour d'un axe horizontal. On amène les deux images à se couper. On rend la corde commune horizontale à l'aide du réticule, en faisant tourner la plaque, et l'on mesure la longueur de l'axe de la courbe par le déplacement de la vis.

Le cercle gradué permet de relever la direction des axes par rapport à un repère tracé d'avance.

E. JANNETTAZ. — Sur la propagation de la chaleur dans les corps cristallisés, t. CXIV, p, 1352.

M. Jannettaz confirme par de nouveaux exemples très nombreux la loi qu'il a énoncée en 1873 :

L'axe de plus facile propagation thermique dans les cristaux est parallèle à la résultante des clivages.

A. BERGET. — Méthode optique pour déterminer la conductibilité thermique des barres métalliques, t. CXIV, p. 1350.

Soit une barre métallique de longueur très grande par rapport à son diamètre, maintenue primitivement à 0°. Chauffons l'une de ses extrémités à une température T. L'allongement de la barre dans l'état stationnaire aura pour valeur, si la longueur est assez grande pour que l'élévation de température soit négligeable à la seconde extrémité,

$$\Delta l = \frac{\lambda T}{a},$$

λ étant le coefficient de dilatation linéaire et a un coefficient fourni par la relation

$$a^2 = \frac{hp}{ks}.$$

p et s sont le périmètre et la section de la barre, h et k ses coefficients de conductibilité extérieure et intérieure.

Pour une seconde barre, on pourra faire en sorte que t, T, p, s, h conservent la même valeur, et il viendra, en comparant les allongements des deux barres,

$$\frac{\Delta l}{\Delta_1 l} = \frac{\lambda}{\lambda_1}\sqrt{\frac{k}{k_1}}.$$

Un appareil d'interférence (miroirs de Fresnel ou anneaux de Newton) appliqué aux extrémités libres des deux barres donnera $\frac{\Delta l}{\Delta_1 l}$. Le même appareil donnera $\frac{\lambda}{\lambda_1}$, en chauffant toute la longueur des barres, et l'on en déduira $\frac{k}{k_1}$.

LE VERRIER. — Sur la chaleur spécifique des métaux, t. CXIV, p. 907.

Les températures, au moment de l'immersion dans le calorimètre, ont été mesurées avec le pyromètre Le Chatelier. La chaleur spécifique ne reste en général constante que dans des intervalles de 200° à 300° au plus. Sa variation est représentée par une série de lignes brisées raccordées par des courbes. Mais, au voisinage des points singuliers, le changement d'état se produit avec un retard variable, dépendant du mode de réchauffement ou de refroidissement. Pour le plomb, la chaleur totale reste à peu près constante de 20° à 30°. Pour le zinc, on observe de grandes anomalies entre 110° et 200°, températures auxquelles il devient malléable.

J. PIONCHON. — Sur la chaleur spécifique et la chaleur latente de fusion de l'aluminium, t. CXV, p. 162.

Jusqu'à 580°, la courbe des chaleurs totales présente une courbure modérée. Vers cette dernière température, elle se relève rapidement, pour devenir presque verticale entre 623° et 628° où se place la fusion. A partir de 580° l'aluminium devient grenu et friable. Sa chaleur latente est égale à 80^{cal}, comme celle de l'eau, et n'obéit pas à la règle du module d'élasticité de Person.

RAOULT. — Détermination du point de congélation des dissolutions aqueuses très diluées; application au sucre de canne, t. CXV, p. 268.

M. Raoult perfectionne sa méthode, en remplaçant l'agitateur à mouvement vertical alternatif qui faisait remonter les paillettes de glace, par un agitateur à mouvement de rotation dont la palette est formée d'une toile de platine et dont l'axe est dirigé suivant la tige du thermomètre. On fait cesser la surfusion par une parcelle de glace, quand la température est descendue à 0°,5 au-dessous du point de fusion. Le liquide réfrigérant est une solution de glycérine à 40 pour 100 refroidie par le liquide sortant d'un mélange de glace et de sel à travers un serpentin. On retrouve ainsi à $\frac{1}{500}$ de degré près le point de congélation de l'eau distillée. L'abaissement moléculaire du point de congélation par l'addition de sucre passe par un minimum quand la concentration augmente.

H. LE CHATELIER. — Sur la théorie du regel, t. CXIV, p. 62.

L'auteur conteste l'explication du regel proposée par W. Thomson, reposant sur l'abaissement du point de congélation par la pression. Les pressions au voisinage de la surface sont trop faibles pour expliquer ainsi l'agglomération de la neige. Il faut tenir compte de ce que la pression de l'eau liquide ou gazeuse logée dans les interstices n'est pas égale à celle de la glace aux points de contact des particules. En appliquant le principe de Carnot à une transformation réversible, on trouve la condition

$$L\frac{dT}{T} + \sum\left(N\frac{dP}{P}\right) = 0,$$

le signe Σ étant relatif aux diverses portions du système que supportent des pressions différentes. En appliquant cette formule et en supposant invariable la pression de l'eau, on trouve :

1° Un abaissement de point de fusion de 0°,091 pour 1^{kg} par centimètre carré d'accroissement de pression;

2° Un accroissement de pression de vapeur de 1 pour 100 par $11^{kg},6$ d'accroissement de pression;

3° Un accroissement de solubilité dans les liquides de 1 pour 100 pour $11^{kg},6$ d'accroissement de pression.

Ces résultats suffisent pour expliquer le durcissement de la glace ou de corps tels que le sel gemme, le gypse, le calcaire, le grès. L'auteur a reproduit la formation des blocs de ces derniers corps, en présence de leurs solutions saturées, par des pressions de 200^{kg} par centimètre carré maintenues pendant huit jours.

G. CHARPY. — Sur la détermination de l'état des sels dissous, d'après l'étude de la contraction, t. CXIV, p. 355.

Sur les densités des solutions aqueuses, *ibid.*, p. 539.

Sur la détermination des équilibres chimiques dans les systèmes dissous, *ibid.*, p. 665.

Quand on prend pour abscisse le rapport du nombre de molécules du corps dissous au nombre de molécules du mélange, les courbes qui représentent la variation du coefficient de contrac-

tion, pour une série de sels analogues, ne se coupent pas, mais se rangent dans l'ordre des poids moléculaires. On n'observe aucune différence entre les sels anhydres et les sels qui forment des hydrates stables. Cette loi se vérifie pour les chlorures et les sulfates dont la densité croît avec le poids moléculaire. Elle ne se vérifie pas pour les acides gras dont la densité à l'état liquide suit une progression inverse. La contraction fait en général remonter la courbe des densités des solutions aqueuses un peu au-dessus de la droite que l'on aurait s'il n'y avait pas de contraction. Dans le cas des dissolvants autres que l'eau, on n'observe pas de contraction analogue.

L'effet de la contraction étant peu sensible, même dans le premier cas, on peut regarder la densité comme une fonction linéaire de la concentration. Il en est encore ainsi quand on a préalablement dissous dans le dissolvant un autre sel présentant un ion commun avec celui de l'expérience. En étendant par hypothèse cette règle à des sels quelconques, on a un moyen de doser les produits de doubles décompositions dans un mélange de sels, acides ou bases.

L. DE COPPET. — Sur la température du maximum de densité des solutions aqueuses, t. CXV, p. 606.

Sur la température du maximum de densité des mélanges d'alcool et d'eau, *ibid.*, p. 652.

M. de Coppet a établi autrefois que les substances de même constitution produisent sensiblement, en se dissolvant dans l'eau, le même abaissement moléculaire du point de congélation. De nouvelles expériences jointes à celles de Despretz lui permettent de formuler la même loi pour l'abaissement moléculaire de la température du maximum de densité. Il classe les substances observées en trois groupes pour lesquels l'abaissement de la température du maximum est respectivement 4 fois, 7 à 8 fois, 11 à 12 fois plus grand que celui du point de congélation.

L'alcool éthylique dissous dans l'eau fait exception. Il obéit à la première loi, mais non à la seconde. Les quantités d'alcool croissant, la température du maximum s'élève d'abord, passe par un maximum, puis descend de plus en plus vite.

H. GILBAULT. — Nouvel hygromètre à condensation, t. CXIV, p. 67.

En raison de la mauvaise conductibilité du liquide évaporé dans les hygromètres, il peut exister une notable différence entre l'indication du thermomètre et la température réelle de la plaque. M. Gilbault emploie une plaque de platine dont il mesure la température par la variation de sa conductibilité électrique.

H. LE CHATELIER. — Sur le principe du travail maximum, t. CXV, p. 167, et *Ann. de Chimie et de Physique,* t. XXVII, p. 566.

M. Le Chatelier expose que, d'après les principes de la Thermodynamique, toute réaction spontanée est nécessairement accompagnée d'une diminution de l'énergie utilisable, c'est-à-dire tend à la production du maximum de travail qu'on puisse employer dans une machine. Le principe du travail maximum de M. Berthelot exprime la même relation pour la totalité du travail équivalent à la chaleur de la réaction. Il correspond à la formule

$$L > 0.$$

La loi thermodynamique est représentée par

$$L - ST > 0,$$

S étant la variation d'entropie. Ces deux lois sont pratiquement d'accord toutes les fois que ST est petit par rapport à L; mais on ne sait pas mesurer S.

Si l'on appelle T_0 la température à laquelle le système serait en équilibre sous la pression et la condensation actuelles, on trouve qu'au-dessous de cette température T_0 les réactions se feront spontanément avec dégagement de chaleur. Ce sera le contraire au-dessus de T_0. Le premier cas est celui des phénomènes chimiques les plus nombreux aux températures ordinaires. Ils obéissent à la loi du travail maximum. Le second cas correspond aux phénomènes de dissociation, sur lesquels M. Berthelot a tout le premier formulé des réserves expresses.

A. LEDUC. — Sur la composition de l'eau et la loi des volumes de Gay-Lussac, t. CXV, p. 41.

Application de la mesure des densités à la détermination du poids atomique de l'oxygène, *ibid.*, p. 311.

De ses recherches antérieures, M. Leduc a déduit la valeur 15,90 comme densité de l'oxygène par rapport à l'hydrogène. On doit prévoir que le poids atomique de l'oxygène sera inférieur à ce nombre, puisque ce gaz est plus compressible que l'hydrogène. Divers auteurs ont trouvé pour ce poids atomique des nombres dont la moyenne est 15,88. M. Leduc est conduit à cette même valeur par deux méthodes expérimentales différentes. Il exécute la synthèse de l'eau par la méthode de Dumas, en ayant soin de déterminer le poids d'hydrogène absorbé par le cuivre et d'écarter l'altération possible du verre par la chaleur. Il détermine la densité du mélange tonnant produit par l'électrolyse d'une solution alcaline au contact de laquelle il ne se produit pas d'ozone, et il a soin d'attendre que les électrodes et le liquide soient saturés de gaz. Les deux résultats ne diffèrent que d'une demi-unité du dernier ordre. Le nombre obtenu conduit pour le poids moléculaire de la vapeur d'eau à 17,88 et pour sa densité à 0,622, pour le volume moléculaire de l'oxygène à 1,9963. Les poids atomiques des corps simples déterminés par Stas doivent être multipliés par 0,995, et la loi de compositions en volume de Gay-Lussac devient une loi limite, au lieu d'être simplement une loi approchée.

A. LEDUC. — Sur la densité de l'oxyde de carbone et le poids atomique du carbone, t. CXV, p. 1072.

Le gaz est préparé au moyen de l'acide oxalique et de l'acide sulfurique. Il traverse des récipients à potasse et à anhydride phosphorique. La méthode de mesure est celle que l'auteur a déjà décrite. Il trouve pour la densité 0,9670, pour le poids moléculaire 27,793, pour le poids atomique du carbone 11,913, résultat concordant avec ceux de M. Friedel et de M. van der Plaat. La densité du formène, calculée d'après son poids moléculaire, serait 0,554, résultat très inférieur à ceux qu'on admet généralement.

H. MOISSAN et H. GAUTIER. — Sur la détermination de la densité des gaz, t. CXV, p. 82.

Les auteurs proposent pour mesurer rapidement la densité approchée des gaz dont on ne possède qu'une petite quantité, un appareil basé sur la méthode employée par Dumas dans la détermination de la densité des vapeurs.

Un réservoir gradué communique par son extrémité inférieure avec une ampoule pleine de mercure à laquelle il est relié par un tube de caoutchouc. Cette partie de l'appareil est destinée à la mesure du volume du gaz employé, sous la pression atmosphérique. Le haut du réservoir peut être mis en communication par un robinet à trois voies, soit avec un tube recourbé servant à puiser le gaz dans une éprouvette, soit avec un ballon vide que l'on a d'abord taré plein d'air sec. On refoule le gaz dans ce ballon après la mesure de volume; on achève de le remplir avec de l'air sec, puis on détermine la variation de poids et l'on en déduit la densité.

E.-H. AMAGAT. — Sur les lois de compressibilité des liquides, t. CXV, p. 638.

Pour les séries d'expériences dans lesquelles la pression a été poussée jusqu'à 3000 atmosphères, l'auteur a fait usage de la méthode des contacts électriques. Pour les séries où la température atteint 200° et la pression 1000 atmosphères, il s'est servi de la méthode des regards. Des Tableaux font connaître les valeurs des coefficients moyens de compressibilité pour les divers liquides et leurs variations avec la température et la pression.

D'après ces recherches, le coefficient décroît régulièrement quand la pression croît. Cette diminution est d'autant plus grande que la température est plus élevée. La variation du coefficient avec la pression décroît quand la pression croît. Pour tous les liquides, sauf l'eau, le coefficient croît avec la température sous toutes les pressions. La variation avec la température croît aussi avec la température et décroît quand la pression croît. Le rapport de cette variation au coefficient même décroît quand la pression croît. Pour l'alcool, il croît avec la température; pour l'éther, il

en est presque indépendant. Pour l'acide carbonique et l'éthylène, il passe nettement par un maximum.

E.-H. AMAGAT. — Sur les lois de dilatation des gaz sous pression constante, t. CXV, p. 771.

Il résulte de l'étude de l'acide carbonique que le coefficient de dilatation croît d'abord avec la pression, passe par un maximum pour une pression croissant avec la température, puis décroît. Le lieu des coefficients maxima passe par le point critique. Il ne se confond pas avec le lieu des minima du produit pV. Pour les gaz éloignés de leur point critique, on n'observe que la diminution finale. D'autre part, le coefficient croît d'abord avec la température, passe par un maximum, puis décroît. Ce maximum finit par disparaître aux températures élevées.

E.-H. AMAGAT. — Sur les lois de dilatation des liquides, leur comparaison avec les lois relatives aux gaz et la forme des isothermes des liquides et des gaz, t. CXV, p. 919.

Le coefficient de dilatation de tous les liquides étudiés, sauf l'eau, diminue quand la pression croît, et cette décroissance diminue aussi. Le coefficient croît de moins en moins vite à mesure que la température s'élève et paraît tendre vers un maximum. Les isothermes des gaz se transforment après l'ordonnée minima en parties presque rectilignes, légèrement concaves vers l'axe des abscisses, quand on prend pour coordonnées p et pv. Les liquides présentent la même particularité.

E.-H. AMAGAT. — Sur les lois de dilatation à volume constant des fluides, t. CXV, p. 1238.

Ce coefficient croît rapidement avec la pression, pour les liquides comme pour les gaz : cet accroissement varie peu avec la température. Les variations du coefficient avec la température sont aussi peu sensibles. L'auteur pense qu'il passe en réalité par un maximum.

GOUY. — **Effets de la pesanteur sur les fluides au point critique,**
t. CXV, p. 720.

On sait que la dérivée partielle $\frac{\partial v}{\partial p}$ du volume spécifique d'un fluide par rapport à la pression, pour une température constante, devient infinie au point critique. Il en résulte que, si un vase renferme le liquide et la vapeur à la température critique, la pression critique étant réalisée à un certain niveau, quand on monte ou descend à partir de ce niveau, la densité varie très rapidement en raison de la variation de pression due à la pesanteur du fluide. En s'appuyant sur la formule de M. van der Vaals et sur celle de M. Sarrau, M. Gouy calcule la variation de volume spécifique qui doit se produire dans un tube à acide carbonique dans ces conditions. Il trouve que, pour une hauteur totale d'environ $0^m,10$, comprenant le niveau critique, la variation du volume spécifique doit atteindre 6 pour 100 de sa valeur moyenne. Le niveau critique sépare donc deux masses de fluide de densités moyennes très différentes. Il en résulte des jeux de lumière qui simulent une surface libre un peu indécise. L'auteur rapproche ces résultats des faits signalés par MM. Cailletet et Collardeau relativement à l'état de la matière au point critique et rapportés par ces savants à une cause différente.

C. ANTOINE. — **Sur l'équation caractéristique de la vapeur d'eau,**
t. CXIV, p. 162.

L'auteur déduit des expériences de Hirn sur la vapeur d'eau que le poids π du mètre cube de vapeur d'eau, à la température t et sous la pression H, est donnée par la relation

$$\pi = \frac{19,9\,H}{278 + 0,365\,\theta - t},$$

dans laquelle θ représente la température de la vapeur à saturation sous la pression H.

C. ANTOINE. — Sur l'équation caractéristique de diverses vapeurs, t. CXIV, p. 1177.

Chaleur totale des vapeurs (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXVI, p. 426); 1892.

En rapportant les chaleurs totales X des vapeurs à leur température t et à leur pression p, on arrive à une relation de la forme

$$X = A - Gp^n + ct.$$

L'exposant n pour les vapeurs étudiées par Regnault varie de 0,16 à 0,70.

L'application de cette formule permet de résoudre les divers problèmes relatifs à la détente des vapeurs. L'auteur montre la concordance de cette formule avec les résultats de Regnault pour diverses vapeurs.

En comparant aux valeurs de X celles du produit pv déduites de la formule de Zeuner, on obtient des valeurs de v qui sont aussi d'accord avec l'expérience, par l'application de la relation

$$pv = A(D - Bp^n + t).$$

E. COLOT. — **Sur les tensions des vapeurs saturées des différents liquides à la même pression, t. CXIV, p. 653.**

L'auteur cherche à établir par des vérifications numériques la loi suivante :

Entre les températures t et θ des vapeurs saturées de deux liquides quelconques qui correspondent à une même pression, il existe une relation linéaire

$$t = A\theta + B,$$

A et B étant des constantes dépendant de la nature des liquides considérés.

E. MERCADIER. — **Sur la forme générale de la loi du mouvement vibratoire dans un milieu isotrope, t. CXV, p. 1264.**

Considérons un corps isotrope de dimensions et de forme géométrique déterminées. Désignons par n le nombre de ses vibra-

tions par seconde, q l'élasticité, δ la densité, φ une fonction des dimensions géométriques. En comparant les dimensions des unités de ces quatre grandeurs et en exprimant que la relation existant entre elles est indépendante du choix des unités, M. Mercadier montre que cette relation est de la forme

$$n = \sum A \sqrt{\frac{q}{\delta}} \frac{1}{\varphi_1},$$

les fonctions φ_1 étant du premier degré des paramètres linéaires.

On retrouve *a priori* les lois établies par l'expérience, en appliquant cette formule aux cas des sphères vibrantes, des disques circulaires, des plaques carrées, des verges rectangulaires, des cordes vibrant longitudinalement ou transversalement, des corps géométriquement ou mécaniquement semblables.

G. Foussereau.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON;

T. LII.

Lord KELVIN. — Nouvelle forme de condensateur à air. — Application à la mesure des petites capacités électrostatiques, p. 6.

L'appareil décrit par Lord Kelvin fournit, lorsqu'il est relié à un électromètre approprié, un moyen commode de mesurer les petites capacités électrostatiques comme celles d'une petite longueur de câble.

L'instrument se compose de deux systèmes de lames parallèles de forme carrée, reliées, les unes aux autres, par quatre tiges de métal qui passent à travers des trous pratiqués aux angles de ces lames. La distance d'une lame à une autre, dans le même système, est réglée par des pièces annulaires, toutes identiques, qui s'adaptent exactement aux tiges. Les deux systèmes sont disposés de telle sorte que chacune des lames d'un système soit intercalée entre deux lames de l'autre système.

Dans un des appareils construits par Lord Kelvin, l'un des systèmes était composé de vingt-deux lames, l'autre de vingt-trois, constituant ainsi quarante-quatre espaces pleins d'air. La capacité

de ce condensateur était approximativement de 990^{cc}, en unités électrostatiques, ou $1,1 \times 10^{-3}$ microfarads.

L'électromètre qui convient le mieux pour les mesures est le voltmètre multicellulaire du même auteur.

Quinze ou vingt secondes suffisent pour faire une détermination.

A. WRIGHT. — Sur certains alliages ternaires (6e partie), alliages contenant de l'aluminium avec du plomb (ou du bismuth) et de l'étain (ou de l'argent), p. 11.

Les expériences de M. A. Wright ont été faites sur des alliages de plomb (ou de bismuth) employé comme métal lourd non miscible, d'aluminium employé comme métal léger non miscible et d'étain (ou d'argent) employé comme dissolvant.

L'un des résultats de ces recherches a été de montrer que la composition des alliages, au point critique, correspond à un rapport entre les métaux non miscibles qui varie, dans chaque cas, avec la nature du dissolvant.

Le Tableau suivant donne les rapports trouvés dans huit cas particuliers :

Métaux non miscibles.	Métal dissolvant.	Rapport approché.
Plomb et zinc	Étain	$PbZn^6$
»	Argent	Pb^2Zn
Plomb et aluminium	Étain	Pb^2Al^7
»	Argent	Pb^3Al
Bismuth et zinc	Étain	$BiZn^{10}$
»	Argent	$BiZn^2$
Bismuth et aluminium	Étain	$BiAl^{10}$
»	Argent	Bi^2Al

V.-H. VELEY. — Conditions de formation et de décomposition de l'acide azoteux, p. 27.

M. Veley a fait une étude très complète de l'acide azoteux, si employé dans les transformations chimiques.

Les résultats auxquels il est arrivé peuvent être résumés ainsi :

1° La formation de peroxyde d'azote, qui donne à l'acide azotique la teinte jaune bien connue, a lieu dans l'acide concentré même à la température de 30° et dans l'acide dilué à des températures

comprises entre 100° et 150°, même lorsque l'acide n'est pas exposé au soleil;

2° La réaction entre le bioxyde d'azote et l'acide azotique peut être regardée comme réversible, c'est-à-dire que

$$2AzO + AzO^3H + H^2O = 3AzO^2H,$$

pourvu que l'acide soit suffisamment dilué et la température assez basse. Dans ces conditions, l'équilibre s'établit entre les masses des acides azoteux et azotique lorsque le rapport du premier au second est, en chiffres ronds, $\frac{9}{1}$;

3° La décomposition des solutions, contenant des acides azotique et azoteux, a été également examinée; la vitesse de décomposition est proportionnelle à la masse d'acide azoteux qui subit la variation. La courbe qui représente la décomposition chimique en fonction de la masse est hyperbolique et peut être représentée, quelle que soit la manière de préparer le mélange, par la formule

$$\frac{dC}{dT} = -\frac{C^2}{M}.$$

Dans cette formule, C représente la concentration de l'acide azoteux, T le temps, $\frac{1}{M}$ la masse de l'une des substances réagissant sur l'autre pendant l'unité de temps lorsqu'on met en présence l'unité de masse de chaque substance.

La vitesse de décomposition dépend du rapport des masses des acides azotique et azoteux; elle est d'autant plus grande que le rapport du premier acide au second est plus grand.

Dans le cas particulier du liquide préparé au moyen du peroxyde d'azote et de l'acide azotique, lorsque la température augmente en progression arithmétique, la vitesse de décomposition varie en progression géométrique d'après l'équation

$$v_t = v k^{(t-t_1)},$$

dans laquelle

$$k = 0,0158.$$

J.-B. PEACE. — Différence de potentiel nécessaire pour produire une étincelle entre deux plateaux parallèles dans l'air à différentes pressions, p. 99.

Une cloche renversée, communiquant avec une trompe à eau,

était fermée hermétiquement par un couvercle en laiton. Ce couvercle portait les plaques parallèles dont la distance était déterminée au moyen d'une vis micrométrique. La différence de potentiel entre les plateaux était produite par un grand nombre de petits accumulateurs et mesurée au moyen du voltmètre électrostatique de Sir W. Thomson.

L'auteur a représenté par des courbes la relation entre la différence de potentiel et la pression pour différentes longueurs constantes d'étincelles, la force électrostatique (différence de potentiel en unités électrostatiques) par centimètre d'étincelle et la relation entre la différence de potentiel et la longueur d'étincelle à différentes pressions.

Les résultats présentent deux particularités remarquables. En premier lieu, les courbes de la différence de potentiel présentent des minima à des pressions relativement élevées. Le Tableau suivant donne ces minima :

Longueur de l'étincelle en millimètres.	Différence de potentiel minima en volts.	Pression en millimètres de mercure.
0,0102	326	240
0,0254	330	150
0,0508	333	110
0,1016	354	55
0,2032	370	33

En second lieu, les courbes donnant la différence de potentiel en fonction de la longueur d'étincelle à des pressions données présentent aussi des minima. Cet effet n'était pas très marqué, mais tout indiquait qu'il devait être plus apparent à des pressions plus basses. C'est ce que l'auteur a vérifié au moyen d'un appareil spécial avec lequel il a pu opérer sous des pressions de 2^{mm} à 3^{mm} de mercure.

T. ANDREWS. — Effets électrochimiques du fer aimanté (4ᵉ Partie), p. 114.

L'auteur a étudié l'influence de l'aimantation sur la corrosion de l'acier et du fer par les solutions de chlorure cuivreux.

Des barres d'acier de même longueur et de même diamètre étaient coupées dans une longue tige soigneusement polie, de

manière qu'on puisse les regarder comme ayant pratiquement la même composition et la même structure. Dans chaque série d'expériences, l'une des barres était aimantée, l'autre maintenue dans son état normal. Ces barres étaient pesées, puis plongées séparément dans des vases renfermant des quantités égales d'une solution de chlorure cuivreux. On les laissait dans cette solution pendant des temps variables, puis on les pesait de nouveau.

La moyenne des résultats de vingt-neuf expériences a montré que la corrosion de l'acier aimanté est plus grande que celle de l'acier non aimanté, d'environ 3 pour 100. R. PAILLOT.

(*A suivre.*)

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

7e série, t. II; juillet 1894.

L. HOULLEVIGUE. — *Électrolyse et polarisation des mélanges de sels*, p. 351.

M. BRILLOUIN. — *Mouvements d'une sphère dans une atmosphère gazeuse. Vibrations propres de l'espace extérieur*, p. 417.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXVII; juin 1894.

A. SCHUSTER. — *Sur les phénomènes d'interférence*, p. 509.

J.-W. KEARTON. — *Nouvelle méthode pour faire des miroirs magiques*, p. 546.

P.-L. GRAY. — *Température minimum de visibilité*, p. 549.

CAREY LEA. — *Nouvelle méthode pour déterminer les affinités relatives de divers acides*, p. 557.

S.-P. THOMPSON. — *Sur le dessin et l'enroulement d'électro-aimants à courants alternatifs*, p. 564.

S.-H. BURBURY. — *La seconde loi de la Thermodynamique*, p. 574.

5e série, t. XXXVIII; juillet 1894.

W. SUTHERLAND. — *L'attraction de molécules dissemblables : 1. La diffusion des gaz*, p. 1.

C. BARUS. — *La condensation de nuages colorés est liée à la température et à l'existence de poussières dans l'air*, p. 19.

W. Peddie. — *Sur les oscillations de torsion des fils*, p. 36.

Ch.-V. Burton. — *Mécanisme de la conductibilité électrique; 1re Partie : Conductibilité des métaux*, p. 55.

W.-B. Croft. — *Observation sur la diffraction*, p. 70.

L. Bleekrode. — *Expériences avec l'acide carbonique solide*, p. 81.

R. Threlfall et F. Martin. — *Méthode approchée pour trouver les forces qui agissent dans les circuits magnétiques*, p. 89.

O. Henrici. — *Sur un nouvel analyseur harmonique*, p. 110.

A. Sharp. — *Analyseur harmonique donnant par des lectures directes l'amplitude et la phase des termes harmoniques simples constituants*, p. 141.

Perry. — *Remarques sur le Mémoire de M. Henrici, et description d'une machine à développer une fonction arbitraire en série de fonctions de forme normale*, p. 125.

Wadsworth. — *Forme perfectionnée de spectroscope de Littrow*, p. 137.

John Kerr. — *Sur une question fondamentale en électro-optique*, p. 144.

Wiedemann's Annalen.

T. LII, n° 6; 1894.

F. Paschen. — *Sur l'émission des gaz*, p. 209.

F. Melde. — *Quelques méthodes pour la mesure du nombre de vibrations de sons très aigus*, p. 238.

C. Dieterici. — *Relation entre l'abaissement du point de congélation et la pression osmotique des dissolutions*, p. 263.

P. Steiner. — *Sur la dissolution de l'hydrogène dans l'eau et dans les dissolutions aqueuses*, p. 275.

W. Kawalki. — *Recherches sur la diffusibilité électrique de quelques électrolytes dans l'alcool. Contribution à l'étude de la constitution des dissolutions*, p. 300.

B. Völlner. — *Conductibilité électrique de quelques sels dans l'alcool ordinaire ou éthylique*, p. 328.

Kr. Birkeland. — *Sur le rayonnement de l'énergie électro-magnétique dans l'espace*, p. 357.

C. Kirn. — *Analogie de l'émission lumineuse par phosphorescence d'un tube de Geissler et de l'émission d'un corps solide au début de l'incandescence*, p. 381.

F. Richarz. — *Forces électriques et magnétiques des atomes*, p. 385.

H. Ébert. — *Sur les formes du mouvement qui peuvent être invoquées pour expliquer les phénomènes électromagnétiques*, p. 417.

K.-R. Koch. — *Sur l'emploi des longueurs d'onde comme unité naturelle de mesure des longueurs. Réclamations*, p. 432.

SUR LA SYMÉTRIE DANS LES PHÉNOMÈNES PHYSIQUES, SYMÉTRIE D'UN CHAMP ÉLECTRIQUE ET D'UN CHAMP MAGNÉTIQUE;

PAR M. P. CURIE.

I. Je pense qu'il y aurait intérêt à introduire dans l'étude des phénomènes physiques les considérations sur la symétrie familières aux cristallographes.

Un corps isotrope, par exemple, peut être animé d'un mouvement rectiligne ou de rotation; liquide, il peut être le siège de mouvements tourbillonnaires; solide, il peut être comprimé ou tordu; il peut se trouver dans un champ électrique ou magnétique; il peut être traversé par un courant électrique ou calorifique; il peut être parcouru par un rayon de lumière naturelle ou polarisée rectilignement, circulairement, elliptiquement, etc. Dans chaque cas, une certaine dissymétrie caractéristique est nécessaire en chaque point du corps. Les dissymétries seront encore plus complexes, si l'on suppose que plusieurs de ces phénomènes coexistent dans un même milieu ou si ces phénomènes se produisent dans un milieu cristallisé qui possède déjà, de par sa constitution, une certaine dissymétrie.

Les physiciens utilisent souvent les conditions données par la symétrie, mais négligent généralement de définir la symétrie dans un phénomène, parce que, assez souvent, les conditions de symétrie sont simples et presque évidentes *a priori* (1).

Dans l'enseignement de la Physique, il vaudrait cependant mieux exposer franchement ces questions : dans l'étude de l'électricité, par exemple, énoncer presque au début la symétrie caractéristique du champ électrique et du champ magnétique; on pourrait ensuite se servir de ces notions pour simplifier bien des démonstrations.

Au point de vue des idées générales, la notion de symétrie peut être rapprochée de la notion de *dimension :* ces deux notions fondamentales sont respectivement caractéristiques pour le *milieu*

(1) Les cristallographes qui ont à considérer des cas plus complexes ont établi la théorie générale de la symétrie. Dans les traités de Cristallographie physique (qui sont en même temps de véritables traités de Physique), les questions de symétrie sont exposées avec le plus grand soin. *Voir* les traités de Mallard, de Liebisch, de Soret.

où se passe un phénomène et pour la *grandeur* qui sert à en évaluer l'intensité.

Deux milieux de même dissymétrie ont entre eux un lien particulier, dont on peut tirer des conséquences physiques. Une liaison du même genre existe entre deux grandeurs de même dimension. Enfin, lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits. De même, dans la mise en équation d'un phénomène physique, il y a une liaison de cause à effet entre les grandeurs qui figurent dans les deux membres et ces deux membres ont même dimension.

II. Opérations de recouvrement et éléments de symétrie. — L'établissement des divers types de symétrie peut être divisé en deux grands Chapitres, suivant qu'il s'agit de définir la symétrie d'un système limité ou d'un système qui peut être regardé comme étant illimité. Nous ne nous occcuperons ici que d'un système limité (¹).

Considérons un système défini à l'aide de données analytiques et de trois axes coordonnés rectangulaires, par exemple. Le système possédera une certaine symétrie si, en se servant d'autres axes coordonnés rectangulaires, il se trouve encore défini avec les mêmes données analytiques.

Les éléments (points, droites, plans, etc.) définis avec les mêmes données analytiques et rapportés à ces divers groupes d'axes sont des éléments *homologues* ou *de même espèce*.

(¹) La théorie de la constitution des corps cristallisés n'est autre chose que la théorie générale de la *symétrie dans un milieu illimité* ayant une constitution périodique. C'est une théorie admirable qui a été édifiée par Bravais (recherches cristallographiques), par Jordan (*Annali di Matematica*, p. 167, 1868; p. 322, 1869) et par de Fedorow (*Société minéralogique de Saint-Pétersbourg*, 1879 à 1884, en langue russe; *Zeitschriff für Krystallographie*, t. XX, p. 25, 1892). Récemment, Schœnflies a donné un excellent Traité didactique de cette théorie (*Krystallsysteme und Krystallstruktur;* Leipzig, 1891).

Les corps cristallisés peuvent être divisés en 32 groupes, si l'on considère seulement la symétrie de la forme extérieure; mais la théorie prévoit, pour la structure interne de ces substances, 230 types de symétrie distincts. Si tous ces types se trouvent réalisés dans la nature, c'est pour les physiciens une véritable richesse, car ils ont alors à leur disposition 230 milieux doués de symétries différentes.

L'opération qui représente le passage d'un premier système à un second sera une *opération de recouvrement* [1].

Il existe deux espèces d'axes coordonnés rectangulaires symétriques l'un de l'autre. On aura *une opération de recouvrement du premier genre* dans le système, quand l'opération représente le passage d'un système d'axe à un autre identique. L'opération est alors équivalente à un simple déplacement dans l'espace. Il y a *répétition* des mêmes éléments dans le système.

On aura une *opération de recouvrement du deuxième genre ou transformation symétrique proprement dite,* lorsque l'opération représente le passage d'un système d'axes à un autre symétrique du premier. Le système est alors identique à son image obtenue par mirage.

On démontre facilement que, pendant les opérations de recouvrement d'un système limité, un point au moins reste toujours fixe dans l'espace. Il en résulte qu'établir tous les types de symétrie possibles d'un système limité revient à établir tous les *types de symétrie autour d'un point* qui est le centre de figure du système.

Les opérations de recouvrement du premier genre peuvent toujours être obtenues par une simple rotation autour d'un *axe de répétition* (plus généralement appelé *axe de symétrie*), passant par le point. L'axe d'ordre q (q nombre entier) donnera le recouvrement du système pour des rotations d'angles 0, 1, 2, ..., $(q-1)$ fois $\frac{2\pi}{q}$.

Nous considérerons une *direction* et un *sens* à chaque axe du système, ce qui double le nombre des axes; car, dans un axe, nous en compterons deux dirigés en sens contraires l'un de l'autre. Si ces deux axes de sens contraires sont d'espèce différente au point de vue des répétitions (par exemple l'axe d'une pyramide régulière) et d'ordre q, nous les désignerons par (Lq lq).

Si ces deux axes de sens contraires sont de même espèce par répétition (exemple l'axe principal d'un prisme) et d'ordre q, nous les désignerons par ($2Lq$). On a alors un *axe doublé.* Dans ce cas, il existe nécessairement dans le système un axe de répétition

---

[1] *Deck Operation* des cristallographes allemands.

d'ordre pair normal à l'axe doublé qui permet de renverser celui-ci sur lui-même par une rotation de 180° faisant partie des opérations de recouvrement du système.

Les opérations de recouvrement du deuxième genre peuvent toujours être obtenues par un mirage accompagné d'une rotation autour d'un axe normal au plan de mirage. Plusieurs cas sont à considérer :

1° La rotation est nulle; on a un simple mirage et le système a un *plan de symétrie*, — P.

2° La rotation est égale à 180°; on a un *centre de symétrie*, — C.

3° L'axe normal au plan est un axe de répétition d'ordre q et l'on a q transformations symétriques; chacune de ces opérations consiste en un mirage suivi d'une des rotations

$$0, \quad \frac{2\pi}{q}, \quad 2\frac{2\pi}{q}, \quad \dots, \quad (q-1)\frac{2\pi}{q};$$

on a alors *un plan de symétrie direct d'ordre q*, nous le désignerons par Pq.

4° L'axe normal au plan est un axe de répétition d'ordre q, et l'on a q transformations symétriques; chacune de ces opérations consiste en un mirage suivi d'une des rotations

$$\frac{1}{2}\frac{2\pi}{q}, \quad \left(1+\frac{1}{2}\right)\frac{2\pi}{q}, \quad \left(2+\frac{1}{2}\right)\frac{2\pi}{q}, \quad \dots, \quad \left(q-1+\frac{1}{2}\right)\frac{2\pi}{q}$$

autour de l'axe. On a alors *un plan de symétrie alterne d'ordre q* : nous le désignerons par πq.

Le modèle représenté (*fig.* 1) a un axe d'ordre 4 avec un plan P_4 de symétrie directe d'ordre 4. Les quatre flèches inférieures sont obtenues par mirage direct des quatre flèches supérieures et réciproquement. On restitue le système par mirage simple ou accompagné d'une rotation d'un certain nombre de fois 90°.

Le modèle (*fig.* 2) a un axe d'ordre 4 avec un plan π_4 de symétrie alterne d'ordre 4, normal à sa direction. Les quatre flèches inférieures alternent en position avec les images obtenues par mirage direct des quatre flèches supérieures. On restitue le système par un mirage suivi d'une rotation d'un nombre impair de fois 45°.

On peut remarquer que le modèle de la *fig.* 2 est superposable à son

Fig. 1.

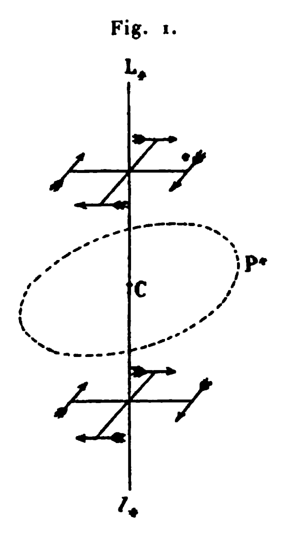
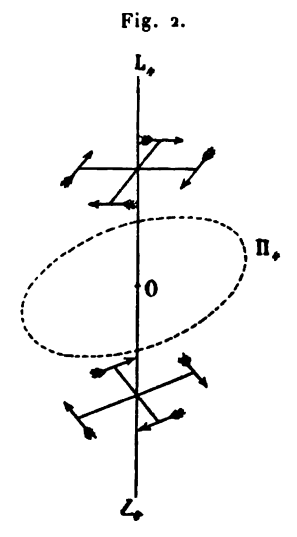


image vue dans une glace, bien qu'il ne possède ni plan ni centre de symétrie. Il a seulement un plan de symétrie alterne (¹).

Fig. 2.



(¹) P. Curie, *Bulletin de la Soc. minéral.* (*Sur les questions d'ordre*, t. VII, p. 89; 1884. — *Sur la symétrie*, t. VII, p. 418; 1884).

III. Les groupes d'opérations de recouvrement. — Toutes les opérations de recouvrement d'un système sont définies à l'aide des éléments de symétrie que nous venons d'énumérer.

Un *groupe* d'opérations de recouvrement sera une réunion d'opérations telles que deux quelconques des opérations effectuées successivement donneront le même résultat que celui qu'on obtient par une opération unique faisant partie du groupe.

Nous donnons ici le Tableau complet de tous les groupes d'opérations de recouvrement autour d'un point. Ces opérations sont complètement spécifiées par l'énumération des éléments de symétrie.

Cl.	Axes de répétition.	f.	Transformations symétriques.	N.		Exemples.
I.	(Pas d'axe).	1	O	1		
		2	P	2		
		3	C	2		parallélépipède.
II.	$L_q l_q$ (un axe et son inverse).	4	O	q	$q=2$	acide tartrique.
		5	P_q	$2q$	$q=2$	gypse.
					$q=6$	apatite.
					$q=\infty$	champ magnétique.
		6	π_q	$2q$	$q=\infty$	champ magnétique.
					$q=3$	dioptase.
		7	qP	$2q$	$q=3$	tourmaline.
					$q=\infty$	champ électrique, tronc de cône.
III.	$2L_q, qL_2, ql'_2$ (un axe principal doublé).	8	O	$2q$	$q=3$	quartz.
					$q=\infty$	fil tordu.
		9	P_q, qP	$4q$	$q=3$	prisme triangulaire régulier.
					$q=\infty$	cylindre circulaire droit.
		10	π_q, qP	$4q$	$q=\infty$	cylindre circulaire droit.
					$q=3$	rhomboèdre, spath.
					$q=2$	sphénoèdre.
IV.	$4(L_3 l_3), 6L_2$ (axes du tétraèdre régulier).	11	O	12		chlorate de soude.
		12	$4\pi_2, 3P_2, C$	24		pyrite.
		13	$3\pi_2, 6P$	24		tétraèdre régulier, blende.
V.	$6L_4, 8L_3, 12L_2$ (axes du cube).	14	O	24		cuprite.
		15	$3P_4, 4\pi_3, 6P_2, C$	48		cube, octaèdre régulier.
VI.	$12L_5, 20L_3, 30L_2$ (axes de l'icosaèdre régulier).	16	O	60		
		17	$6\pi_5, 10\pi_3, 15P_2, C$	120		icosaèdre, dodécaèdre régulier.
VII.	∞L_∞ (axes de la sphère).	18	O	∞		sphère remplie de liquide doué de pouvoir rotatoire.
		19	$\infty P_\infty, C$	∞		sphère.

Dans ce Tableau,

(Lq, lq) désignent un axe d'ordre q et celui de sens contraire d'une autre espèce,
($2Lq$) un axe d'ordre q doublé,
C un centre de symétrie,
P un plan de symétrie,
Pq un plan de symétrie directe d'ordre q,
πq un plan de symétrie alterne d'ordre q.

On voit que les groupes d'éléments de symétrie peuvent être partagés en *sept classes cl* se distinguant les unes des autres par la nature du groupe d'axes qu'elles contiennent. Chaque classe peut exister avec ou sans transformation symétrique proprement dite. Il y a généralement plusieurs manières de donner la symétrie proprement dite à un groupe qui ne contient que des axes. On obtient en tout 19 *familles f*. Considérons, par exemple, la classe III et supposons $q = 3$, on aura le groupe d'axes $2L_3$, $(3L_2, 3L'_2)$, c'est-à-dire un axe principal doublé d'ordre 3, avec trois axes binaires et ceux de sens contraire d'une autre espèce $3(L_2, L'_2)$; ces trois axes sont normaux à l'axe principal et forment entre eux des angles de 120°. Ce système peut exister sans autre élément de symétrie [famille (8), forme cristalline du quartz], ou avec un plan de symétrie d'ordre 3 normal à l'axe principal (P_3) et 3 plans de symétrie 3P passant par l'axe principal et par les axes binaires [famille (9) prisme triangulaire]. On peut encore avoir un système symétrique [famille (10), rhomboèdre] avec un plan de symétrie alterne π_3 normal à l'axe principal, 3 plans de symétrie passant par l'axe principal et normaux aux axes binaires et un centre de symétrie.

Chaque famille des classes II et III contient une infinité de groupes, q peut être un nombre entier quelconque. Les familles des autres classes ne contiennent chacune qu'un seul groupe.

Dans les familles (5) et (9) il y a un centre de symétrie quand q est d'ordre pair. Dans les familles (6) et (10), il y a un centre de symétrie quand q est d'ordre impair.

Dans la classe III, les axes L_2 et L'_2 se confondent, mais sont de sens contraire l'un de l'autre si q est impair. On a, au contraire, des axes binaires doublés de deux espèces différentes si q est pair.

Les valeurs N donnent l'ordre de chaque groupe. N est le nombre de points homologues entre eux dans le système, lorsque les points considérés ne sont situés sur aucun axe ni sur aucun plan de symétrie. N est encore le nombre de systèmes d'axes coordonnés rectangulaires pour lequel le système se présente sous un même aspect.

Les systèmes ayant la symétrie des familles 1, 4, 8, 11, 14, 16, 18 qui ne contiennent que des axes ne sont pas superposables à leur image obtenue par mirage, ils possèdent la *dissymétrie énantiomorphe* [1].

---

[1] Pour détails plus complets, voir les traités de cristallographie. *Voir* aussi

Une notion très importante au point de vue qui nous occupe est celle des *intergroupes*. Un groupe d'éléments de symétrie est un intergroupe d'un groupe de symétrie plus élevée lorsque toutes les opérations de recouvrement du premier groupe font partie des opérations de recouvrement du second.

C'est ainsi, par exemple, que le groupe (13) à symétrie tétraédrique est un intergroupe du groupe (15) à symétrie cubique. Le groupe ($L_6 l_6$), 6P de la famille (7) (symétrie d'une pyramide hexagonale régulière) est un intergroupe du groupe $\frac{2L_6}{P_6}, \frac{6L_2, 6L'_2}{6P_2}$ C de la famille (9) (prisme hexagonal régulier). Un groupe de (4) est un intergroupe des groupes (5), (6), (7), (8), (9), (10) pour une même valeur de q, etc.

IV. Dissymétrie caractéristique des phénomènes physiques. — Considérons maintenant un point quelconque d'un milieu dans un état physique quelconque. La symétrie en ce point sera nécessairement caractérisée par un des groupes du Tableau qui précède ([1]).

Nous énoncerons les propositions suivantes :

La symétrie caractéristique d'un phénomène est la symétrie maxima compatible avec l'existence du phénomène.

Un phénomène peut exister dans un milieu qui possède sa symétrie caractéristique ou celle d'un des intergroupes de sa symétrie caractéristique.

Autrement dit, certains éléments de symétrie peuvent coexister avec certains phénomènes, mais ils ne sont pas nécessaires. Ce qui est nécessaire, c'est que certains éléments de symétrie n'existent pas. *C'est la dissymétrie qui crée le phénomène.*

Bravais, *Recherches cristallographiques;* Jordan, *Sur les groupes de mouvements* (*Annali di Matematica,* 1888); P. Curie, *loc. cit.*

([1]) Certains esprits peuvent hésiter à transporter à un milieu dans un état physique quelconque une classification qui a été établie d'abord au point de vue de la Géométrie pure. Nous ferons remarquer que l'on peut ramener tous les raisonnements qui servent à l'établissement des groupes à la forme suivante : soient A, B, C trois systèmes d'axes coordonnés rectangulaires pour lesquels un système se présente sous un même aspect, soit D un quatrième système d'axes coordonnés rectangulaires qui est placé par rapport à C de la même façon que B par rapport à A ; D sera encore un système d'axes coordonnés pour lequel le système se présentera sous le même aspect que pour A, B, C. Le mode de raisonnement ne préjuge rien sur la nature du système.

Il serait beaucoup plus logique d'appeler plan de dissymétrie tout plan qui ne serait pas un plan de symétrie ; axe de dissymétrie tout axe qui ne serait pas un axe de symétrie, etc., et, d'une manière générale, de donner la liste des opérations qui ne sont pas des opérations de recouvrement dans ce système. Ce sont ces opérations-là qui indiquent une dissymétrie et, par conséquent, une propriété possible dans le système. Mais, dans les groupes que nous avons considérés, il y a un nombre infini d'opérations n'amenant pas le recouvrement et généralement un nombre fini d'opérations de recouvrement : il est donc beaucoup plus simple de donner la liste de ces dernières opérations.

On peut encore voir que quand plusieurs phénomènes de natures différentes se superposent dans un même système, les dissymétries s'ajoutent. Il ne reste plus alors comme éléments de symétrie dans le système que ceux qui sont communs à chaque phénomène pris séparément.

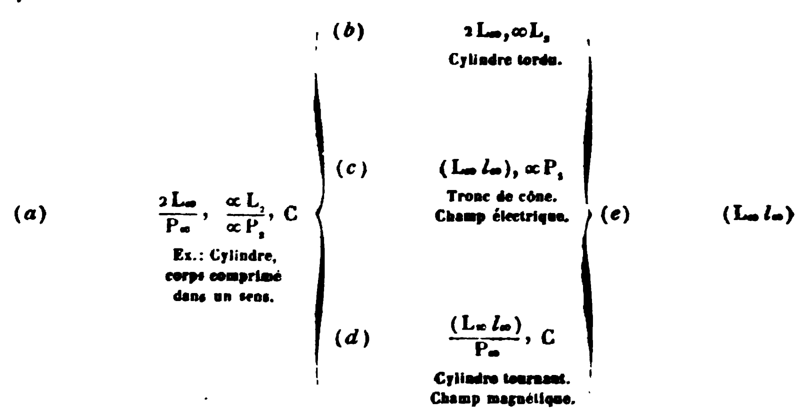
Lorsque certaines causes produisent certains effets, les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits.

Lorsque certains effets révèlent une certaine dissymétrie, cette dissymétrie doit se retrouver dans les causes qui lui ont donné naissance.

La réciproque de ces deux propositions n'est pas vraie, au moins pratiquement, c'est-à-dire que les effets produits peuvent être plus symétriques que les causes. Certaines causes de dissymétrie peuvent ne pas avoir d'action sur certains phénomènes ou du moins avoir une action trop faible pour être appréciée, ce qui revient pratiquement au même que si l'action n'existait pas.

Il y a intérêt, au point de vue des phénomènes physiques, à considérer à part les *groupes contenant un axe d'isotropie*. Ces groupes sont au nombre de cinq ; nous les désignerons par (a), (b), (c), (d), (e).





Le groupe cylindrique (a), le plus symétrique, possède les éléments de symétrie du cylindre circulaire droit : c'est-à-dire un axe d'isotropie doublé $2L\infty$ avec une infinité d'axes binaires doublés ∞L_2 normaux à l'axe principal et passant par le centre de figure, un plan de symétrie directe P_∞ d'ordre ∞ normal à l'axe principal, une infinité de plans de symétrie directe ∞P_2, d'ordre 2, passant par l'axe principal, un centre de symétrie C.

Lorsque l'on comprime dans un sens un corps isotrope, il devient anisotrope et possède la symétrie du groupe cylindrique (a). On sait qu'un corps ainsi comprimé a les propriétés optiques des cristaux à un axe optique; la symétrie (a) est précisément la symétrie maxima compatible avec l'existence de ce phénomène. Les corps cristallisés à un axe optique ont des symétries qui sont des intergroupes de la symétrie (a).

Les autres groupes (b), (c), (d), (e), à axe d'isotropie, sont des intergroupes du groupe cylindrique (a).

Le groupe (b) possède toujours l'axe d'isotropie doublé et les axes binaires; mais il ne possède plus ni centre ni plans de symétrie. Le groupe (b) est l'intergroupe holoaxe du groupe (a). Le groupe (b) a la symétrie d'un cylindre ou d'un fil que l'on a tordu autour de son axe. C'est la symétrie du centre de figure d'un système formé de deux cylindres identiques ayant leurs axes dans le prolongement l'un de l'autre et tournant chacun autour de cet axe avec des vitesses angulaires égales et de signes contraires. La *symétrie de torsion* (b) ne contenant que des axes de répétition, possède la dissymétrie non superposable (énantiomorphie) qui est

nécessaire pour le phénomène de la polarisation rotatoire ordinaire des corps actifs. On peut encore dire que la symétrie (*b*) est réalisée lorsque l'on remplit un cylindre d'un liquide doué de la polarisation rotatoire. La forme cristalline du quartz $2L_3$, $3(L_2L'_2)$ a la symétrie d'un intergroupe de (*b*).

Le groupe (*c*) possède un axe d'isotropie et celui de sens contraire d'une autre espèce ($L\infty\, l\infty$); cet axe n'est donc plus doublé, (autrement dit, l'axe ne se présente plus de la même façon par les deux bouts). Le groupe (*c*) a encore une infinité de plans de symétrie passant par l'axe d'isotropie; mais il ne possède plus, ni le plan de symétrie normal à l'axe, ni le centre de symétrie, ni les axes binaires du groupe cylindrique. C'est la symétrie en un point quelconque de l'axe d'un tronc de cône circulaire droit. C'est la symétrie d'une force, d'une vitesse, d'un champ où s'exerce l'attraction universelle; c'est encore la *symétrie du champ électrique*. Tous ces phénomènes sont très convenablement représentés par une flèche au point de vue spécial de la symétrie.

Considérons, par exemple, le champ de l'attraction universelle; une sphère matérielle M, dont le centre est en un point O, agit en un point extérieur A, de manière à y créer un champ où peut s'exercer l'action de l'attraction newtonienne. Si nous supposons que la matière M n'apporte par elle-même aucune dissymétrie, nous voyons que la ligne OA est un axe d'isotropie, que tout plan passant par OA est un plan de symétrie, et ce sont là les seuls éléments de symétrie passant par le point A. C'est la symétrie du groupe (*c*). Donc le champ de l'attraction newtonienne pourra se rencontrer dans un milieu possédant la symétrie de (*c*) ou d'un de ses intergroupes; du reste, on ne peut imaginer que la symétrie puisse être supérieure à (*c*), car elle devrait être dans ce cas la symétrie du groupe cylindrique (*a*) ou celle du groupe sphérique (19) et le champ n'aurait pas de *sens* et il en serait de même des forces et des vitesses. Si nous plaçons en A une sphère matérielle, on aura une force agissant sur cette matière. Le corps pourra se mettre en mouvement dans la direction AO et prendre une certaine vitesse et rien là dedans ne troublera la symétrie du système; donc (*c*) représente en même temps la symétrie d'une force agissant sur la matière pondérable et la symétrie de la matière animée d'une certaine vitesse.

Pour établir la symétrie du champ électrique, supposons que ce champ soit produit par deux plateaux circulaires de zinc et de cuivre placés en face l'un de l'autre, comme les armatures d'un condensateur à air. Considérons entre les deux plateaux un point de l'axe commun, nous voyons que cet axe est un axe d'isotropie et que tout plan passant par cet axe est un plan de symétrie. Les éléments de symétrie des causes doivent se retrouver dans les effets produits; donc le champ électrique est compatible avec la symétrie de (*c*) et de ses intergroupes.

Le groupe (*a*) à symétrie cylindrique et le groupe (19) à symétrie sphérique sont les seuls ayant pour intergroupe (*c*). Il n'est donc pas vraisemblable que le champ électrique puisse avoir une symétrie supérieure à (*c*). Ce dernier point peut du reste être démontré rigoureusement si l'on admet, comme nous l'avons vu plus haut, que la force agissant sur un corps pondérable a elle-même pour symétrie caractéristique le groupe (*c*). Supposons, en effet, qu'une sphère conductrice chargée d'électricité soit isolée dans l'espace, puis que l'on fasse naître un champ électrique par une cause quelconque. Une force agira sur la sphère dans la direction du champ. La dissymétrie des effets doit se retrouver dans les causes qui lui ont donné naissance; la force ne possédant pas d'axe de symétrie normal à sa direction, le système de la sphère chargée et du champ ne doit pas non plus posséder cet élément de symétrie. Mais la sphère chargée, considérée isolément, possède des axes d'isotropie dans toutes les directions; la dissymétrie en question provient donc du champ électrique qui ne doit pas posséder d'axe de symétrie normal à sa direction. Le champ électrique ne peut donc pas avoir la symétrie cylindrique ou sphérique, et sa symétrie caractéristique est celle du groupe (*c*). La symétrie du courant électrique et celle de la polarisation diélectrique est nécessairement la même que celle du champ qui donne naissance à ces phénomènes.

Les phénomènes pyroélectriques et piézoélectriques viennent apporter un nouvel appui aux conclusions qui précèdent sur la symétrie caractéristique du champ électrique. Un cristal de tourmaline, par exemple, se polarise électriquement dans la direction de son axe ternaire lorsque l'on échauffe le cristal ou lorsqu'on le comprime dans la direction de l'axe. Or l'échauffement ou cette compression ne modifient en rien la symétrie du cristal qui est

$(L_3, l_3)3P$, un axe ternaire (avec l'axe de sens contraire d'une autre espèce) par lequel passent trois plans de symétrie; c'est là un intergroupe de $(c)(L\infty l\infty)\infty P$, la symétrie est par conséquent compatible avec l'existence d'une polarisation *diélectrique suivant l'axe.*

Enfin, nous remarquerons que le champ électrique détermine dans les liquides les mêmes phénomènes optiques que ceux donnés par compression des solides (phénomènes de Kerr). La symétrie caractéristique de ces phénomènes est la symétrie cylindrique (a) dont le groupe (c) est un intergroupe; on voit donc qu'une partie seulement de la dissymétrie caractéristique du champ électrique est révélée par le phénomène de Kerr. Les phénomènes de dilatation électrique (phénomène Duter) ne révèlent de même que la dissymétrie du groupe (a).

Le groupe (d) possède un axe d'isotropie et l'axe de sens contraire d'une autre espèce $(L\infty l\infty)$: cet axe n'est donc pas doublé par répétition; mais le système possède un centre de symétrie et un plan de symétrie d'ordre ∞ normal à l'axe. Les axes $L\infty$ et $l\infty$ de sens contraires sont donc symétriques l'un de l'autre, et l'on peut dire que l'axe d'isotropie est doublé par symétrie. Le groupe ne possède ni les axes binaires, ni les plans de symétrie passant par l'axe principal du groupe cylindrique (a). Le groupe (d) donne la symétrie ou centre de figure d'un cylindre circulaire droit qui tourne autour de son axe avec une certaine vitesse. C'est encore à cette symétrie qu'il faut rapporter un couple, une vitesse angulaire, *un champ magnétique.*

Établissons, par exemple, la symétrie caractéristique du champ magnétique. Considérons pour cela le champ magnétique qui existe au centre d'une circonférence parcourue par un courant électrique; le champ est dirigé normalement au plan de la circonférence. Cherchons la symétrie des causes, c'est-à-dire la symétrie au centre de la circonférence parcourue par le courant. On aura d'abord un axe d'isotropie normal au plan du courant. Le courant électrique est compatible avec l'existence de plans de symétrie passant par la direction du courant; le plan de la circonférence sera donc un plan de symétrie. Le courant électrique n'admet ni axe de répétition, ni plan de symétrie normal à sa direction. Il n'y a donc pas d'axe dans le plan du cercle ni de plans de symétrie

passant par l'axe d'isotropie. La symétrie des causes est donc le groupe $(d)\ \frac{(L\infty l\infty)}{P\infty}$ C. Ces éléments de symétrie sont compatibles avec l'existence d'un champ magnétique passant par l'axe d'isotropie; puisque les éléments de symétrie des causes se retrouvent dans les effets produits.

On voit qu'un champ magnétique peut posséder un plan de symétrie normal à sa direction. Le champ magnétique est, au contraire, incompatible avec la présence d'un axe binaire normal à sa direction. Pour le prouver, nous allons nous servir des phénomènes d'induction. Considérons, par exemple, un fil rectiligne animé d'une certaine vitesse normale à sa direction. Un pareil système possède un axe binaire dans le sens de la vitesse. Supposons maintenant qu'un champ magnétique existe dans la direction normale au fil et à la vitesse de déplacement; une force électromotrice d'induction naîtra dans le fil. Ce phénomène est incompatible avec la présence d'un axe binaire dirigé dans le sens du déplacement, c'est-à-dire normal au fil. La dissymétrie des effets doit se retrouver dans les causes; la disparition nécessaire de l'axe binaire dont nous avons parlé ne peut provenir que de la présence du champ magnétique; celui-ci ne peut donc pas avoir d'axe binaire normal à sa direction. (La même démonstration pourrait se faire en considérant un circuit circulaire normal à un champ magnétique. On supposerait que ce circuit se dilate sans changer de forme en donnant naissance à un courant d'induction.)

Les groupes cylindriques (a) et sphériques (19) ont pour intergroupe (d), mais l'existence des axes normaux entre eux dans ces groupes montre qu'ils ne peuvent convenir pour représenter la symétrie du champ magnétique. Le champ magnétique est donc seulement compatible avec le groupe (d) et ses intergroupes [1].

Le phénomène de la polarisation rotatoire magnétique vient encore confirmer cette conclusion [2].

---

[1] P. Curie, *loc. cit.*, 1884, et *Archives des Sc. phys. et nat.*, t. XXIX; 1893. Lord Kelvin a été amené à supposer que l'aimantation est due à une déformation d'un milieu particulier. Cette déformation est simplement une rotation, qui, dans ce milieu tout spécial, provoque la naissance d'un couple élastique antagoniste. Voir *Traduction des Conférences de Sir Thomson*, Note de M. Brillouin. Cette conception est en complet accord avec la symétriequi précède.

[2] Pour traiter convenablement la question de la polarisation rotatoire au

Un corps polarisé magnétiquement possède la même symétrie que le champ magnétique.

Les phénomènes de dilatation magnétique du fer révèlent seulement la dissymétrie du groupe cylindrique (*a*) dont (*d*) est un intergroupe.

Un grand nombre de cristaux sont caractérisés par des groupes de symétrie qui sont des intergroupes de la symétrie magnétique, tels que ceux d'apatite $\frac{L_6 l_6}{P_6}$ C, de gypse, de chlorure de fer, d'amphibole $\frac{L_2 l_2}{P_2}$, C. Il pourrait se faire que ces cristaux fussent aimantés naturellement de par leur constitution; j'ai cherché sans succès à constater cette polarité par expérience.

On a coutume de représenter un champ magnétique par une flèche; cette représentation, qui n'offre souvent aucun inconvénient, est défectueuse au point de vue spécial de la symétrie, puisque le champ magnétique n'est pas modifié par un mirage par rapport à un plan normal à sa direction et qu'il est changé de sens par un mirage par rapport à un plan passant par sa direction. C'est précisément le contraire qui se passe pour la flèche représentative.

Le groupe (*e*) possède seulement un axe d'isotropie ($L\infty\, l\infty$) non doublé. Le groupe (*e*) est un intergroupe commun aux quatre groupes (*a*), (*b*), (*c*), (*d*); il possède les dissymétries réunies de ces quatre groupes. Il est, par conséquent, compatible avec l'existence des phénomènes qui ont pour symétrie caractéristique l'un quelconque des quatre autres groupes. Le groupe (*e*) possède la dissymétrie énantiomorphe.

Les cinq groupes (*a*), (*b*), (*c*), (*d*), (*e*) sont reliés entre eux à la manière des types de symétrie d'un même système cristallin. Si nous empruntons le langage des cristallographes, nous dirons que le groupe (*a*) donne la symétrie complète ou holoédrique du système cylindrique. Le groupe (*b*) correspond à hémiédrie holoaxe (hémièdrie plagièdre ou hémiédrie énantiomorphe). Le groupe (*c*), à l'hémiédrie hémimorphe (hémiédrie à faces inclinées). Le groupe (*d*), à la parahémiédrie (hémiédrie à faces parallèles); enfin, le groupe (*e*) correspond à la tétartoédrie.

---

point de vue de la symétrie, il faut faire intervenir les éléments de symétrie propres aux milieux illimités dont nous n'avons pas parlé. Un corps parcouru par un rayon de lumière polarisé circulairement possède par exemple un axe hélicoïdal d'isotropie.

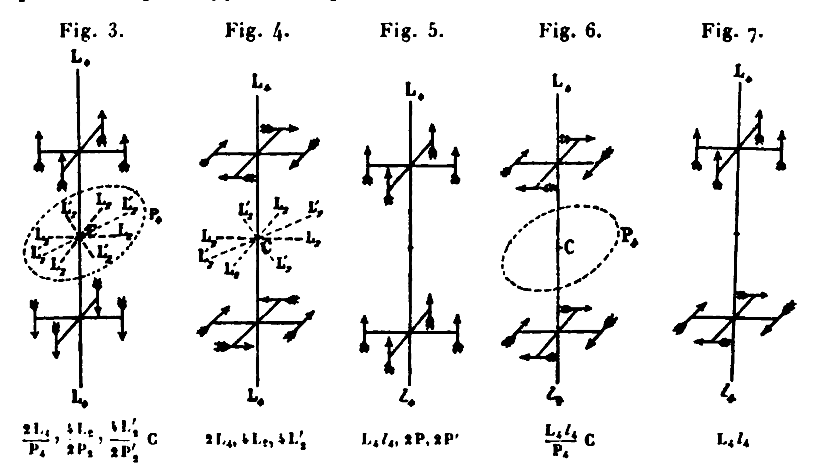
Bien que chaque groupe contienne un nombre infini de transformations de recouvrement, on peut cependant dire que les groupes (*b*), (*c*) et (*d*) ne renferment que la moitié et le groupe (*e*) que le quart des opérations de recouvrement du groupe (*a*).

Le modèle représenté dans les *fig.* 3, 4, 5, 6, 7 donne pour diverses orientations des flèches les divers intergroupes à axe principal d'ordre 4 des groupes (*a*), (*b*), (*c*), (*d*), (*e*).

La *fig.* 3 donne [famille (9) $q = 4$] l'intergroupe du groupe (*a*) cylindrique; c'est la symétrie du prisme droit à base carrée. Par l'axe principal passent quatre plans de symétrie, deux d'une première espèce passent par les flèches, les deux autres d'une deuxième espèce sont bissecteurs des angles que forment entre eux les premiers. Les positions des axes binaires doublés L_2 et L'_2 et du plan P_4 normal à l'axe sont indiquées sur la figure.

La *fig.* 4 [famille (8) énantiomorphe, $q = 4$] donne un intergroupe de la symétrie de torsion (*b*); c'est la symétrie d'un cristal de sulfate de strychnine.

La *fig.* 5 [famille (7), $q = 4$] donne un intergroupe de la symétrie du champ électrique (*c*), il y a quatre plans de symétrie passant par l'axe : c'est précisément le type de symétrie d'un cristal de calamine qui est à la fois piézoélectrique et pyroélectrique.



La *fig.* 6 [famille (5), $q = 4$] donne un intergroupe de la symétrie magnétique (*d*); c'est la symétrie des cristaux de schéelite et d'érythrite.

Enfin la *fig.* 7 [famille (4) énantiomorphe, $q = 4$] donne un intergroupe du groupe (*e*), à axe d'isotropie (cristal de penta-érythrite). Dans la *fig.* 7, les flèches du bas entraînent la dissymétrie du champ magnétique, les flèches du haut celle du champ électrique. La réunion de ces flèches entraîne l'idée d'une dissymétrie de torsion, car un mobile qui tournerait autour de l'axe dans le sens des flèches inférieures, tout en avançant parallèlement à l'axe dans le sens des flèches supérieures, décrirait une hélice.

V. Superposition des causes de dissymétrie dans un même milieu. — Lorsque deux phénomènes de nature différente se superposent dans un même milieu, les dissymétries s'ajoutent. Si l'on superpose les causes de dissymétrie de deux des trois groupes (*b*), (*c*), (*d*), en faisant cependant coïncider les axes d'isotropie, on obtient le groupe (*e*), car l'axe d'isotropie sera le seul élément de symétrie commun aux deux groupes superposés. Or (*e*) possède les dissymétries réunies des trois groupes. Donc, en faisant coïncider, comme nous venons de le dire, les causes de dissymétrie de deux des trois groupes (*b*), (*c*), (*d*), on obtiendra la dissymétrie caractéristique du troisième groupe.

Supposons, par exemple, que nous superposions dans un corps *un champ électrique* (*c*) *et un champ magnétique* (*d*) *de même direction,* l'axe d'isotropie subsistera seul; la présence du champ électrique est incompatible avec l'existence d'un centre et d'un plan de symétrie normal à l'axe, et la présence du champ magnétique nécessite la disparition des plans de symétrie passant par l'axe. La symétrie est donc celle de (*e*) qui est un intergroupe de (*b*) : on aura donc la dissymétrie de torsion dans le corps. Prenons, par exemple, un fil de fer, aimantons-le dans le sens de sa longueur; puis faisons-le parcourir par un courant, le fil se tord (expérience de Wiedemann).

Il est peut-être possible de créer un milieu capable de donner la polarisation rotatoire des corps actifs en superposant dans un corps symétrique un champ électrique et un champ magnétique. Du moins, ceci ne serait pas en contradiction avec les conditions de symétrie. Dans le sens de l'axe, on pourrait avoir superposition d'un phénomène de polarisation rotatoire magnétique (c'est-à-dire changeant de sens avec le sens de la propagation de la lumière) et d'un phénomène de polarisation rotatoire ordinaire. Normalement à l'axe, on pourrait avoir un pur phénomène de polarisation rotatoire ordinaire. Un pareil milieu à symétrie énantiomorphe permettrait peut-être encore de réaliser certaines réactions chimiques dissymétriques, ou de séparer les corps droits et gauches dans une combinaison racémique, ou encore de faire déposer d'une solution sous une forme unique, les corps à molécules symétriques, comme le chlorate de soude, qui se déposent ordinairement en cristaux dissymétriques droits et gauches mélangés.

Au contraire, un champ électrique ou un champ magnétique ne sauraient isolément provoquer une réaction dissymétrique, puisque ces phénomènes sont compatibles avec l'existence d'un plan de symétrie.

Supposons maintenant que nous superposions *une dissymétrie de torsion* (*b*) et *une dissymétrie magnétique* (*d*), on obtiendra encore la symétrie (*e*) qui est un intergroupe de la symétrie du champ électrique (*c*).

Prenons un fil de fer, aimantons-le et tordons-le. Au moment où la torsion se produit, une force électromotrice prend naissance dans le fil qui est parcouru par un courant s'il est placé dans un circuit fermé (expérience de Wiedemann).

Les conditions de symétrie nous montrent qu'il pourrait se faire qu'un corps à molécules dissymétriques (doué de pouvoir rotatoire ordinaire) se polarisât diélectriquement lorsqu'on le place dans un champ magnétique.

Enfin, supposons que nous superposions une *dissymétrie de torsion* (*b*) et *un champ électrique* (*c*), on aura de même la symétrie de (*e*) qui est un intergroupe de la symétrie magnétique. Un fil de fer parcouru par un courant s'aimante dans le sens de sa longueur quand on le tord (expérience de Wiedemann).

Les conditions de symétrie nous permettent d'imaginer qu'un corps à molécule dissymétrique se polarise peut-être magnétiquement lorsqu'on le place dans un champ électrique.

Phénomène de Hall. — Superposons encore un champ électrique (*c*) et un champ magnétique (*d*) dans un même milieu, mais en orientant à angle droit l'un de l'autre la direction des deux champs. Dans ces conditions, le seul élément de symétrie commun aux deux champs est un plan de symétrie passant par la direction du champ électrique et normal au champ magnétique. On aura donc pour toute symétrie un plan P [groupe 4].

De part et d'autre du plan, les phénomènes devront être symétriques, mais, dans le plan, la symétrie n'indique plus aucune condition. Considérons, par exemple, trois axes rectangulaires et une lame métallique rectangulaire normale à un axe Ox qui passe par son centre de figure, ses côtés étant parallèles aux autres axes Oy et Oz. Si un courant parcourt la lame suivant l'axe des z, il ne saurait y avoir une force électromotrice suivant l'axe des y,

puisque le plan zOx est un plan de symétrie pour le courant et pour la lame. Si l'on n'a pas de courant, mais si l'on a, suivant l'axe des x, normalement à la lame, un champ magnétique, il ne peut pas non plus y avoir de courant suivant l'axe des y, puisque l'axe des x est un axe binaire pour le champ et pour la lame et, de plus, il a un centre de symétrie. Si, maintenant, on a à la fois le champ magnétique suivant l'axe des x et le courant suivant l'axe des z, l'axe, le centre, le plan de symétrie disparaissent et rien ne s'oppose plus, au point de vue de la symétrie, à ce qu'une force électromotrice se montre suivant l'axe des y.

La théorie de la propagation de la chaleur et de l'électricité dans les corps cristallisés (Stokes, Thomson, Minnigerode, Boussinesq) montre que, pour certains cristaux, il y a lieu de tenir compte de certains coefficients dits *rotationnels*. Les cristaux en question sont ceux des familles (5) $\frac{Lq\,lq}{Pq}$ et (6) $\frac{Lq\,lq}{\pi q}$ et de leurs intergroupes (1), (2), (3), (4). Ces cristaux possèdent au maximum un axe d'ordre q normal à un plan de symétrie direct ou alterne d'ordre q, q étant un nombre entier quelconque. Un corps polarisé magnétiquement possède la symétrie (d) $\frac{L\infty\,l\infty}{P\infty}$, qui est un cas limite des groupes (5) et (6) pour $q=\infty$. Tous les cristaux qui, d'après la théorie, peuvent avoir des coefficients rotationnels ont pour type de symétrie un des intergroupes de la symétrie magnétique.

La théorie édifiée pour les corps cristallisés s'applique admirablement à la symétrie magnétique, et l'existence des coefficients rotationnels explique toutes les particularités du phénomène de Hall, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir autre chose que la symétrie du champ dans la théorie de la conductibilité.

Si l'on fait arriver l'électricité par le centre d'un disque métallique placé normalement au champ magnétique et si cette électricité est recueillie uniformément sur les bords du disque, les lignes décrites par le flux électrique doivent être des spirales (Boltzmann) (1).

---

(1) Ce qui est fort curieux, c'est que les cristaux pour lesquels la théorie de Stokes avait été faite se montrent réfractaires, et M. Soret a, sans succès, recherché les effets des coefficients rotationnels dans le gypse pour la conductibilité

Phénomènes pyroélectriques et piézoélectriques. — Les cristaux pyroélectriques ont nécessairement la symétrie d'un intergroupe du champ électrique, puisque l'échauffement supposé uniforme n'amène par lui-même aucune dissymétrie. Les cristaux piézoélectriques sont plus nombreux que les cristaux pyroélectriques. Ils comprennent, en effet, tous ceux-ci, puis ils renferment des cristaux qui prennent seulement, sous l'influence des efforts mécaniques, une symétrie inférieure à celle d'un champ électrique. La blende par exemple (cristal tétraédrique) et le quartz ont des symétries qui ne sont pas des intergroupes du champ électrique. Le quartz a la symétrie $2L_3, 3(L_2L'_2)$, un axe principal ternaire doublé et trois axes binaires non doublés normaux à cet axe. En comprimant suivant un axe binaire par exemple, on ajoute la dissymétrie cylindrique (a) à celle du quartz; il ne reste plus comme éléments que (L_2, L'_2), un axe binaire non doublé qui peut devenir une direction de polarité électrique.

On peut montrer de même qu'en comprimant dans la direction normale à la fois à un axe binaire et à un axe ternaire, on fera naître encore une polarité suivant l'axe binaire et que les coefficients qui interviennent pour caractériser ces deux modes de développement de la polarité sont égaux et de signes contraires. On peut ainsi prévoir certaines particularités du phénomène; mais ces conditions de symétrie ne sont pas les seules qui interviennent dans la théorie générale (¹).

VI. Liaisons entre les symétries caractéristiques des divers milieux. — Nous avons supposé que la matière non cristallisée et

calorifique. Le phénomène de Hall a été seulement constaté avec des métaux et le gypse est un diélectrique. Les coefficients rotationnels se feraient peut-être sentir avec un corps métallique cristallisé présentant la dissymétrie nécessaire; mais je ne crois pas que l'on possède actuellement une substance convenable pour tenter l'expérience.

Pour la théorie de la conductibilité calorifique dans les cristaux, voir le récent article de M. Soret dans le *Journal de Physique*, 1893; t. II, 2ᵉ sér., p. 241. Lord Kelvin a été le premier à remarquer que le phénomène de Hall donnait une démonstration de l'existence des termes rotationnels (W. Thomson, *Mathem. and Phys. Papers*, t. I, p. 281).

(¹) La théorie générale complète des propriétés piézoélectriques des cristaux a été établie par Voigt (*All. Ges. der Wiss.*, Göttingen, 1890. — *Wied. Ann.*, t. XLV, p. 523; 1892).

non douée de pouvoir rotatoire n'apportait par elle-même aucune dissymétrie dans un système; nous avons fait implicitement la même supposition pour le milieu qui remplit les espaces vides de matière. Cette supposition bien naturelle, mais toute gratuite, est indispensable; elle montre bien que nous ne pouvons avoir notion de la symétrie absolue; nous devons choisir arbitrairement une symétrie pour un certain milieu et en déduire la symétrie des autres milieux. Cette symétrie relative est, du reste, la seule qui nous intéresse. Si, par exemple, tout un système est animé d'une certaine vitesse et que nous considérions un certain corps A dans le système, il nous sera utile de connaître en général la symétrie du corps A par rapport au système, sans tenir compte de la dissymétrie commune créée par l'état de mouvement de tout le système.

Supposons que nous connaissions seulement en électricité les phénomènes généraux de l'électricité statique, de l'électricité dynamique, du magnétisme, de l'électro-magnétisme et de l'induction, rien ne nous indiquerait exactement le type de symétrie qu'il convient d'attribuer au champ électrique et au champ magnétique. Nous pourrions, par exemple, choisir pour le champ magnétique la symétrie (c) (que nous avons attribuée plus haut au champ électrique) et, en raisonnant comme nous l'avons fait, nous serions conduits alors nécessairement à prendre pour symétrie du champ électrique le groupe (d) (que nous avons attribué plus haut au champ magnétique). Il n'y aurait aucune absurdité à un pareil système, ni aucune contradiction avec notre hypothèse initiale sur la symétrie complète de la matière.

Les phénomènes généraux de l'électricité et du magnétisme nous indiquent donc seulement une *liaison entre les symétries* du champ électrique et du champ magnétique, de telle sorte que, si l'on adopte (c) pour la symétrie de l'un, il faut admettre (d) pour la symétrie de l'autre, et réciproquement. Pour lever cette indétermination, il faut faire intervenir d'autres phénomènes, les phénomènes électrochimiques ou d'électricité de contact, les phénomènes pyro ou piézoélectriques, ou encore le phénomène de Hall, ou celui de la polarisation rotatoire magnétique.

Les *dimensions* des grandeurs électriques et magnétiques nous présentent un exemple d'indétermination tout à fait comparable à celui que nous venons de citer pour la *symétrie* des milieux élec-

triques et magnétiques. Les phénomènes généraux de l'électricité et du magnétisme sont de même incapables de lever cette indétermination : il faudrait, pour y parvenir, faire intervenir d'autres phénomènes, les phénomènes électrochimiques, par exemple [1].

VII. EN RÉSUMÉ, les symétries caractéristiques des phénomènes ont un intérêt général incontestable. Au point de vue des applications, nous voyons que les conclusions que nous pouvons tirer des considérations relatives à la symétrie sont de deux sortes :

Les premières sont des conclusions fermes mais négatives, elles répondent à la proposition incontestablement vraie : *Il n'est pas d'effet sans causes.* Les effets, ce sont les phénomènes qui nécessitent toujours, pour se produire, une certaine dissymétrie. Si cette dissymétrie n'existe pas, le phénomène est impossible. Ceci nous empêche souvent de nous égarer à la recherche de phénomènes irréalisables.

Les considérations sur la symétrie nous permettent encore d'énoncer une deuxième sorte de conclusions, celles-ci de nature positive, mais qui n'offrent pas la même certitude dans les résultats que celles de nature négative. Elles répondent à la proposition : *Il n'est pas de cause sans effets.* Les effets, ce sont les phénomènes qui peuvent naître dans un milieu possédant une certaine dissymétrie ; on a là des indications précieuses pour la découverte de nouveaux phénomènes ; mais les prévisions ne sont pas des prévisions précises comme celles de la Thermodynamique. On n'a aucune idée de l'ordre de grandeur des phénomènes prévus : on n'a même qu'une idée imparfaite de leur nature exacte. Cette dernière remarque montre qu'il faut se garder de tirer une conclusion absolue d'une expérience négative.

Considérons, par exemple, un cristal de tourmaline qui possède une symétrie qui est un intergroupe de la symétrie du champ électrique. On en conclut que le cristal est peut-être polarisé électriquement. Plaçons le cristal dans un champ électrique, l'axe orienté à 90° du champ ; la polarisation ne se montre en aucune sorte, on

---

[1] M. Abraham a déjà fait une tentative dans ce sens (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXVI, p. 1123 ; 1893).

n'a pas de couple appréciable agissant sur le cristal, et l'on serait porté à penser que le cristal n'est pas polarisé ou que, si la polarisation existe, elle est plus petite que celle que l'on pourrait évaluer. Cependant la polarisation existe et, pour la faire apparaître, il faut modifier l'expérience, échauffer le cristal uniformément, par exemple, ce qui ne change cependant rien à sa symétrie.

SUR LA POSSIBILITÉ D'EXISTENCE DE LA CONDUCTIBILITÉ MAGNÉTIQUE ET DU MAGNÉTISME LIBRE;

PAR M. P. CURIE.

Le parallélisme des phénomènes électriques et magnétiques nous amène naturellement à nous demander si cette analogie est plus complète. Est-il absurde de supposer qu'il existe des corps conducteurs du magnétisme, des courants magnétiques (1), du magnétisme libre?

Il convient d'examiner si des phénomènes de ce genre ne seraient pas en contradiction avec les principes de l'Énergétique ou avec les conditions de symétrie. On constate qu'il n'y aurait aucune contradiction. Un courant magnétique dégagerait de la chaleur; il aurait la symétrie du champ magnétique qui lui a donné naissance et jouirait de la curieuse propriété, pour un courant, d'être symétrique par rapport à un plan normal à sa direction. Le courant de magnétisme créerait un champ électrique comme le courant électrique crée un champ magnétique et suivant les mêmes lois.

Une sphère isolée dans l'espace et chargée de magnétisme libre serait caractérisée par le groupe sphérique (18)$\infty L\infty$, énantiomorphe, c'est-à-dire une infinité d'axes d'isotropie doublés passant par le centre de la sphère dans toutes les directions; mais pas de centre et aucun plan de symétrie. En effet, la sphère est entourée de champs magnétiques tous orientés suivant les rayons

---

(1) M. Vaschy a déjà posé cette question (*Traité d'Électricité et de Magnétisme*).

et tous dirigés vers l'extérieur, si la sphère est chargée de magnétisme austral, ou vers l'intérieur, si elle est chargée de magnétisme boréal. Il ne peut y avoir de plan de symétrie passant par un rayon, puisque l'existence d'un champ magnétique n'est pas compatible avec celle d'un plan de symétrie passant par sa direction. Au contraire, rien ne s'oppose à l'existence des axes d'isotropie, on a donc le groupe (18).

Si l'on pouvait placer une sphère chargée de magnétisme libre dans un champ magnétique, on aurait une force, et ceci semble à première vue en contradiction avec l'existence du plan de symétrie normal au champ. La disparition du plan de symétrie est précisément due à la dissymétrie caractéristique du magnétisme libre. La symétrie du champ magnétique est (*d*) $\frac{L\infty l\infty}{P\infty}C$, celle de la sphère chargée (18)$\infty L\infty$; en superposant les dissymétries, il reste seulement ($L\infty l\infty$) groupe (*e*), qui est un intergroupe de la symétrie d'une force groupe (*c*) ($L\infty, \infty P$).

Un corps chargé de magnétisme libre serait donc nécessairement dissymétrique énantiomorphe, c'est-à-dire non superposable à son image obtenue par mirage. Deux sphères chargées respectivement de quantités égales de magnétisme austral et boréal seraient symétriques l'une de l'autre. On voit qu'il n'y aurait rien d'absurde, au point de vue de la symétrie, à supposer que les molécules dissymétriques douées de pouvoir rotatoire soient naturellement chargées de magnétisme libre ([1]).

([1]) Si la conductibilité magnétique existait, un transformateur analogue aux transformateurs à courant alternatif, mais à noyau annulaire conducteur du magnétisme, transformerait un courant continu en un autre courant continu. J'ai essayé si le fer donnait un phénomène de ce genre, mais je n'ai obtenu aucun effet. Un tore de fer doux était recouvert de quelques couches de fil qui faisait partie du circuit d'un galvanomètre très sensible. On faisait circuler un fort courant constant dans une autre série de couches de fils. Les deux circuits étaient séparés par un tube de plomb enroulé sur le premier circuit et dans lequel passait un courant d'eau, de façon à éviter l'échauffement du premier circuit par le courant du second. Tant que le fer n'est pas saturé, on a des déviations au galvanomètre dues visiblement aux trépidations inévitables qui facilitent l'aimantation du fer. Quand le courant est assez intense pour que le fer soit déjà fortement aimanté, on n'a plus rien de sensible. Il convient de remarquer que cette méthode, fondée sur l'observation d'un effet dynamique, ne permettrait pas d'apprécier une très faible conductibilité magnétique.

Ainsi, au point de vue de l'énergétique, au point de vue de la symétrie, on peut concevoir sans absurdité les courants de magnétisme et les charges de magnétisme libre. Il serait certes téméraire d'induire de là que ces phénomènes existent réellement. Si cependant il en était ainsi, ils devraient satisfaire aux conditions que nous avons énoncées.

A. LERAY. — Mémoire sur la théorie cinétique des gaz (*Ann. de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXV, p. 89; 1892).

L'auteur commence par définir la température d'un corps comme étant le rapport de sa quantité de chaleur au nombre de ses molécules vibrant individuellement. Les éléments d'un gaz possèdent trois sortes d'énergie, répondant aux trois mouvements de translation, de vibration et de rotation. Un gaz parfait est défini un gaz dont le nombre des molécules est invariable et dont les diverses énergies ont des rapports constants. En partant de ces définitions et des lois du choc des corps élastiques, on retrouve les lois de Mariotte, de Gay-Lussac et de Laplace. Si l'on tient compte des chocs des molécules entre elles, ces lois se trouvent remplacées par les formules plus approchées :

$$\frac{pv^2}{v+i} = \mathrm{N}a\mathrm{T},$$

$$\frac{1}{v_0}\frac{dv}{d\mathrm{T}} = \frac{1}{\mathrm{T}_0\left(1+\frac{i}{v_0}\right)\left[1-\frac{i^2}{(v+i)^2}\right]},$$

$$\log\frac{pv^{m+1}}{v+i} - (m-1)\frac{i}{v} = \text{const.}\quad m = \frac{\mathrm{C}}{c}.$$

N est le nombre des molécules, a le rapport de l'énergie de translation à l'énergie de vibration, i une constante dépendant de la nature du gaz et introduite par la considération des chocs mutuels des molécules. Le principe de Carnot se déduit de ces relations pour un gaz parfait, puis pour un gaz réel, par la considération d'un ou plusieurs cycles de Carnot. En considérant les variations de N par polymérisation ou par dissociation, on voit que les formules de van der Waals, de Clausius et de M. Sarrau correspondent à des hypothèses déterminées sur le mode de variation de N. En appelant γ la chaleur spécifique interne et b le rap-

port de l'énergie de rotation à l'énergie de vibration, on arrive aux relations

$$c = \gamma(1 + a + b),$$
$$C = \gamma(1 + \tfrac{5}{3}a + b).$$

Le rapport $\frac{C}{c}$ doit être d'autant plus petit que la molécule du gaz est formée d'un plus grand nombre d'atomes.

L'auteur est conduit à supposer $a = 2$. Cette hypothèse permet de retrouver par le calcul les valeurs que l'expérience a données pour le rapport $\frac{C}{c}$ et pour C, en ce qui concerne l'hydrogène, l'azote, l'acide carbonique. La théorie rend encore un compte satisfaisant de la loi de Dulong et Petit et des inexactitudes de cette loi.

Enfin, l'auteur a imaginé pour vérifier la théorie cinétique des gaz diverses modifications de l'expérience du radiomètre permettant de comparer les différentes actions subies par ces appareils, quand ils contiennent un gaz dont la pression varie depuis la pression atmosphérique jusqu'au vide le plus parfait qu'on puisse atteindre. G. Foussereau.

J. COLLET. — La méthode des coïncidences (*Bulletin de la Soc. statistique au département de l'Isère*, 4e série, t. I; 1892).

M. Collet expose la théorie de la méthode des coïncidences, en faisant usage de la considération du point indicateur se déplaçant d'un mouvement uniforme sur une circonférence de cercle et dont la projection sur un diamètre représente le mouvement du pendule. Il détermine la limite de l'erreur due à l'indétermination de l'instant de la coïncidence initiale et de la coïncidence finale. Il étudie le cas où la coïncidence apparente se produit à plusieurs passages consécutifs. Il répète ensuite sa discussion pour la méthode des éclipses applicable au pendule réversible et montre en quoi consiste l'influence des défauts de réglage. Enfin après un rapide historique, il expose les dispositions ingénieuses qui ont permis à M. le commandant Defforges d'amener ces méthodes à leur dernier degré de précision. G. Foussereau.

P. GUYE. — Le coefficient critique et la détermination du poids moléculaire au point critique (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXVI, p. 97; 1892).

Ce Mémoire est le développement d'une Note des *Comptes rendus de l'Académie des Sciences*. L'auteur calcule la densité critique par rapport à l'air, et, en multipliant par 28,87, obtient le poids moléculaire. Quand le résultat n'est pas conforme à l'expérience directe, le désaccord indique des modifications moléculaires à l'état critique. G. Foussereau.

E. HEILBORN. — A propos du coefficient critique (*Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXVII, p. 352; 1892).

M. Guye a démontré que la réfraction moléculaire

$$MR = \frac{n^2 - 1}{n^2 + 2} \frac{M}{d}$$

est proportionnelle au coefficient critique x

$$x = \frac{273 + \theta}{\pi}.$$

L'expérience donne, pour le rapport de ces quantités, des valeurs voisines de 1,8.

M. Heilborn montre *a priori* que ce nombre représente en effet la valeur du rapport; b étant le covolume de l'équation de M. van der Waals, on a, d'après M. O. Meyer,

$$b = k\sqrt{2}\,\frac{n^2 - 1}{n^2 + 2},$$

d'où

$$MR = \frac{28,87 \times 773 \times b}{4\sqrt{2}}.$$

En posant par approximation

$$(1 + a)(1 - b) = 1,$$

on a

$$x = 8 \times 273 \times b,$$

et

$$\frac{MR}{x} = 1,806.$$

G. Foussereau.

SISSINGH. — Mesures relatives au phénomène de Kerr dans l'aimantation parallèle à la surface réfléchissante (*Archives néerlandaises des Sciences exactes et naturelles*, t. XXVII, p. 173; 1893).

Il s'agit d'étudier expérimentalement le phénomène découvert par Kerr et qui consiste en ceci : Quand un rayon incident polarisé soit dans le plan d'incidence, soit dans le plan perpendiculaire, tombe sur un miroir de métal magnétique, l'aimantation fait apparaître dans le rayon réfléchi une composante, dont le plan de polarisation est perpendiculaire à celui du rayon incident.

Cette composante possède une amplitude et une phase déterminées, dépendant de l'angle d'incidence, de l'intensité du champ magnétique et des constantes optiques du miroir. La théorie s'est emparée du phénomène et les formules relativement simples déduites des travaux de Lorentz sont soumises par l'auteur au contrôle de l'expérience. La détermination de l'amplitude et de la phase de la composante due à l'aimantation a été effectuée par deux méthodes. Les nicols étant croisés et leurs plans principaux étant parallèles ou perpendiculaires au plan d'incidence, la lumière réfléchie est éteinte; elle réapparaît après aimantation du miroir. On peut la rendre nulle par une rotation convenable à la fois de l'analyseur et du polariseur et déduire de ces rotations la mesure du phénomène. On peut, d'autre part, réduire à un minimum l'intensité de la lumière réfléchie, en faisant tourner soit le polariseur, soit l'analyseur, et conclure de même la composante due à l'aimantation.

Le procédé expérimental permet une approximation assez grande, tant à cause de la stabilité des appareils que de leur mode de réglage systématique et des procédés de mesure des angles de rotation.

Le tout est monté sur le banc d'un tour. Le polariseur est éclairé par la lumière émise à la fente d'un collimateur. Chaque point de la fente émet des rayons qui traversent le polariseur et l'analyseur dans des directions parallèles. Si ces derniers sont croisés et si l'on reçoit la lumière dans une lunette astronomique, on aperçoit une bande noire, qui représente le lieu des points où concourent les faisceaux lumineux dont les plans de polarisation, dans les deux nicols, sont perpendiculaires l'un à l'autre. Cette

bande sert de repère pour la détermination des orientations principales. Les faibles rotations du polariseur et de l'analyseur sont mesurées par la méthode de Poggendorff. On fixe sur l'axe de chacun de ces instruments un miroir plan qui réfléchit les rayons émis par une règle divisée. On reçoit les rayons réfléchis dans une lunette. Le nombre de divisions qui ont coupé la croisée des fils du réticule permet de déduire la rotation avec une très grande approximation.

Le miroir métallique qui est situé entre le polariseur et l'analyseur a 3^{cm} de long sur $0^{cm},28$ de large; il est plus mince en son milieu que sur les bords : cette forme est très favorable quand il s'agit d'obtenir une forte aimantation. Il est fixé sur le côté externe d'un électro-aimant, pouvant produire parallèlement au plan du miroir un champ de 1400 unités C.G.S.

Le réglage est effectué de façon que : 1° l'axe du collimateur prolonge l'axe du polariseur; 2° que la normale au miroir en son milieu, l'axe de l'analyseur et l'axe optique de la lunette soient dans le même plan que l'axe du polariseur.

Les deux méthodes de mesure se contrôlent; les résultats obtenus présentent des variations du même ordre que ceux calculés, aux erreurs près d'expériences. Mais les phases observées et calculées présentent une différence constante. L'auteur pense que cette différence, qui est sensiblement de 90°, pourrait provenir de la différence de propriétés entre les courants électriques ordinaires et les mouvements d'électricité périodiques rapides de la théorie électromagnétique de la lumière, différence qui est attestée pour une série de phénomènes. R. DONGIER.

ZEEMAN. — Mesures relatives au phénomène de Kerr, dans la réflexion polaire sur le fer, le cobalt et le nickel, se rapportant en particulier à la différence de phase magnéto-optique de Sissingh (*Archives néerlandaises*, t. XXVII, p. 252; 1893).

M. Zeeman a repris les travaux et la disposition expérimentale de M. Sissingh, avec quelques légères modifications de détails, pour faire l'étude de la réflexion polaire. Il a démontré que, dans ce cas, l'écart entre les phases calculées et observées était aussi

sensiblement constant pour les différentes radiations et égal à 80° avec le fer. Les mêmes conséquences ont lieu pour le cobalt et le nickel. Il a aussi vérifié, conformément à la théorie, qu'il y a proportionnalité pour une même incidence entre les amplitudes de la composante de Sissingh, quand la réflexion a lieu sur un miroir polarisé tantôt équatorialement, tantôt polairement. On utilisait, pour les mesures, un spectroscope et on éclairait le collimateur à l'aide d'une lampe à arc Siemens avec les charbons croisés.

R. DONGIER.

BOUASSE. — Réflexion et réfraction dans les milieux isotropes, transparents et absorbants (*Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XXVIII, p. 145, 433; 1893).

L'auteur passe en revue et discute les principales théories mathématiques qu'on a proposées pour expliquer les phénomènes de réflexion et de réfraction dans les milieux transparents et absorbants. D'après les conclusions qu'il déduit de cette discussion, les travaux de Cauchy conduisent à deux théories distinctes : l'une s'applique aux milieux isotropes absorbants et est adoptée généralement. Elle fait intervenir des ondes symboliquement transversales et longitudinales, dont la définition ne concorde pas en général avec celles des ondes possédant physiquement les mêmes dénominations. L'autre théorie s'applique à la réflexion et fait intervenir des ondes longitudinales évanescentes et des équations dites de passage qui expriment des conditions déterminées exclusivement par les constantes des deux milieux. La première théorie peut être modifiée de manière à arriver aux mêmes conclusions, en écartant la considération des vibrations longitudinales. Mais, dans un cas comme dans l'autre, elle manque de généralité. L'existence d'équations de passage déterminées paraît aussi très contestable.

R. DONGIER.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON.

Tome LII (suite).

Fr. LYDALL et A.-W.-S. POCKLINGTON. — Propriétés magnétiques du fer pur, p. 228.

Le fer employé n'était pas tout à fait pur mais renfermait des traces de carbone et de silicium, 0,013 de soufre et 0,1 de manganèse.

Les auteurs ont adopté la méthode de Hopkinson consistant à prendre les courbes de l'induction à la température ordinaire, puis à des températures de plus en plus élevées jusqu'à ce qu'on atteigne le point critique.

Les températures étaient calculées d'après la résistance de l'enroulement secondaire, l'accroissement de résistance pour 1°C. étant supposé être égal à 0,00388 de la résistance à 20°C. Certaines températures étaient aussi déterminées par la formule de Benoît

$$\text{Résistance à } t^\circ = \text{résistance à } 0^\circ(1 + 0,00367t + 0,000000587t^2).$$

Les courbes obtenues sont semblables à celles des autres variétés de fer. Le point critique auquel le fer chauffé devient subitement non magnétique est à 874°C.; par refroidissement, il redevient magnétique à 835°. Pour du fer ordinaire, le premier point est, d'après Hopkinson, à 876°; pour du fil de fer doux il était à 880° et pour du fil de clavecin dur à 838°C.

W.-C. DAMPIER WHETHAM. — Vitesse des ions, p. 284.

La méthode employée repose sur le principe suivant : Considérons la surface de séparation de deux solutions salines de densités un peu différentes, de couleurs différentes et ayant un ion commun. Désignons par AC et BC les sels. Quand un courant traverse la surface limite il y a transport des ions C dans une direction et transport de A et de B dans l'autre sens. Si A et B sont les cathions, la séparation des couleurs se déplacera avec le cou-

rant, et sa vitesse indiquera la vitesse de l'ion qui est la cause du changement de couleur.

L'appareil se compose de deux tubes de verre verticaux d'environ 2^{cm} de diamètre, réunis par un troisième beaucoup plus étroit, disposé parallèlement aux deux autres dans la plus grande partie de la longueur. Le long tube est rempli de la solution la plus dense, le plus petit de la solution la moins dense; la surface de séparation des deux liquides se trouve alors dans le tube étroit. Le courant est amené par des électrodes de platine reliées à une batterie d'accumulateurs.

Les premières solutions employées furent celles de chlorure de cuivre et de chlorure d'ammonium dissoutes dans de l'eau ammoniacale ($0,18^{gr}$ par litre). La surface de jonction se déplace dans le sens du courant avec une vitesse de $0^{cm},00026$ par seconde (Kohlrausch avait trouvé pour une dilution infinie $0^{cm},00031$ par seconde).

Les solutions de permanganate et de chlorure de potassium ont servi à montrer le déplacement des radicaux acides; le mouvement de la surface de jonction a lieu alors en sens inverse du courant. L'auteur a trouvé, pour des solutions renfermant $0^{gr},046$ par litre, une vitesse de $0^{cm},00057$. (Kohlrausch trouvait $0^{cm},00053$.)

L'auteur a ensuite examiné des solutions ayant exactement la même résistance spécifique. On peut, dans ce cas, déterminer la vitesse de l'ion, connaissant la résistance spécifique de la solution, la surface du tube de jonction et l'intensité du courant.

Les solutions étudiées ont été les solutions aqueuses de bichromate, de carbonate et de chlorure de potassium et les solutions alcooliques de chlorure de calcium, de chlorure et d'azotate de cobalt.

Les résultats obtenus sont les suivants :

Solutions aqueuses.

	Vitesse observée.	Vitesse calculée d'après la théorie de Kohlrausch.
Cuivre.........	0,000309	0,00031
Chlore........	0,00057	0,00053
Cr^2O^7.........	0,00047	0,000473

Solutions alcooliques.

	Vitesse		Somme	
	des anions.	des cathions.	observée.	calculée.
$CO\,Cl^2$........	0,000026	0,000022	0,000048	0,000060
$(AzO^3)^2CO$ ...	0,000035	0,000044	0,000079	0,000079

J.-N. LOCKYER. — Sur les spectres photographiques de quelques étoiles brillantes, p. 326.

Dans le but d'établir la classification des corps célestes et de vérifier son hypothèse d'après laquelle tous les corps célestes seraient des essaims de météorites, l'auteur a examiné 443 photographies des spectres de 171 étoiles. Ses dernières observations ont confirmé les premiers résultats auxquels il était parvenu.

LORD KELVIN. — Vitesse du courant de cathode de Crookes, p. 331.

A sa belle découverte du courant de cathode, Crookes a rattaché le fait que, lorsque la totalité ou la presque totalité du courant est dirigée de manière à frapper deux ou trois centimètres carrés du vase dans lequel on a fait le vide, cette partie s'échauffe rapidement et est portée à une température souvent supérieure de 200° à 300° à celle des parties adjacentes.

Soit v la vitesse en centimètres par seconde du courant de cathode, ρ la quantité de matière de toutes les molécules contenues dans 1^cc^ de ce courant. Si l'on admet que leur choc contre le verre est pareil à celui des corps non élastiques et qu'elles abandonnent toute leur énergie de translation en échauffant le verre, l'énergie ainsi abandonnée par centimètre carré de surface est $\frac{1}{2}\rho v^3$ pour une seconde ou, en unités thermiques,

$$\frac{\frac{1}{2}\rho v^3}{42\times 10^6}.$$

La vitesse initiale avec laquelle elles échaufferont le verre est, en degrés centigrades par seconde,

$$\frac{\frac{1}{2}\rho v^3}{10^6\times 42\sigma a},$$

expression dans laquelle σ désigne la chaleur spécifique du verre et a son épaisseur à l'endroit où le courant vient le frapper.

La température limite à laquelle sera porté le verre est

$$\frac{1}{E} \times \frac{\frac{1}{2}\rho v^2}{42 \times 10^6},$$

E désignant la somme des pouvoirs émissifs des deux surfaces du verre dans les circonstances actuelles.

Si dans ces formules on prend pour valeur de ρ celle qu'aurait l'air enfermé si le récipient était vidé jusqu'à 8×10^{-8} de la densité atmosphérique ordinaire;

Si l'on fait de plus :

$v = 100\,000^{cm}$ par seconde;
$\sigma a = \frac{1}{8}$ centimètre;
$E = \frac{1}{3000}$.

On trouve approximativement 1° par seconde pour l'élévation initiale de la température et 375° pour la température finale, ce qui ne s'écarte pas beaucoup des résultats trouvés dans quelques expériences de Crookes.

La pression du courant de cathode est, d'après les hypothèses précédentes, 100 dynes par centimètre carré, ce qui explique amplement les résultats mécaniques de Crookes.

La vitesse très modérée de 1^{km} par seconde, admise précédemment, est beaucoup trop faible pour se manifester elle-même par un phénomène optique de coloration. Le fait qu'aucun phénomène de ce genre n'a été trouvé ne constitue donc pas une objection sérieuse à la théorie du courant de cathode de Crookes.

L. DARWIN. — Examen des objectifs photographiques à l'observatoire de Kew, p. 403.

L'auteur décrit en détail les méthodes employées à l'observatoire de Kew pour examiner les objectifs photographiques.

Ce travail, très complet, ne saurait être résumé.

H.-B. DIXON. — Vitesse d'explosion dans les gaz, p. 451.

1. Les mesures de Berthelot sur la vitesse d'explosion d'un certain nombre de mélanges gazeux ont été confirmées. La vitesse de l'onde explosive, pour chaque mélange, est constante; elle est, dans certaines limites, indépendante du diamètre du tube.

2. La vitesse n'est pas absolument indépendante de la température initiale et de la pression des gaz.

3. Dans l'explosion de l'oxyde de carbone et de l'oxygène dans un long tube, la présence de vapeur d'eau a un effet marqué sur la vitesse d'explosion.

4. Les gaz inertes retardent l'onde explosive d'après leur volume et leur densité. Dans des limites très étendues, un excès de gaz combustible produit le même effet.

5. Des mesures de vitesse explosive peuvent être employées pour déterminer la marche de certaines réactions chimiques.

6. La théorie de Berthelot, d'après laquelle, dans l'onde explosive, la flamme se propage avec la vitesse moyenne des produits de combustion, n'est pas vérifiée dans tous les cas.

7. Il semble probable que, dans l'onde explosive :

a. Les gaz sont chauffés à *volume constant* et non à *pression constante;*

b. Chaque couche de gaz est échauffée *avant* d'être brûlée;

c. L'onde est propagée non seulement par les mouvements des molécules brûlées, mais encore par ceux des molécules échauffées;

d. Lorsque le volume permanent des gaz est changé dans la réaction chimique, il en résulte une variation de température qui altère la vitesse de l'onde.

8. Dans un gaz de densité moyenne et de température calculée d'après les hypothèses précédentes, une onde sonore se propagerait avec une vitesse sensiblement égale à la vitesse de l'onde explosive dans le cas où les produits de la combustion seraient des gaz parfaits.

9. Dans les mélanges où il se forme de la vapeur, la vitesse de l'onde explosive est plus faible que la vitesse calculée de l'onde sonore. Mais, lorsque de tels mélanges sont fortement dilués dans un gaz inerte, les vitesses trouvées et calculées sont les mêmes.

10. La propagation de l'onde explosive dans les gaz doit être accompagnée d'une très haute pression pendant un temps très court. Les expériences de MM. Mallard et Le Chatelier, de même que celles de l'auteur, montrent la présence de cette pression passagère.

E. MATTHEY. — Nouvelles recherches sur la métallurgie du bismuth, p. 467.

L'auteur a continué ses recherches sur la métallurgie du bismuth ([1]). Il donne, dans le Mémoire actuel, le moyen de séparer le bismuth de l'arsenic et de l'antimoine.

F. CLOWES. — Nouvelle lampe de sûreté portative, p. 484.

L'auteur décrit un appareil consistant en un cylindre d'acier rempli d'hydrogène sous une pression de 60 atmosphères à 120 atmosphères et qui peut être mis en relation avec chaque lampe de sûreté. A côté de la mèche qui brûle l'huile, débouche un tube étroit par lequel arrive l'hydrogène. Cette lampe permet de déterminer la proportion d'air renfermée dans un mélange explosif.

Elle permet de déceler une proportion de 0,25 pour 100 de méthane et peut servir d'une façon générale à tous les mélanges gazeux explosifs que l'on rencontre habituellement.

A. WRIGHT. — Sur certains alliages ternaires (7e partie). Alliages contenant du zinc avec du plomb (ou du bismuth) et du cadmium (ou de l'antimoine), p. 530.

Continuant ses recherches sur les alliages ternaires, l'auteur a étudié successivement :

1° Les alliages contenant du zinc avec du plomb (ou du bismuth) et du cadmium comme dissolvant;

2° Les alliages contenant du zinc avec du plomb (ou du bismuth) et de l'antimoine comme dissolvant. RENÉ PAILLOT.

([1]) *Proceedings of the royal Society*, t. XLIX, p. 78. *Journal de Physique*, (3), t. I, p. 181.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

T. CXVI et CXVII; 1893.

·CHARLIER. — Sur la marche de la lumière à travers un système de lentilles sphériques, t. CXVII, p. 580.

Soit un système de surfaces réfringentes centrées et dans le plan mené perpendiculairement à l'axe, par le point où cet axe perce la première surface, un cercle de rayon ρ dont le centre est sur l'axe. Les rayons qui passent par ce cercle avant de traverser les lentilles du système rencontrent ensuite un plan quelconque perpendiculaire à l'axe, en une série de points qui dessinent une courbe. Cette courbe est la courbe d'aberration pour le cercle de rayon ρ.

En tenant compte des termes du troisième ordre, on trouve que cette courbe est du quatrième degré et du genre zéro et peut être représentée par des formules telles que

$$y = (\mu_0 + \mu_1 \sin\varphi)\cos\varphi,$$
$$z = \lambda_0 + \lambda_1 \cos\varphi + \lambda_2 \cos^2\varphi.$$

C'est de la valeur des coefficients λ et μ que dépend essentiellement la bonté de l'objectif.

CH. HENRY. — Sur le minimum perceptible de lumière, t. CXVI, p. 96.

Les méthodes photométriques usuelles appliquées à la détermination du *minimum* perceptible de lumière ne peuvent conduire à des résultats corrects : les quantités de lumière transmises à travers des verres absorbants décroissent, en effet, en même temps que l'intensité de la lumière, suivant une loi inconnue.

L'auteur applique à cette détermination la loi de déperdition lumineuse du sulfure de zinc phosphorescent et principalement la formule asymptotique

$$i^{0,5}(t - 18,5) = 1777,8.$$

En notant le temps au bout duquel l'œil ne distingue plus l'intensité du sulfure de l'intensité propre de la rétine, il trouve pour

le minimum perceptible

$$p = 29.10^{-9} \text{ bougies.}$$

La valeur de ce minimum dépend du séjour que l'œil a fait dans l'obscurité. Si t est la durée de ce séjour, la formule

$$t^2 p = \text{const.}$$

représente bien les variations du minimum pour les valeurs de t comprises entre 3^m et 11^m.

CH. HENRY. — Sur le sulfure de zinc phosphorescent, considéré comme étalon photométrique, t. CXVI, p. 98.

La loi de déperdition lumineuse est la même pour les divers échantillons de sulfure de zinc; elle ne dépend pas non plus de l'épaisseur quand celle-ci varie de $0^{mm},45$ à $0^{mm},9$. La quantité de lumière émise par le sulfure de zinc à un instant donné est indépendante de la distance à laquelle il a été illuminé, du temps d'illumination et de l'épaisseur de la couche, pourvu que la saturation soit atteinte. Ce sulfure de zinc remplit donc les conditions qu'on peut exiger d'un étalon photométrique secondaire.

CROVA. — Étude photographique de quelques sources lumineuses, t. CXVI, p. 1343.

En photographiant une flamme dans certaines conditions, on peut mettre en évidence l'inégalité de composition des diverses parties de cette flamme. Ces conditions sont les suivantes : réduire la pose au temps *minimum*, développer très lentement, renforcer le négatif et pousser très loin le tirage des positifs.

M. Crova a ainsi photographié diverses sources. Dans la flamme du carcel, l'axe de la flamme sombre et l'éclat augmentent vers les bords; la zone de combustion comprise entre un cylindre de diamètre un peu inférieur à celui de la mèche et un tronc de cône extérieur présente deux lignes lumineuses qui sont les surfaces de combustion vive externe et interne des gaz hydrocarburés et une ligne sombre correspondant à l'espace intermédiaire.

Dans la flamme d'une bougie, l'axe est bien moins lumineux

que les bords; l'éclat augmente vers le sommet. Quand on réduit le temps de pose au *minimum* nécessaire à l'impression, l'image se réduit à deux lignes lumineuses convergentes : les flammes des becs de gaz et de l'étalon à acétate d'amyle donnent le même résultat. Avec l'arc électrique, l'arc apparaît à peine, le charbon négatif se réduit à une petite surface et la plage positive présente une surface criblée de taches sombres. Pour obtenir une impression uniforme, l'auteur trouve que le seul procédé satisfaisant consiste à placer dans un champ lumineux à peu près uniforme une lame de verre finement dépoli ou un écran diffusant homogène.

DENYS COCHIN. — Sur les spectres des flammes de quelques métaux, t. CXVI, p. 1055.

L'auteur a photographié les parties très réfrangibles dans le spectre des métaux alcalins et alcalino-terreux; il a obtenu des raies métalliques situées au delà de $\lambda = 309$.

SALVATOR BLOCH. — Sur la dispersion anomale, t. CXVI, p. 746.

Au lieu des dissolutions, M. Bloch emploie des pellicules de collodion colorées, pour éviter l'influence de la dispersion normale du dissolvant. La dispersion est mesurée par le réfractomètre Jamin; l'un des faisceaux traverse l'une des moitiés de la glace sur laquelle est déposée la pellicule; l'autre traverse la seconde moitié de la glace qui est dénudée. Les franges sont projetées sur la fente d'un spectroscope. On obtient ainsi deux systèmes de franges superposés : avec la fuchsine, l'écart entre les deux croît du rouge à l'orangé, décroît ensuite, est *minimum* vers la raie F et croît rapidement vers le violet. Les anomalies portent sur la première décimale de l'indice, tandis qu'avec la dissolution alcoolique elles ne portent que sur la troisième. Il a été vérifié qu'aucun changement de phase ne se produit ni à l'entrée, ni à la sortie de la lame colorée.

AYMONNET. — Sur les maxima périodiques des spectres, t. CXVII, p. 304 et 402.

Un système réfringent donne, avec une source déterminée, un

spectre lumineux d'apparence continue et un spectre calorifique qui présente des *maxima* et des *minima*, ne répondant pas nécessairement à des raies brillantes et à des raies noires. Les *maxima* sont sensiblement équidistants en λ, mais leur écart croît légèrement avec la réfrangibilité et leur position change avec la nature de la source. Les spectres d'absorption varient suivant que la matière absorbante est en avant ou en arrière du prisme, mais les positions des *maxima* ne dépendent que de la substance diathermane la plus rapprochée de la pile. M. Aymonnet explique ces résultats par un phénomène de résonance, en admettant qu'un solide ou un liquide transparent ne peut transmettre que des radiations dont la longueur d'onde a une valeur déterminée.

A. HURION. — Sur la polarisation atmosphérique, t. CXVI, p. 795.

M. Soret a donné, pour représenter la quantité de lumière polarisée dans un milieu indéfini éclairé par un large faisceau lumineux, la formule

$$p = \frac{a\cos^2\omega}{2 - a\cos^2\omega},$$

ω étant l'angle de la ligne de visée avec la normale à l'axe du faisceau.

M. Hurion trouve que, pour représenter les observations faites dans la partie du ciel opposée au Soleil, à partir de la distance angulaire de 90°, il faut substituer à cette formule la suivante :

$$p = \frac{a\cos^2\omega - b\sin^2\omega}{2 - (a\cos^2\omega - b\sin\omega)};$$

cette dernière concorde avec les observations à $\frac{1}{30}$ près.

MACÉ DE LÉPINAY. — Sur les franges des caustiques, t. CXVI, p. 312.

L'onde passant par un point O d'une caustique éloignée de tout point singulier la coupe suivant une courbe qui est une ligne de rebroussement suivant laquelle se raccordent les deux nappes de l'onde; l'une de ces nappes est normale aux rayons qui touchent la caustique avant la ligne de rebroussement; l'autre nappe, aux rayons qui touchent la caustique après. Sur un écran placé en O normalement au rayon qui passe par ce point, on verra des

franges d'interférence, car les mouvements vibratoires correspondant aux deux nappes de l'onde présentent une différence de marche.

Par le point situé à la distance R du point O, menons un plan normal à OC. La trace d'une onde sur ce plan a pour équation

$$y = \frac{x^2}{2R} - \frac{\rho x^3}{6R^3},$$

l'axe des x étant la tangente à la courbe au point C et l'axe des y la normale au même point, ρ le rayon de courbure de la caustique au point O.

Pour l'onde qui passe par O, cette équation sera

$$y = \frac{1}{3\sqrt{\rho}}(2x)^{\frac{3}{2}}.$$

Les deux mouvements vibratoires qui se superposent en un point quelconque de l'axe des x, voisin de l'origine, se propagent dans deux directions voisines de l'axe des x; leur différence de marche est $2y$. Comme l'une des ondes a traversé une ligne focale, elle a pris une avance de $\frac{\lambda}{4}$; la différence de phase des deux ondes est donc

$$2\pi\left[\frac{2}{2\lambda\sqrt{\rho}}(2x)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4}\right].$$

Les intensités des deux composantes sont égales, et en raison inverse de la distance $\sqrt{\rho x}$ à la trace sur le plan considéré de la ligne focale correspondante.

L'intensité résultante est donc

$$I = \frac{4}{\sqrt{2\rho x}}\cos^2\pi\left[\frac{2}{3\lambda\sqrt{\rho}}(2x)^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{4}\right] = \frac{2^{\frac{7}{3}}3^{\frac{1}{6}}}{(\lambda\rho^2)^{\frac{1}{3}}}\frac{1}{\sqrt{z}}\cos^2\pi\left[\left(\frac{z}{3}\right)^{\frac{3}{2}}\ \frac{1}{4}\right],$$

en posant

$$\left(\frac{z}{3}\right)x^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3 - \lambda\sqrt{\rho}}2x^{\frac{3}{2}}.$$

Les franges sont normales au plan considéré : les valeurs de x qui correspondent à $I = 0$ représentent donc les distances des franges noires au bord géométrique de la caustique.

Dans le cas d'un miroir concave, ces franges présentent des

colorations analogues à celles des anneaux de Newton; avec une lentille achromatique, on peut obtenir des phénomènes d'achromatisme rappelant ceux que M. Mascart a signalés dans l'arc-en-ciel. Les caustiques relatives au bleu et au rouge se coupent dans le plan d'observation en un point A situé au bord de la lentille et en un autre point B; la frange achromatique n'existe qu'entre ces deux points.

GOUY. — **Sur la vision des objets opaques au moyen de la lumière diffractée, t. CXVII, p. 626.**

En produisant un point lumineux en avant de l'objectif d'un microscope à long foyer ou d'une lunette de viseur, et recevant ce point lumineux sur un écran qui arrête les rayons géométriques, on observe dans l'instrument que le bord de l'objet opaque est dessiné par une ligne lumineuse formée par les rayons diffractés. Si le grossissement est assez fort, cette ligne prend une largeur appréciable et paraît divisée en deux par une ligne noire très fine et très nette. Cette ligne noire est due à l'interférence des faisceaux diffractés intérieur et extérieur à l'ombre géométrique, car elle disparaît si l'on intercepte un de ces faisceaux. En appliquant le mode de raisonnement de Fresnel, on reconnaît d'ailleurs *a priori* que ces deux faisceaux présentent, à égale distance du bord de l'écran, une différence de marche de $\frac{\lambda}{2}$. Ils sont dans les mêmes conditions que les faisceaux produisant les franges de Talbot.

IZARN. — **Reproduction photographique des réseaux et des micromètres gravés sur verre, t. CXVI, p. 506.**

Photographies de certains phénomènes fournis par des combinaisons de réseaux, t. CXVI, p. 572.

Photographies des réseaux gravés sur métal, p. 794.

L'auteur décrit un procédé pour photographier les réseaux et les micromètres gravés sur verre : il emploie comme couche sensible la gélatine bichromatée. Il obtient ainsi le positif et non le négatif du modèle comme on pourrait s'y attendre; ce qu'il attribue à la constitution spéciale du trait gravé par le diamant. Sur ces photographies, on observe des franges noires de forme irrégulière, rap-

pelant celles qui se produisent entre deux lames de verre qui ne sont pas exactement parallèles. En appliquant sur le réseau une lentille à faible courbure, on obtient des anneaux larges ressemblant aux franges précédentes et qui ont été photographiés. Si l'on applique exactement l'un sur l'autre deux réseaux identiques (reproductions photographiques d'un même original), on aperçoit des franges plus ou moins rectilignes, généralement transversales à la direction des traits, délicatement dentelées et se dédoublant d'un spectre à l'autre. Ces franges ont été décrites déjà par Brewster (*Ph. Mag.*, 1856) et signalées de nouveau par Lord Rayleigh.

Un réseau observé à la loupe présente aussi des franges parallèles aux traits et d'autres franges transversales plus fines, phénomènes qui se rapprochent de ceux observés autrefois par M. Crova.

M. Izarn a réussi également à obtenir la reproduction photographique des réseaux gravés sur métal; mais, pour avoir de bonnes épreuves, il est nécessaire que le contact soit parfait entre la gélatine et le réseau. Il croit pouvoir expliquer la reproduction du réseau par la photographie des ondes stationnaires.

CROVA. — Sur les bandes d'interférence des spectres des réseaux sur gélatine, t. CXVI, p. 672.

Si l'on éclaire par une fente très étroite un réseau photographié sur verre argenté, les spectres produits par réflexion sont sillonnés de larges bandes noires rectilignes. Avec un réseau au $\frac{1}{200}$, les spectres de premier ordre présentent chacun une large bande noire qui se déplace vers le violet quand on couvre le réseau de buée. Quand on augmente la surface utilisée sur le réseau, les franges se courbent et deviennent irrégulières.

Ces bandes résultent de l'interférence due à deux réseaux parallèles, à savoir celui qui est tracé sur la surface de la gélatine et l'image de ce réseau dans la glace argentée.

G. FRIEDEL. — Sur un procédé de mesure de la biréfringence des lames cristallines, t. CXVI, p. 272.

La lame cristalline à faces parallèles est placée entre deux nicols croisés à angle droit, de manière que ses sections principales soient à 45° de celles des nicols; entre le polariseur et la lame se trouve

un quart d'onde dont les sections principales sont parallèles à celles des nicols. En lumière monochromatique, on produit l'extinction par une certaine rotation φ du polariseur; φ exprimé en fraction de 180° est égal au retard de la lame exprimé en fraction de longueur d'onde, diminué d'un certain nombre entier de longueurs d'onde. On détermine la valeur de cet entier en faisant la composition au moyen d'un quartz taillé en biseau.

On peut aussi faire tourner le polariseur jusqu'à ce que la vibration émergente soit circulaire; l'analyseur est alors constitué par un second quart d'onde et un nicol liés invariablement, de façon que les sections principales du quart d'onde soient à 45° de celles du nicol. L'extinction est alors obtenue pour une rotation du polariseur, du quart d'onde ou de la lame, égale à $\pi\varphi + \frac{\varphi}{4}$. Comme contrôle, une rotation du polariseur égale à $\frac{\varphi}{2}$ doit rendre égaux les éclairements du champ et du cristal.

JOUBIN. — Sur la mesure des différences de marche en lumière blanche, t. CXVI, p. 633.

CORNU. — Remarque sur la Note précédente, p. 711.

JOUBIN. — Réponse, p. 872.

Pour faire apparaître les franges provenant de l'interférence de deux systèmes d'ondes présentant une grande différence de marche, on place sur le trajet des deux groupes d'ondes un compensateur anisotrope. L'appareil interférentiel est éclairé par la lumière polarisée. La lumière émergente, avant d'être analysée, traverse une lame de quartz d'épaisseur e, parallèle à l'axe et ayant sa section principale à 45° du plan de polarisation. Chaque groupe d'ondes se divise dans cette lame en deux autres qui prennent les retards suivants :

Premier groupe.		Second groupe.	
(a_1)	ne	(a_2)	$\Delta + ne$
(b_1)	$n'e$	(b_2)	$\Delta + n'e$

Δ étant le retard primitif du deuxième groupe sur le premier.

Au sortir de l'analyseur peuvent interférer, par exemple, les vibrations a_1 et b_2 qui présentent un retard de b_2 sur a_1, égal à

$$\delta = \Delta + (n' - n)e$$

ou

$$\delta = \Delta - (n - n')e.$$

On peut choisir e de façon que ce retard soit nul, et alors le phénomène est visible en lumière blanche.

Quand $\frac{2\pi\delta}{\lambda}$ est *maximum* ou *minimum*, on observe très nettement une frange achromatique. Cette condition est remplie (dans le cas, par exemple, des anneaux de Newton, pour une épaisseur d'air égale à ε) quand

$$(1) \qquad 2\varepsilon = \left[n' - n - \lambda \frac{d(n' - n)}{d\lambda}\right] e = \mathrm{A} e;$$

cette relation donne ε, puisque A est connu et e est mesuré. L'expérience donne des nombres très concordants pour des valeurs de e très différentes.

Si l'on emploie le spath, les lames peuvent être beaucoup plus minces, parce que le coefficient A est beaucoup plus grand. L'équation (1) donne ε quand n et $\frac{dn}{d\lambda}$ sont connus; inversement, elle permet de calculer $\frac{dn}{d\lambda}$ quand on connaît n et ε.

Le principe et les applications de cette méthode avaient été donnés déjà par Fresnel et utilisés par Babinet, mais seulement pour l'observation de faibles différences de marche, sans mesure.

L. LUMIÈRE. — Sur les propriétés photographiques des sels de cérium, t. CXVI, p. 1574.

Sur les propriétés photographiques des sels de cobalt, p. 1361.

Les sels cériques sont ramenés à l'état de sels céreux par les réducteurs organiques sous l'influence de la lumière; les sels qui ont donné les meilleurs résultats en photographie sont le sulfate et l'azotate cériques. Les épreuves sont traitées par les réactifs de la série aromatique, qui forment avec le sel cérique des matières colorantes insolubles; par des lavages, on enlève l'excès de réactif et le sel céreux. Les principaux réactifs employés sont : le phénol, qui en solution acide fournit des épreuves grises; la naphtylamine α (bleues), les sels d'aniline (vertes), l'acide amidobenzoïque (brunes), l'acide parasulfanilique (rouges) et les sels d'orthotoluidine (vertes). Si l'on traite par l'ammoniaque, les colorations changent.

L'oxalate cobaltique, obtenu en dissolvant l'hydrate cobaltique dans l'acide oxalique, est aussi facilement réduit par la lumière en présence des matières organiques. Le ferricyanure de potassium fixe ensuite le sel cobalteux formé, à l'état de ferricyanure cobalteux insoluble : l'image devient rouge pâle, peu intense; mais on la rend noire et plus intense par les sulfures alcalins, qui transforment le ferricyanure en sulfure de cobalt noir.

BOUSSINESQ. — Introduction naturelle de termes proportionnels aux déplacements de l'éther (ou termes de Briot) dans les équations de mouvement des ondes lumineuses, t. CXVII, p. 80.

Expression de la résistance opposée par chaque molécule pondérable au mouvement vibratoire de l'éther ambiant, p. 138.

Considérations diverses sur la théorie des ondes lumineuses, p. 193.

M. Boussinesq considère l'éther comme un fluide incomparablement plus divisé et plus ténu que la matière pondérable, dans lequel les forces élastiques agissent à des distances beaucoup plus courtes que ne le font les forces élastiques de la matière pondérable. L'isotropie de cet éther, troublée par le passage des ondes lumineuses, exige un certain temps pour se rétablir, de sorte que, si ces perturbations sont assez fréquentes (des centaines de trillions par seconde), elles ne pourront s'effacer au fur et à mesure. A ce point de vue, l'éther se comportera comme un corps solide élastique et isotrope; mais il se comporte comme un fluide vis-à-vis des molécules pondérables.

Ces propriétés s'expliquent en admettant que l'éther libre est à l'état d'atomes uniformément répartis, non condensés en molécules et que son élasticité est due aux forces atomiques dont l'action masque entièrement celle des forces moléculaires. Mais si l'éther cesse d'être libre, c'est-à-dire se trouve dans les intervalles des molécules d'un corps pondérable, les actions moléculaires de la matière pondérable sur l'éther cessent d'être négligeables. Ces actions se divisent en deux groupes : celles qui proviennent des molécules pondérables situées à une distance des atomes d'éther plus grande que le rayon d'activité des actions atomiques. La force M, qui agit ainsi sur un atome d'éther, est petite; ses composantes sont des fonctions linéaires des composantes du déplace-

ment vibratoire ξ, η, ζ de cet atome, car, pour un même atome, elle ne varie qu'avec ce déplacement, lequel définit très sensiblement à lui seul le changement de configuration survenu dans le système de l'atome éthéré et de l'ensemble des molécules pondérables.

D'autre part, l'éther, qui se trouve à une distance des molécules pondérables inférieure au rayon d'activité, éprouvera de la part de ces molécules une certaine résistance locale R.

Les termes de Briot sont précisément ceux qui expriment l'action M. Quant à R, M. Boussinesq cherche à l'évaluer en comparant ce qui se passe dans le mouvement varié d'une masse liquide indéfinie entourant un obstacle fixe et recevant une accélération commune, qui est fonction du temps. Il trouve ainsi que les composantes de R sont des fonctions linéaires de l'accélération de l'éther. Dans le cas simple où les molécules admettent les trois plans coordonnés comme plans de symétrie, chaque molécule pondérale ne fait qu'accroître fictivement la masse de l'éther ambiant, comme l'a admis Fresnel.

Dans cette théorie, les conditions de continuité à la surface de séparation de deux milieux, admises par Cauchy, s'expliquent d'elles-mêmes; l'éther étant un milieu continu, les ξ, η, ζ y varient graduellement partout. De plus, si l'on considère un feuillet très mince, parallèle à la surface de séparation de deux milieux ayant une face dans l'un et une face dans l'autre, l'équilibre exige que les pressions élastiques soient les mêmes sur les deux faces de ce feuillet, ce qui revient à dire que les dérivées de ξ, η, ζ, prises suivant la normale, sont égales sur ces deux faces. Les systèmes d'équations ainsi obtenus expliquent tous les phénomènes optiques, sauf la polarisation rotatoire. Pour rendre compte de cette dernière, il faut y introduire des dérivées d'ordre supérieur des ξ, η, ζ.

LAMOTTE.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Wiedemann's Annalen.

T. LII, n° 7; 1894.

J. ELSTER et H. GEITEL. — *Nouvelles recherches sur la lumière électrique*, p. 433.

O. LEHMANN. — *Nouveau phénomène produit par le passage de l'électricité à travers des corps mauvais conducteurs*, p. 455.

A. HEYDWEILLER. — *Sur le point critique de Villari pour le nickel*, p. 462.

F. HIMSTEDT. — *Sur des recherches avec les courants de Tesla*, p. 473.

KR. BIRKELAND. — *Remarques sur la réflexion et la résonance des oscillations électriques de Hertz. Explication des recherches de Hagenbach et de Zehnder*, p. 486.

P. DRUDE. — *Rectification et addition à ma Note* « Sur la théorie des phénomènes magnéto-optiques », p. 496.

P. DRUDE. — *Pour servir à la démonstration des expériences de Hertz*, p. 499.

K. ÅNGSTRÖM. — *Quelques remarques applicables aux travaux bolométriques de Paschen*, p. 509.

W. WERNICKE. — *Sur le changement de phase par la réflexion de la lumière sur des couches minces*, p. 515.

W. VOIGT. — *Sur une extension qui paraît nécessaire de la théorie de l'élasticité*, p. 536.

U. DUHRING. — *Critique de l'interprétation primitive de la loi des températures d'ébullition correspondantes, telle qu'elle a été formulée par S. Young*, p. 556.

W.-C. RÖNTGEN. — *Note sur quelques recherches faites avec un prisme rectangle*, p. 589.

W.-C. RÖNTGEN. — *Influence de la pression sur les constantes diélectriques de l'eau et de l'alcool*, p. 593.

C. DÉGUISNE. — *Les dissolutions aqueuses présentent-elles une anomalie dans leur conductibilité au voisinage de 4°?* p. 604.

G. QUINCKE. — *Sur les mouvements tourbillonnaires de l'air*, p. 607.

SUR LES PROPRIÉTÉS DES GAZ TRÈS PURS AU VOISINAGE DU POINT CRITIQUE;

PAR M. P. VILLARD.

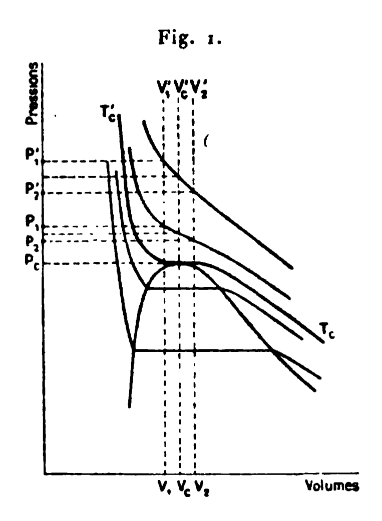
Depuis les découvertes de Cagniard de Latour et d'Andrews, de nombreux travaux ont été effectués en vue de constater la généralité des phénomènes observés par ces deux physiciens, en vue surtout de vérifier les conséquences qui résultaient de leurs expériences.

Ainsi qu'on devait s'y attendre, et en raison des difficultés que comportent les recherches de ce genre, les résultats obtenus ont conduit les expérimentateurs à des conclusions souvent opposées, et de nature à compliquer une question qui se présentait tout d'abord avec un caractère de grande simplicité.

L'examen d'un réseau d'isothermes analogue à celui construit par Andrews pour l'acide carbonique montre immédiatement que la liquéfaction d'un gaz, représentée graphiquement par la partie rectiligne des isothermes, est un phénomène de moins en moins accusé au fur et à mesure que la température s'élève.

On arrive bientôt à une isotherme limite $T_c T'_c$ qui n'offre plus

Fig. 1.



qu'un simple point d'inflexion à tangente horizontale. La température critique est atteinte, et à partir de ce moment les courbes

ne présentent plus ni discontinuité rectiligne, ni tangente parallèle à l'axe des volumes, mais seulement une inflexion qui va s'atténuant de plus en plus. Il semble donc qu'au delà de la température critique ainsi définie il n'y ait plus de liquéfaction possible; on doit alors se trouver toujours en présence d'un fluide homogène ne possédant qu'une série unique de propriétés, et en particulier qu'une seule densité.

Dans les expériences qui font l'objet de cet exposé, j'ai précisément cherché à mettre en évidence cette homogénéité mise en doute par divers physiciens.

Ramsay (1) en Angleterre et Jamin (2) en France ont émis l'idée qu'à la température critique la vaporisation n'était pas complète, les densités du liquide et de sa vapeur étant néanmoins égales. Les conclusions de Jamin peuvent se résumer ainsi :

A partir d'une certaine température, la densité du liquide devient et reste égale à celle de sa vapeur : c'est le point critique. La chaleur latente n'existe plus, le liquide se mélange avec sa vapeur dont rien ne le différencie, et il cesse alors d'être visible; mais la loi générale de vaporisation n'est interrompue à aucun moment par un point critique quelconque (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCVI; p. 1448).

Cette hypothèse a été combattue en 1889 par MM. Cailletet et Colardeau (3). Des expériences très ingénieuses les ont conduit à admettre qu'à la température de disparition du niveau et à plusieurs degrés au dessus il existait encore un liquide et une vapeur présentant des densités différentes, mais susceptibles de se dissoudre l'un dans l'autre en toutes proportions.

En 1892 et 1893 M. Zambiasi (4) et M. Battelli (5) sont arrivés au contraire à établir, en opérant avec l'éther, qu'au point critique il n'y avait qu'une seule densité, mais ils admettent que la vapo-

---

(1) *Proceedings of the Roy. Soc.*, t. XXX, p. 323, et t. XXXI, p. 194; 1880.

(2) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. XCVI, p. 1448; 1883 et t. XCVII, p. 10. *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 393; 1883.

(3) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CVIII; p. 1280. *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII, p. 389; 1889. *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XVIII; p. 269.

(4) *Atti della Reale Accademia dei Lincei*, t. I, p. 423; 1892. *Journal de Physique*, 3e série, t. II.

(5) *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXIX, p. 400; 1893.

risation continue aux températures supérieures, conformément à l'hypothèse de Jamin.

La conclusion qui semble se dégager de ces divers travaux est qu'à la température critique et au delà il existe encore deux fluides distincts.

Sans vouloir faire une étude complète des phénomènes critiques, j'ai repris quelques-unes des expériences imaginées à ce sujet, mais en ayant soin d'employer des gaz aussi purs que possible; c'est là une condition dont l'importance se comprend immédiatement si l'on réfléchit que de l'acide carbonique, par exemple, contenant seulement un millième d'air en volume, est comparable comme pureté, une fois liquéfié, à de l'eau saturée d'air sous une pression de 18 atmosphères.

J'ai choisi pour ces recherches le protoxyde d'azote et l'acide carbonique dont le point critique est mieux connu, surtout depuis les travaux de M. Amagat (¹) et de M. Chappuis (²).

J'indiquerai d'abord la manière d'obtenir ces gaz à un état de pureté convenable :

Protoxyde d'azote. — Je me suis servi, en le purifiant, du gaz que l'on trouve dans le commerce, liquéfié dans des récipients en fer. Destiné à des usages médicaux, il ne contient comme impuretés que de l'azote provenant de la préparation, un peu d'air et peut-être d'acide carbonique.

Au sortir du récipient, et après avoir franchi un robinet d'arrêt, le protoxyde traverse des tubes en cristal épais, de 10^{mm} à 12^{mm} de diamètre intérieur, contenant de la potasse, de la ponce sulfurique, de la potasse fondue, puis il se liquéfie dans un tube refroidi. La pression à laquelle a lieu la condensation s'élève peu à peu, indiquant nettement que l'azote et l'air s'accumulent dans l'atmosphère surmontant le liquide; il convient de chasser de temps en temps ce mélange gazeux et même de faire bouillir le protoxyde liquéfié. Cette première distillation terminée, on élimine,

---

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXIV, p. 1093. *Journal de Physique*, 3ᵉ série, t. I, p. 288; 1892.

(²) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXVIII, p. 976; 1894.

par une ébullition prolongée, la majeure partie des gaz dissous, puis le tube est retourné et le liquide bouillant est dirigé, par la manœuvre d'un robinet, dans le tube définitif qui servira aux expériences; les premières portions servent à laver les parois et sont rejetées, puis le remplissage a lieu, suivi d'une dernière ébullition assez longue, après quoi on procède à la fermeture.

Dans la plupart des cas, afin d'avoir des appareils indépendants et faciles à manier, j'ai scellé au chalumeau les tubes remplis de gaz liquéfié; pour cela, un fragment de cire de masse négligeable (une fraction de milligramme) est placé d'avance à l'entrée d'une partie très capillaire, puis fondu au moment voulu. Cette obturation provisoire permet d'effectuer ensuite sans peine le scellage définitif. Mais la cire n'est pas nécessaire : si l'étranglement capillaire est assez fin, on peut couper le tube un peu au-dessus, et, pendant que le gaz s'échappe lentement, le cristal est fondu puis serré dans une pince froide et enfin recuit. Aucune trace d'air ne peut évidemment pénétrer et l'introduction d'une matière étrangère est évitée.

Toute cette rectification s'effectue dans un appareil absolument hermétique, sans joints par serrage, sans cuirs gras, les robinets eux-mêmes étant entièrement métalliques.

En une seule opération, j'ai pu obtenir ainsi jusqu'à 20^{gr} de protoxyde d'azote purifié.

Acide carbonique. — Le même procédé a été appliqué à l'acide carbonique livré par l'industrie. Il est seulement nécessaire de laisser sortir des récipients le gaz et non le liquide qui est souillé par diverses impuretés. L'acide en vapeur traverse d'abord un tube à acide chromique humide divisé par de la pierre ponce, et se liquéfie dans un grand tube refroidi contenant du bicarbonate de sodium; après y avoir subi une ébullition suffisante, le liquide obtenu est redistillé et se rend dans les appareils définitifs en passant sur de la ponce sulfurique. L'opération se termine comme pour le protoxyde d'azote.

La pureté des produits obtenus ainsi ne peut être que difficilement constatée par l'analyse, surtout en ce qui concerne le protoxyde d'azote. Pour l'acide carbonique, l'absorption par la potasse n'a laissé, sur 140^{cc} de gaz, qu'un résidu certainement inférieur

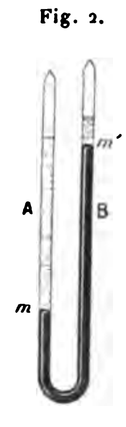
1^{mmc}. Dans ces conditions, l'analyse n'a aucun sens précis, et elle n'a rien gagné à être répétée avec 600^{cc}.

Les propriétés physiques seules peuvent offrir un critérium suffisant.

Avec le protoxyde d'azote que j'avais étudié en premier lieu, j'ai constaté en particulier que la liquéfaction sans résidu se produisait dès que la pression dépassait de quelques centimètres de mercure la tension maxima. Le phénomène n'est pas rapide, il est vrai, mais si, au moment où il ne reste plus qu'une bulle gazeuse très petite, on promène celle-ci dans la masse parfois assez grande du liquide, on constate que sa disparition n'est pas sensiblement accélérée, comme cela aurait lieu si elle était formée par un gaz étranger dont la dissolution serait évidemment favorisée par l'agitation.

L'expérience se fait facilement dans un tube en U (*fig.* 2) con-

Fig. 2.



tenant du mercure et une certaine quantité de protoxyde d'azote liquéfié réparti dans les deux branches. Les pressions en A et en B étant égales à la tension maxima du protoxyde liquide, le mercure tend à se mettre au même niveau de part et d'autre et ce résultat peut en effet s'obtenir; mais, si les choses sont disposées comme l'indique la figure, on voit que, même s'il n'y avait plus de vapeur en A, la dénivellation *mm'* subsisterait encore. Sous l'influence de l'excès de pression qui en résulte pour la branche A, la liquéfaction totale y a lieu invariablement.

Inversement, si, dans la branche B, dans laquelle le mercure est plus élevé, on condense par refroidissement toute la vapeur, le liquide, bien que soumis à une pression inférieure à sa tension maxima qui s'exerce alors en A, n'entre pas en ébullition, et le tube abandonné à lui-même reste indéfiniment dans le même état malgré les variations de la température ambiante.

En chauffant un peu le liquide dans la branche où il est condensé totalement, on le voit se dilater notablement sous pression constante sans bouillir.

Dans un tube relié à un manomètre, j'ai réussi à abaisser la pression de près de 10 atmosphères au-dessous de la tension maxima sans provoquer l'ébullition. Ce retard est surtout facile à obtenir avec l'acide carbonique, et, vers 0°, j'ai pu constater que la vaporisation, dans un tube ouvert avec précaution à l'air libre, se faisait uniquement par la surface; vers la fin de l'expérience seulement, le liquide résiduel s'est vaporisé brusquement en projetant dans tout le tube de la neige carbonique.

Ces expériences ne réussissent bien que dans des tubes parfaitement lavés, et s'ils doivent contenir du mercure ce dernier doit être bouilli dans le vide avant l'introduction du gaz liquéfié.

Avant d'aborder l'étude des phénomènes qui se produisent au voisinage du point critique, il était nécessaire de connaître ce point, au moins approximativement, pour le protoxyde d'azote pur. Une limite supérieure de la température cherchée m'a été fournie par les densités du liquide et de sa vapeur saturée (¹). Je rappellerai seulement que ces données ont été obtenues à 0° par des pesées directes faites sur plusieurs grammes de matière; au-dessus de 0°, j'ai mesuré les volumes occupés par une masse connue de liquide entièrement séparé de sa vapeur, mais soumis à la tension maxima de celle-ci. Enfin, les densités de vapeur se déduisaient de l'observation du niveau dans un tube de Natterer rempli à peu près au volume critique, porté à diverses températures et agité plusieurs fois avant toute mesure. Le tube était divisé et jaugé; une pesée faisait connaître le poids de protoxyde d'azote contenu.

(¹) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXVIII, p. 1096; 1894.

Une relation du premier degré donnait ensuite les densités de la vapeur en fonction de celles du liquide déjà déterminées.

Par ces dispositions j'ai pensé être à l'abri des phénomènes singuliers découverts par M. Gouy (1) et obtenir, aux erreurs de mesure près, la densité réelle du liquide et celle de la vapeur exactement saturée.

Les résultats obtenus m'ont conduit à admettre pour température critique approchée $+38°,8$. Cette valeur est sans doute trop élevée, mais, à la suite des travaux de M. Chappuis (*loc. cit.*), j'ai abandonné cette détermination qui me paraît pouvoir être plus rigoureusement faite par l'étude des indices qu'autrement.

Je me suis alors borné à établir qu'au-dessus de la température critique, par suite à $+38°,8$, le protoxyde d'azote se présentait comme un fluide parfaitement homogène. J'ai rempli à peu près au volume critique deux tubes en O contenant l'un du mercure, l'autre de l'acide sulfurique, et semblables à celui employé par MM. Cailletet et Colardeau (*loc. cit.*), mais scellés et indépendants. Le protoxyde liquide ayant été réuni d'abord dans l'une des branches où il formait une colonne de 25^{cm}, l'appareil a été porté à $+38°,8$. A cette température, les densités se sont montrées parfaitement égales, le mercure ou l'acide sulfurique ne présentant plus aucune différence de niveau. Par un refroidissement uniforme, la condensation s'est produite avec une simultanéité parfaite dans les deux branches, débutant par un nuage bleu dont la lumière était entièrement polarisée, et auquel succédait brusquement une véritable émulsion blanche formée de gouttelettes liquides; l'expérience terminée, des quantités rigoureusement égales de liquide se présentaient dans les deux branches.

Un tube en U renversé, à courbure capillaire, analogue à celui dont se servait M. Battelli (*loc. cit.*), a donné la même identité de condensation après avoir été porté à $+38°,8$.

Il m'a paru indispensable de répéter les mêmes expériences avec l'acide carbonique dont le point critique vrai a été très exactement déterminé par M. Amagat au moyen des isothermes et par M. Chappuis en se servant de l'indice de réfraction; les deux

(1) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXVI, p. 1289; 1893.

nombres obtenus étant très voisins, il semblait d'autant plus intéressant de vérifier l'égalité des densités à la température pour laquelle l'égal ion des indices et la disparition de la partie rectiligne des isothermes ont lieu en même temps.

Avec le tube en O, aussi bien qu'avec l'appareil de M. Battelli, j'ai obtenu les mêmes résultats que précédemment, et à la température de 31°,7, c'est-à-dire très peu au-dessus du point critique fixé à 31°,4 par M. Chappuis.

Il est facile de se rendre compte de la nécessité qu'il y a à employer dans ces expériences des gaz très purs.

Supposons, par exemple, que l'acide carbonique employé contienne à la pression ordinaire $\frac{1}{1000}$ d'air en volume ; ramené par la compression dans le tube en O à un volume environ 500 fois plus faible, le volume critique, ce mélange contiendra de l'air à une pression voisine d'une demi-atmosphère, en le supposant également réparti dans l'appareil.

Par élévation de température, le liquide va entrer en ébullition, et l'air se réunira par distillation dans la branche qui ne contient que de la vapeur : sa pression y atteindra près d'une atmosphère. Au point critique, les densités en seront peu affectées, il est vrai, mais par refroidissement la condensation ne sera pas simultanée dans les deux branches, la vapeur n'étant pas saturée, dans celle qui renferme l'air, à la même température que dans l'autre et la différence des tensions étant voisine d'une atmosphère.

Or, on peut considérer que de l'acide carbonique ne renfermant que $\frac{1}{1000}$ d'air est beaucoup plus pur que celui qui a été employé dans la plupart des cas, même par Andrews. Ce titre de $\frac{999}{1000}$ n'a été dépassé que dans des expériences récentes. Quant au protoxyde d'azote, il renferme fréquemment 5 à 10 pour 100 d'azote, dont il est impossible de le débarrasser par les moyens ordinaires.

Il n'est donc pas surprenant que les résultats que j'ai obtenus n'aient pas pu être constatés antérieurement.

On peut remarquer en passant que MM. Cailletet et Colardeau admettaient comme température critique la température de disparition du niveau dans un tube observé à l'œil nu. Ce phénomène paraît avoir lieu au-dessous du point critique vrai, comme l'a montré M. Pellat (1), et la différence serait de quelques dixièmes

(1) *Journal de Physique*, 3e série, t. I, p. 225; 1892.

de degré avec l'acide carbonique que j'ai préparé. On peut dès lors dire que l'état liquide persiste dans cet intervalle de température qui sera peut-être réduit par de nouvelles expériences.

J'ai tenu seulement à établir que l'égalisation réelle des densités avait bien lieu au delà du point critique vrai, ainsi que cela résulte de la théorie d'Andrews. Ce fait n'avait pas été vérifié directement avec les gaz.

Relativement à l'acide carbonique, j'ai cru devoir compléter ces expériences en étudiant les propriétés que peut mettre en évidence la coloration produite par l'iode et employée dans le même but par MM. Cailletet et Colardeau.

J'ai préparé un tube Natterer rempli d'acide carbonique renfermant une trace d'iode, et dont le volume était légèrement supérieur au volume critique afin de n'avoir que de la vapeur au point critique.

En agitant le tube pour favoriser la vaporisation ou la condensation, on observe qu'à la température ordinaire le liquide est fortement coloré, la vapeur très peu. Les deux colorations se rapprochent l'une de l'autre quand la température s'élève, et quand on dépasse $+31^\circ$ elles paraissent absolument identiques, montrant ainsi que le liquide et sa vapeur, bien que séparés encore par un niveau, ont des propriétés à peine différentes et tendent vers un état unique.

Si le tube n'est pas agité, la coloration reste localisée à la partie inférieure, même à $+35^\circ$; elle tend seulement à se diffuser lentement. Par refroidissement, la condensation commence dans le bas du tube, contrairement à ce qui se passe dans l'expérience précédente ou dans un tube ne contenant pas d'iode, le phénomène se produisant alors partout à la fois.

Pour expliquer ce résultat, j'ai fait déposer sur les parois, par refroidissement à -40°, l'iode peu soluble à cette température : en retournant le tube, le dépôt était en contact avec la vapeur seule, le liquide restant faiblement teinté. Dans ces conditions, j'ai élevé la température sans agiter. La vapeur carbonique dissolvant l'iode n'a pas tardé à être plus colorée que le liquide; en même temps, la vapeur qui se dégageait de ce dernier était absolument incolore et formait au-dessus du niveau une couche bien nette qui allait en se diffusant dans le fluide de plus en plus co-

loré qui la surmontait. Au-dessus de la température critique, cette zone incolore n'existait plus, ce qui semble indiquer qu'il n'y a plus alors de vaporisation. Par refroidissement, la condensation commençait dans le haut du tube, c'est-à-dire dans la partie la plus chargée d'iode. On comprend alors pourquoi, dans l'expérience précédente, la coloration restait localisée dans la partie occupée primitivement par le liquide : ce dernier en effet n'entraînait pas l'iode en se vaporisant. En même temps, la condensation n'étant pas homogène, on pouvait supposer qu'il existait encore du liquide à + 35°; la dernière expérience montre que c'est là une perturbation due à l'inégale répartition du corps dissous.

L'examen spectroscopique ne m'ayant montré, dans aucun cas, les cannelures caractéristiques du spectre de l'iode en vapeur, j'ai jugé nécessaire de faire une expérience à ce sujet avec un tube dans lequel il n'y avait plus de liquide à + 25°. J'étais ainsi en présence d'acide carbonique certainement gazeux à partir de cette température. J'ai donné au tube un diamètre intérieur de 8^{mm} pour compenser le peu d'intensité de la coloration. En même temps, j'observais par comparaison un tube semblable renfermant de l'air à la pression ordinaire et un peu d'iode : en chauffant un peu ce dernier, j'obtenais une teinte en apparence identique à celle que présentait le tube à acide carbonique; elle suffisait largement pour voir le spectre sillonné de cannelures bien nettes, tandis que rien de semblable ne se manifestait avec l'acide carbonique coloré, aussi bien à + 40° qu'à + 25°. Il faut donc admettre que l'iode dissous ainsi dans un gaz comprimé n'est pas simplement mélangé à l'état gazeux, et l'on comprend alors pourquoi le tube à acide carbonique présente, à égalité de température, une coloration beaucoup plus intense que celle du tube de comparaison. On voit également que l'absence des cannelures caractéristiques dans le spectre ne permet pas de conclure à la persistance de l'état liquide au delà du point critique.

Il n'y a par conséquent rien, dans ces expériences, qui soit en contradiction avec les idées d'Andrews, c'est-à-dire qui puisse infirmer l'existence, au-dessus du point critique, d'un fluide unique et parfaitement homogène.

J'ajouterai, pour terminer cette étude, que l'examen des courbes d'Andrews fournit une explication simple des résultats obtenus

par MM. Cailletet et Colardeau dans leurs expériences sur le point critique de l'eau ([1]), expériences qu'ils avaient réalisées antérieurement avec l'acide carbonique (*loc. cit.*). A l'interprétation très simple donnée par M. Pellat ([2]) je crois pouvoir ajouter une simple remarque.

Si, dans le diagramme donné au début de cet exposé, on considère plusieurs lignes d'échauffement à volume constant, telles que $V_1V'_1$, $V_2V'_2$, ces lignes, sans avoir besoin d'être très voisines de l'ordonnée $V_cV'_c$ qui correspond au volume critique, rencontreront l'isotherme critique sensiblement à la même hauteur, par suite à la même pression P_c, et cela en raison de l'inflexion assez allongée de l'isotherme. Au point critique, la pression sera donc sensiblement la même pour plusieurs volumes différents, ou encore pour plusieurs masses occupant le même volume. Il n'en sera évidemment plus de même aux températures plus élevées, comme le montre la *fig.* 1.

Les courbes de tension maxima resteront donc confondues jusqu'à l'isotherme critique, au moins pratiquement, et ne se sépareront qu'au delà, à une température d'autant plus élevée que le manomètre employé sera moins sensible. Elles formeront alors le faisceau divergent partant assez exactement d'un point unique, et si nettement obtenu par les expérimentateurs qui ont imaginé cette ingénieuse méthode.

SUR UN NOUVEAU CORPS A DOUBLE POUVOIR ROTATOIRE;

PAR M. G. WYROUBOFF.

Les corps optiquement actifs à la fois en cristaux et en solution présentent un intérêt théorique considérable, car ils nous permettent d'entrevoir la possibilité de trancher le litige entre les deux interprétations du pouvoir rotatoire moléculaire. L'une de

---

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, t. CXII, p. 563 et 1170. *Journal de Physique*, 2e série, t. X, p. 333; 1891. *Annales de Chimie et de Physique*, 6e série, t. XXV, p. 519; 1892.

([2]) *Journal de Physique*, 3e série, t. I, p. 225; 1892.

ces interprétations voit la cause du phénomène dans la dissymétrie de la *molécule chimique,* l'autre dans la pseudo-symétrie de la *particule cristalline.*

La première question qui se pose est celle de savoir si les deux pouvoirs rotatoires dont la loi fondamentale est la même, ont une cause unique, quelle que soit d'ailleurs cette cause, ou deux causes différentes. En effet, si la rotation moléculaire et la rotation cristalline sont le résultat d'une même propriété de la matière; il est clair qu'entre le pouvoir rotatoire moléculaire et le pouvoir rotatoire cristallin d'une substance doublement active, il doit y avoir un rapport qui sera toujours le même quelle que soit la substance considérée. En d'autres termes et en désignant par $[\alpha]$ le pouvoir spécifique moléculaire et $[\alpha']$ le pouvoir spécifique cristallin qui est relié au premier par la formule $[\alpha'] = \frac{d[\alpha]}{100}$, d étant la densité du corps cristallisé, il faut que $\frac{[\alpha']}{[\alpha]}$ soit constant pour tous les corps doués du double pouvoir rotatoire.

Cette première question étant résolue expérimentalement, le débat se réduit à la solution d'une seconde question. Il est évident, en effet, que, si nous avons affaire dans les deux cas à une même propriété, l'interprétation chimique se trouve limitée par une condition très précise. *Une même substance ne peut avoir en solution et en cristaux deux rotations inverses,* une molécule n'étant pas dyssymétrique lorsqu'elle est gauche et droite en même temps.

Il suit de là que l'interprétation *stéréochimique* serait définitivement condamnée si l'on arrivait à démontrer expérimentalement ces deux faits :

1. *Il existe des corps qui sont dextrogyres en solution et lévogyres en cristaux.*

2. *Pour tous les corps actifs en solution et en cristaux, le rapport des deux pouvoirs rotatoires est exprimé par une constante.*

Jusqu'ici aucun de ces deux faits n'a pu être établi, car on ne connaissait guère qu'un seul corps doué du double pouvoir rotatoire, le sulfate de strychnine, lévogyre en solution et lévogyre

aussi en cristaux. Tout récemment M. Traube (1) a découvert le pouvoir rotatoire moléculaire dans le camphre du matico dont le pouvoir rotatoire cristallin avait été observé par M. Hintze (2). Ici encore les deux rotations étaient gauches. J'ai enfin signalé le double pouvoir rotatoire dans le succinate d'apocinchonine (3) qui est dextrogyre en solution et en cristaux. Toutes ces substances donnent, on le voit, un pouvoir rotatoire de même sens pour les cristaux et pour leur solution. Malheureusement aucune d'elles ne se prête à des mesures quelque peu exactes. Le sulfate de strychnine présente deux hydrates, l'un à $5H^2O$ clinorhombique, l'autre à $6H^2O$ pseudoquadratique, doué du pouvoir rotatoire. Le pouvoir rotatoire moléculaire des deux hydrates est très différent, mais il ne peut être mesuré que pour l'hydrate inférieur qui seul existe dans une solution alcoolique.

Dans une solution aqueuse les deux hydrates existent toujours simultanément en proportions variables suivant la température et la concentration. La valeur de $[\alpha]$ qu'on trouve ne correspond donc à aucun corps défini. Il faut ajouter, de plus, que les cristaux du sulfate de strychnine présentent des anomalies optiques, que dès lors la mesure de la déviation du plan de polarisation est très incertaine, le rayon émergeant du cristal étant généralement elliptique.

Dans le camphre du matico qui ne se combine pas avec ses dissolvants, le pouvoir rotatoire moléculaire est parfaitement constant; M. Traube, en effet, a trouvé pour le camphre fondu $[\alpha]_D = -29^\circ,1$, pour sa solution à 10 pour 100 dans le chloroforme $-28^\circ,7$; j'ai trouvé pour sa solution à 5,8 pour 100 dans l'alcool absolu -29°. Mais les cristaux présentent de telles irrégularités dans leurs propriétés optiques qu'il faut renoncer à mesurer leur pouvoir rotatoire; chaque cristal, chaque plage d'une lame taillée perpendiculairement à l'axe optique donne pour α une valeur différente qui peut varier du simple au double. Quant au succinate d'apocinchonine, il se dissocie dans sa solution aqueuse, et ne peut se déposer que dans une liqueur fortement

(1) Groth, *Zeitsch. f. Kryst.* p. 23, 47; 1894.
(2) *Pogg. Ann.*, p. 157, 127; 1876.
(3) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, p. 1-89; 1894.

acide; d'autre part, ses cristaux présentent des phénomènes encore moins réguliers que ceux qu'on observe dans les deux corps précédents.

Le tartrate neutre de rubidium, dans lequel j'ai constaté le double pouvoir rotatoire, est la première substance permettant une mesure précise des phénomènes. Ce sel est anhydre quelle que soit la température à laquelle il se dépose; son pouvoir rotatoire moléculaire ne varie aucunement avec la concentration; ses cristaux, qu'on peut facilement avoir aussi gros qu'on veut, ont une structure remarquablement régulière, et ce n'est que très rarement qu'on constate en lumière convergente une légère dislocation de la croix. Le tartrate de rubidium présente une autre particularité intéressante. Les cristaux sont *lévogyres* et donnent une solution qui est *dextrogyre*. C'est l'inverse qui a lieu si l'on prépare le sel avec l'acide lévotartrique.

J'ai trouvé pour le dextrotartrate

Solution..... $[\alpha]_D = +20°,1$. Cristaux...... $\alpha_D = -10°,7$

Pour le lévotartrate

Solution..... $[\alpha]_D = -20°,2$. Cristaux..... $\alpha_D = +10°,5$

La densité des cristaux est de 2,731. En ramenant le pouvoir rotatoire moléculaire au pouvoir rotatoire du corps solide de 1^{mm} d'épaisseur, on trouve pour l'un $+0°,548$ et pour l'autre $-0°,550$. Le rapport entre les deux pouvoirs est donc de $\frac{10°,7}{0°,548} = 19,52$ pour le dextrotartrate et de $\frac{10°,5}{0°,55} = 19,09$ pour le lévotartrate ou sensiblement 20.

Cette observation, jusqu'à présent unique, apporte à la solution de la question du pouvoir rotatoire moléculaire un élément important, car elle l'enferme dans un étroit dilemme. En effet, ou bien les causes qui produisent les deux pouvoirs rotatoires sont différentes et alors on trouvera pour les autres corps des rapports différents de 20, ou bien ces causes sont identiques et alors la structure de la molécule chimique ne peut intervenir à aucun degré dans l'explication de la déviation du plan de polarisation observée dans les solutions.

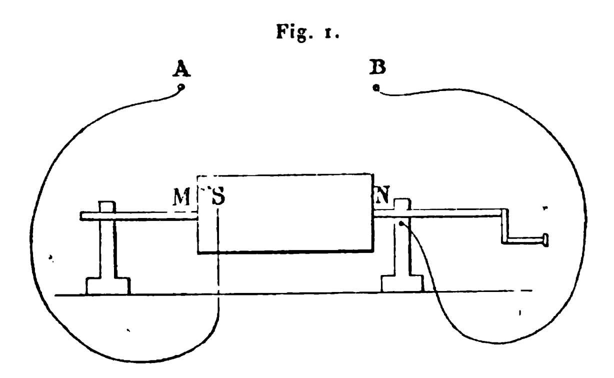
SUR UNE MÉTHODE D'INSCRIPTION ÉLECTRO-CHIMIQUE DES COURANTS ALTERNATIFS;

PAR M. P. JANET.

L'étude des courants alternatifs présente, comme on le sait, des difficultés beaucoup plus considérables que celle des courants continus; ces difficultés tiennent à deux causes : d'abord à la complexité et à l'apparence souvent paradoxale des faits tenant principalement aux lois générales de l'induction; en second lieu, à la multiplicité des éléments à mesurer : tandis que, pour caractériser un courant continu, il suffit de connaître son intensité; pour caractériser un courant alternatif, il faut connaître non seulement son intensité efficace, mais encore sa fréquence; et tandis que, pour comparer deux courants continus, il suffit de connaître leurs intensités relatives, pour comparer deux courants alternatifs, il faut connaître non seulement leurs intensités efficaces relatives, mais encore leur différence de phase; aussi nous pensons qu'une méthode simple, ne présentant aucune difficulté expérimentale, rendant visible aux yeux un certain nombre de ces éléments propres aux courants alternatifs, et permettant même de les mesurer avec une approximation suffisante, sera bien accueillie par les électriciens. Voici en quoi consiste cette méthode.

Soient A et B (*fig.* 1) deux points entre lesquels existe la différence de potentiel alternative que nous voulons étudier. Sur un cylindre enregistreur métallique MN on dispose une feuille de

Fig. 1.



papier imbibée de la solution de ferrocyanure de potassium et d'azotate d'ammoniaque ([1]) qu'on emploie dans le télégraphe électro-chimique de Bain; à la surface du papier appuie légèrement un style en fer ou en acier (une aiguille à tricoter usée à la meule en pointe légèrement mousse convient bien). On met en communication le cylindre d'une part, la pointe de l'autre avec les deux points A et B, puis on fait tourner rapidement le cylindre. Chaque fois que l'excès de potentiel de A sur B passe par un maximum positif, une trace bleue s'imprime sur le papier. On obtient ainsi une ligne discontinue dont chaque maximum, très net, correspond à une période de la force électromotrice étudiée. Remarquons que, le circuit dérivé très résistant ASB ne présentant pas de self-induction, le courant qui produit l'inscription n'est pas décalé sur la différence de potentiel qui le produit et qu'on veut étudier.

Pour avoir de bonnes épreuves, il convient d'employer un papier assez fort, et de le laisser tremper quelques heures dans la dissolution de ferrocyanure; on l'applique alors sans pli ni bulle d'air sur le cylindre, puis, à l'aide d'un rouleau de papier buvard de bureau, on enlève rapidement l'excès de la dissolution : il faut que la surface du papier devienne mate, sans cependant qu'il soit trop sec. On approche alors la pointe S et l'on procède immédiatement à l'inscription; puis on lave à grande eau et l'on sèche.

APPLICATIONS DE LA MÉTHODE.

La méthode électro-chimique d'inscription des courants alternatifs s'applique particulièrement bien à l'étude des fréquences et des différences de phase. Nous en donnerons quelques exemples.

1° *Mesure d'une fréquence.* — Soit à mesurer la fréquence d'un courant alternatif distribué à 110 volts. Disposons en série cinq ou six lampes de 20 volts, et prenons les deux bornes de l'une d'elles comme points A et B de l'exposé général qui précède : nous ferons donc communiquer A avec le style, B avec le cylindre. A côté du premier style, disposons-en un second dans lequel une

---

([1]) Parties égales des solutions saturées, six parties d'eau.

horloge enverra toutes les secondes un courant. Il suffit alors pour avoir la fréquence de compter le nombre de maxima qui existent entre deux signaux consécutifs de l'horloge.

Ce procédé a été appliqué au courant que fournit au Laboratoire d'électricité industrielle de la Faculté des Sciences de Grenoble la station centrale de la Société grenobloise d'éclairage électrique. Ce courant provient d'alternateurs Zipernowsky à 2000 volts et est abaissé à 110 volts par transformateurs. La fréquence obtenue a été de 44. On voit que cette fréquence est un peu plus grande que la fréquence normale 42 indiquée pour les alternateurs Zipernowsky.

J'ai répété des mesures analogues au moyen d'un alternateur Gramme auto-excitateur et mis en mouvement par un moteur à gaz. La fréquence moyenne était 70. Tous les coups de piston du moteur, d'ailleurs, se reconnaissaient dans l'inscription, aussi nette que les précédents.

Cette méthode d'inscription des fréquences peut recevoir un certain nombre d'applications. D'abord, notre appareil conserve une trace écrite de la marche des machines, et peut par suite servir d'appareil de contrôle ou de tachymètre enregistreur; mais voici un autre cas important où il pourrait aussi rendre de réels services. Supposons qu'il s'agisse d'accoupler deux alternateurs situés dans deux usines différentes, distantes de plusieurs kilomètres (le cas s'est déjà présenté); la première condition à remplir est que ces deux alternateurs aient la même fréquence; il faut donc que l'usine principale qui fait le couplage ait le moyen de contrôler la marche de l'usine secondaire : le procédé graphique que nous indiquons permet évidemment de le faire avec la plus grande sécurité; il ne supprime pas, bien entendu, le rôle des indicateurs de phases qui serviront lorsque l'égalité de fréquence sera obtenue.

2° *Étude des différences de phase.* — Soient trois points A, B, C pris sur un circuit alternatif. Supposons que les différences de potentiel qui existent entre A et B d'une part, C et B de l'autre, soient décalées l'une par rapport à l'autre, d'une certaine quantité que l'on veut mesurer. Mettons le point B en communication avec le cylindre, les points A et C en communication avec deux

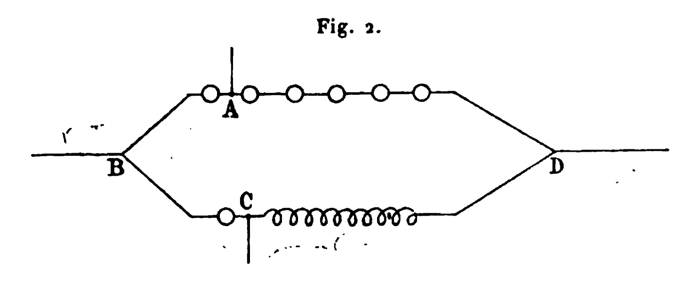
styles S et S′ appuyant sur le papier; on obtiendra deux traces discontinues, et il sera facile de mesurer la quantité dont l'une est déplacée par rapport à l'autre, c'est-à-dire d'avoir, en fractions de période, la différence de phase cherchée.

Je n'insiste pas sur les applications très nombreuses que l'on peut faire de cette méthode; j'indiquerai seulement quelques cas que j'ai réalisés :

1° Supposons que les trois points A, B, C soient disposés en série et séparés par des résistances non inductives (nous pourrons par exemple prendre les bornes de deux des lampes précédemment employées). Il est évident que les excès de potentiel de A et de C sur B sont décalés, l'un par rapport à l'autre, d'une demi-période : en effet, au moment où A présente sur B un excès maximum positif, C présente sur B un excès maximum négatif. Les maxima de l'une des deux courbes doivent donc partager en deux parties égales les intervalles compris entre les maxima de l'autre. C'est ce que l'expérience vérifie avec une grande exactitude.

2° On sait que, lorsqu'un courant alternatif se bifurque entre deux branches, si l'une de ces branches contient une bobine, tandis que l'autre ne présente pas de self-induction, les deux courants dérivés sont décalés l'un par rapport à l'autre, le courant qui passe à travers la bobine étant en retard sur l'autre au plus d'un quart de période. C'est ce phénomène que je me suis proposé de mettre en évidence. La disposition de l'expérience était la suivante. Un courant alternatif se bifurque en un point B (*fig.* 2) entre

Fig. 2.



deux branches BAD, BCD. La branche BAD est composée de 20 volts en tension. La branche BCD est composée d'une lampe de 20 volts et d'une bobine à noyau de fil de fer. D'après ce qui

précède, le courant BCD doit présenter un retard sur le courant BAD. Pour mettre ce retard en évidence, on met le point B en communication avec le cylindre, les points A et C avec les deux styles.

On constate que l'une des deux courbes est en retard sur l'autre d'environ un quart de période : c'est celle qui correspond à la branche qui contient la bobine. En examinant attentivement cette ligne, on observe de plus un fait intéressant : les maxima y sont plus allongés que dans l'autre. J'attribue ce fait à la présence du fer dans la bobine qui doit, non seulement retarder, mais encore déformer le courant. Ainsi la méthode d'inscription électrochimique permet d'étudier, non seulement les fréquences et les phases, mais encore, jusqu'à un certain point, la forme des courants alternatifs. Peut-être, avec quelques précautions particulières, pourrait-on s'attacher à perfectionner ce dernier point de vue, ce qui aurait un grand intérêt.

3° Outre les deux cas qui précèdent, j'ai encore étudié quelques autres cas particuliers. Disposons en série sur un circuit alternatif une bobine AB et des lampes BC, CD, etc. Faisons communiquer le point B avec le cylindre, les points A et C avec les styles. Nous reproduisons le premier cas, sauf qu'ici la résistance AB présente de la self-induction. Les points maxima de la ligne correspondante devront donc être en retard de plus d'une demi-période sur les maxima de l'autre ligne. C'est ce que l'expérience vérifie.

4° Enfin, comme dernière application, j'ai inscrit des forces électromotrices triphasées. Le montage en étoile se prête particulièrement bien à l'expérience. Soient O le centre de l'étoile, A, B, C les sommets. On fait communiquer le point O avec le cylindre, les points A, B, C avec trois styles voisins. On obtient trois lignes déplacées, l'une par rapport à l'autre, d'un tiers de période.

Toutes ces applications ont le grand intérêt de rendre visibles aux yeux des phénomènes qui, jusqu'ici, n'étaient étudiés qu'au moyen de formules algébriques ou de constructions géométriques; c'est à ce titre, nous l'espérons, que notre méthode pourra rendre quelques services.

V. BJERKNES. — Die Resonanzerscheinung und das Absorptions vermögen der Metalle für die Energie elektrischer Wellen (Phénomènes de résonance et pouvoir absorbant des métaux pour l'énergie des ondes électriques); *Wied. Ann.*, t. XLVII, p. 69; 1892.

Dans l'étude expérimentale des vibrations hertziennes, on n'avait pas encore trouvé de phénomène qui mette nettement en évidence les propriétés particulières de chaque métal. La vitesse de propagation est la même le long de tous les fils métalliques et deux résonateurs géométriquement identiques, mais de nature différente, donnent sensiblement la même longueur d'étincelle lorsqu'on les substitue l'un à l'autre.

En étudiant les phénomènes de résonance, M. Bjerknes a démontré que les conducteurs amortissent d'autant mieux les oscillations qu'ils sont plus résistants et plus magnétiques.

Il construit six résonateurs circulaires géométriquement identiques avec des métaux différents : cuivre, laiton, maillechort, platine, fer, nickel. Il détermine la courbe de résonance de chacun d'eux par la méthode électrométrique décrite dans un Mémoire antérieur (1). Il porte en abscisses les périodes de vibration de l'excitateur et en ordonnées les impulsions électrométriques.

Les courbes montrent nettement que les divers métaux se comportent d'une façon très différente par rapport aux vibrations électriques.

En particulier, l'impulsion électrométrique maximum au résonateur varie en sens contraire de la résistance et de l'aimantation de ce dernier.

Si l'on remarque, d'une part, que cette impulsion est proportionnelle au carré moyen de la différence de potentiel aux extrémités du résonateur, et, d'autre part, que tous les résonateurs donnent sensiblement la même différence de potentiel maximum, on en conclut que le nombre des oscillations sensibles du résonateur est d'autant plus grand que le métal du résonateur est moins

(1) Bjerknes, *Dämpfung schneller electrischer Schwingungen* (*Wied. Ann.*, t. XLIV, p. 74).

résistant et moins magnétique, et, par conséquent, que *chaque métal a un pouvoir propre d'amortir les oscillations électriques.*

M. Bjerknes remarque, en outre, que le maximum de l'impulsion électrométrique au résonateur en fer a lieu pour un excitateur de longueur d'onde un peu plus grande qu'au résonateur en cuivre.

Pour expliquer ce fait, on peut admettre que la période de vibration du résonateur en fer est plus grande que celle du résonateur en cuivre; on peut en rendre compte aussi en admettant que les périodes de vibration sont les mêmes, mais que l'amortissement du résonateur en fer est beaucoup plus grand que celui du résonateur en cuivre ([1]).

L'aimantation joue-t-elle un rôle important dans l'amortissement des oscillations électriques?

Si l'on porte en abscisses les résistances des divers résonateurs et en ordonnées les impulsions électrométriques maxima, les points relatifs aux métaux non magnétiques se placent sur une courbe continue; les points relatifs aux métaux magnétiques, nickel et fer, tombent en dehors de cette courbe avec des ordonnées beaucoup plus petites que celles qui correspondraient à leurs résistances. M. Bjerknes en conclut que *l'amortissement des oscillations croît avec la résistance et l'aimantation.* L'opinion de Hertz, que l'aimantation ne peut suivre les oscillations électriques très rapides, serait erronée.

M. Bjerknes finit par les considérations suivantes. L'énergie, primitivement sous la forme électrostatique, se transforme par l'étincelle de l'excitateur en chaleur et en énergie électromagnétique, qui se propage dans l'espace environnant sous la forme d'ondes électromagnétiques.

Le résonateur est mis en vibration par ces ondes électromagnétiques et perd l'énergie qu'il a reçue par l'émission d'ondes électromagnétiques et l'échauffement du conducteur.

L'auteur énonce les résultats généraux de la façon suivante :

Les métaux ont un pouvoir absorbant inégal pour l'énergie

([1]) BJERKNES, *loc. cit.*

des ondes électriques. La vitesse d'absorption croît avec la résistance et l'aimantation du métal. SWYNGEDAUW.

L. ZEHNDER. — Zur objectiven Darstellung der Hertz'schen Versuche über Strahlen elektrischer Kraft (Représentation objective des recherches de Hertz sur les rayons de force électrique); *Wied. Ann.*, t. XLVII, p. 77; 1892.

L'auteur se propose de rendre visibles les expériences de Hertz à tout un auditoire. Pour cela, il se sert des propriétés de l'étincelle qui éclate au résonateur pour illuminer un tube de Geissler.

Dans un premier essai, il se sert de la conductibilité de l'étincelle pour décharger une batterie de plusieurs centaines d'éléments Planté dans un tube de Geissler; la batterie et le tube sont placés dans un circuit dérivé, greffé sur les branches du résonateur rectiligne.

Dans une disposition plus heureuse, il utilise la propriété que possèdent les rayons ultra-violets tombant sur une cathode de diminuer la résistance au passage de la décharge et le potentiel explosif entre les deux électrodes. On place le micromètre à étincelles du résonateur à l'intérieur du tube de Geissler, au voisinage de la cathode, et l'on produit entre les deux électrodes du tube une différence de potentiel un peu plus petite que celle qui provoquerait la décharge.

Il produit cette différence de potentiel au moyen d'une batterie de plusieurs centaines d'éléments Planté; il se sert également de moyens plus pratiques : les effluves qui se produisent entre les fils qui joignent la bobine d'induction à l'excitateur et les conducteurs avoisinants.

Une précaution importante est à noter : l'illumination du tube n'a pas lieu sous l'influence des étincelles qui éclatent au micromètre du résonateur quand la distance explosive est très petite, mais sous l'influence de la décharge brillante qui suit la décharge par étincelles quand la distance explosive augmente.

SWYNGEDAUW.

Kr. BIRKELAND. — Elektrische Schwingungen in Drähten; directe Messung der fortschreitenden Welle (Vibrations électriques dans les fils; mesure directe de l'onde qui se propage); *Wied. Ann.*, t. XLVII, p. 583; 1892.

M. Birkeland se propose de déterminer les potentiels le long d'un conducteur métallique dans lequel on produit des ondes électriques stationnaires par les mesures de potentiels explosifs.

Appareil. — La disposition de l'appareil est analogue à celle de MM. Sarazin et de la Rive; en face des plaques de l'excitateur sont placées parallèlement deux autres plaques d'où partent deux fils parallèles et horizontaux de 30^{m} de long dont les extrémités opposées sont réunies ou non. Sur un système de deux rails en bois parallèles aux fils, glisse un chariot à roulettes.

Ce chariot porte : 1° un contact glissant, constamment en communication directe avec l'un des fils et l'une des plaques du collecteur; 2° un bon micromètre à étincelles dont l'une des boules communique avec le contact glissant par un fil métallique de 3^{cm} de long; l'autre boule est en communication avec le sol par l'intermédiaire d'un long fil conducteur et d'un téléphone dont nous indiquerons le rôle.

Si les boules du micromètre sont polies à l'émeri le plus fin et si l'on prend soin d'enlever les grains de poussière qui restent, au moyen d'un pinceau sec et très doux, les étincelles restent sensiblement constantes et correspondent à un potentiel explosif constant.

Recherches préliminaires. — 1° On met la bobine d'induction en activité, on éloigne les boules de l'excitateur et du micromètre secondaire de façon à supprimer les étincelles; on entend au téléphone un bruissement dû aux actions électrostatiques; on le fait disparaître presque complètement en faisant communiquer les fils principaux par un corps médiocrement conducteur, une mèche de coton trempée dans l'acide sulfurique dilué.

2° Les étincelles jaillissent à l'excitateur. S'il n'y a pas d'étincelles au micromètre, le téléphone rend un son presque imperceptible; si les étincelles éclatent, le son du téléphone augmente

brusquement d'intensité et prend un timbre particulier; si les boules du micromètre sont au contact, l'intensité du son augmente encore et le timbre change. L'observation du son du téléphone dispense ainsi de faire l'obscurité pour voir les étincelles.

En un point du fil la distance explosive maximum est indépendante de la longueur des fils qui mènent de l'une des boules du micromètre au contact glissant, et de l'autre au sol; l'influence du conducteur très résistant qui fait communiquer les deux fils principaux est également négligeable.

Si l'on donne au micromètre une distance explosive convenable et qu'on déplace le chariot qui le porte le long des conducteurs principaux, les étincelles paraissent et disparaissent périodiquement. Si l'on prend comme minima les milieux des segments où les étincelles disparaissent, on constate que ces minima ne sont pas équidistants; la distance de deux minima successifs croît avec la distance aux extrémités opposées à l'excitateur.

Mesures définitives. — L'auteur étudie la distribution des potentiels le long de l'un des fils : 1° quand les extrémités des deux fils sont séparées; 2° quand elles sont soudées l'une à l'autre; il mesure la distance explosive maximum de 30^{cm} en 30^{cm} sur une longueur de 14^{m} environ, comptée à partir des extrémités opposées à l'excitateur.

Résultats généraux. — Si l'on porte en abscisses les longueurs de fil en prenant pour origine l'extrémité libre des fils principaux ou leur point de soudure et en ordonnées les potentiels explosifs, on obtient une courbe formée de plusieurs arcs séparés par des segments rectilignes parallèles à l'axe des abscisses; ces arcs tournent tous leur concavité vers l'axe des abscisses; les ordonnées maxima des arcs décroissent quand la distance aux extrémités (libres ou soudées) croît; les segments rectilignes ont sensiblement la même ordonnée.

Théorie. — M. Birkeland fait les hypothèses suivantes dans le cas où les extrémités des fils sont séparées :

1° A l'extrémité libre le potentiel dû à l'onde directe émanée

du collecteur est donné par la relation

$$V'_0 = A_1 e^{-\alpha t} \sin at,$$

A_1, α, a étant trois constantes.

2° Le potentiel se propage dans le fil sans amortissement, de sorte qu'en un point du fil le potentiel dû à l'onde directe est

$$V' = A_1 e^{-\alpha t - \alpha_1 x} \sin(at + a_1 x),$$

α_2 et a_1 étant deux autres constantes liées à α et a par l'équation $\frac{\alpha}{\alpha_1} = \frac{a}{a_1} = v$, v désignant la vitesse de propagation ; x la distance du point considéré à l'extrémité libre ;

3° L'onde directe se réfléchit à l'extrémité du fil sans changement de phase, mais avec perte d'amplitude ; l'onde réfléchie se propage vers le collecteur.

Le potentiel dû à l'onde réfléchie est

$$V''_0 = A_2 e^{-\alpha t} \sin at,$$

à l'extrémité ;

$$V'' = A_2 e^{-\alpha t + \alpha_1 x} \sin(at - a_1 x),$$

en un point d'abscisse x.

Si les extrémités des fils sont soudées $A_2 = + A_1$.

Jusqu'au temps $t = \frac{x}{v}$ le potentiel en un point du fil est donné par la relation $V = V'$; après l'intant $t = \frac{x}{v}$ le potentiel est représenté par la somme

$$V = V' + V''.$$

Le maximum du potentiel V' est indépendant de x ; le maximum de $V' + V''$ varie avec x et présente une série de maxima et de minima.

Pour avoir la courbe théorique des potentiels maxima le long du fil, on trace la courbe des valeurs absolues des maxima de $(V' + V'')$, et la droite correspondant au maximum de V'. La courbe théorique se compose des arcs de la courbe $(V' + V''_{\text{maximum}})$ qui ont une ordonnée supérieure à l'ordonnée de la droite V'_{maximum}, ces arcs étant réunis par des segments de cette droite.

La courbe théorique a l'allure générale de la courbe expérimentale, mais elle s'en éloigne au voisinage de l'extrémité libre.

A quoi attribuer ces divergences? La méthode de mesure de la distance explosive permet bien de donner une quantité variant dans le même sens que les différences de potentiel que l'on a à mesurer, mais donne-t-elle bien une valeur correspondant à la différence de potentiel par rapport au sol? Les divergences pourraient s'attribuer aussi à la théorie; le phénomène n'est peut-être pas aussi simple que le suppose l'auteur.

En comparant l'expérience à la théorie, on trouve que $\frac{A_2}{A_1} = 0,65$. Ce rapport est indépendant de la forme de l'extrémité libre; il ne change pas sensiblement quand le fil se termine par une boule ou une pointe. M. Birkeland attribue la perte d'amplitude à l'extrémité au rayonnement électromagnétique. SWYNGEDAUW.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

Tomes CXVI et CXVII; 1893.

ABRAHAM. — Sur les dimensions de la température absolue, t. CXVI, p. 1123.

Dans toute électrolyse, le nombre des valences rompues est indépendant de l'électrolyte et proportionnel à la quantité d'électricité qui a passé. Si donc on prend un ion monovalent, le volume de la masse gazeuse mise en liberté sera indépendant de la nature chimique des corps employés et proportionnel à la quantité d'électricité mise en jeu. On peut dire qu'à toute quantité Q d'électricité correspond une certaine valeur $\frac{pv}{T}$ indépendamment de toute propriété spécifique des corps en expérience. Ces grandeurs sont donc réductibles entre elles et ont mêmes dimensions.

Donc

$$[Q] = \left[\frac{pv}{T}\right]$$

ou

$$[T] = \frac{[pv]}{[Q]}.$$

Or pv a les dimensions d'une énergie, donc $\frac{[pv]}{[Q]}$ est homogène à un potentiel électrique, c'est-à-dire que :

La température absolue a les dimensions d'un potentiel électrique. R. DONGIER.

BOUQUET DE LA GRYE. — Ondes marées et ondes atmosphériques provenant de l'action du Soleil et de la Lune, t. CXVII, p. 5.

L'auteur discute les nombreuses observations faites par la mission du cap Horn, dans la baie d'Orange : elles comportent les hauteurs du niveau de la mer, les valeurs de la pression barométrique et les vitesses ainsi que les directions du vent prises toutes les demi-heures. Elles ont duré du 1er novembre 1882 au 1er août 1883. Les conclusions de cette analyse confirment les faits signalés antérieurement par l'auteur, relatifs à l'influence lunisolaire sur l'atmosphère. Cette action est très apparente au cap Horn, parce que le milieu a une température uniforme sur tout le parallèle de 56°, à une même date de l'année, et que la variation de l'été à l'hiver est beaucoup moindre que dans nos climats. Elle influe aussi sur la mobilité de l'atmosphère : il serait nécessaire d'en tenir compte dans toute tentative de prévision météorologique. Les mouvements de la mer en hauteur subissent en réalité des perturbations produites par le vent ou causées par des surpressions barométriques, qui ne s'éliminent aucunement lorsqu'on se borne à opérer en faisant des moyennes. R. D.

D'ABBADIE. — Étoiles filantes; fluctuation de la latitude, t. CXVI, p. 1021.

L'auteur donne communication à l'Académie de deux lettres de M. Davidson, qui annonce l'envoi dans l'Alaska, le long de l'archipel d'Alexander, de plusieurs escouades d'astronomes, de géodésiens et de topographes, afin de mesurer exactement la longitude et la latitude par triangulation. M. Davidson a aussi observé l'essaim d'étoiles filantes du 23 novembre 1892. Il a constaté dans le voisinage du zénith le lieu du radiant, dans la constellation d'Andromède, ainsi que son changement, quand le phénomène était presque épuisé. R. D.

MASCART. — Sur les variations diurnes de la gravité, t. CXVI, p. 163.

Un tube barométrique qui contient $4^{m},50$ de mercure fait équilibre à la pression d'une masse d'hydrogène contenue dans un réservoir latéral. Le tout est enterré dans le sol. La position du niveau du mercure est enregistrée photographiquement. Les variations journalières sont dues à des variations de température. Cependant des variations brusques, non explicables par les variations de température et les variations dues au flux et au reflux, ont été constatées. M. Mascart se propose d'établir un appareil avec plus de soin, car les observations de cette nature présentent un intérêt particulier dans les régions volcaniques, si les changements sont dus aux déplacements de masses intérieures. R. D.

D'ABBADIE. — Sur les variations dans l'intensité de la gravité terrestre, t. CXVI, p. 218.

L'auteur rappelle ses recherches et dit avoir reconnu les irrégularités signalées plus haut par M. Mascart. R. D.

BOUQUET DE LA GRYE. — Description d'un instrument pouvant rendre apparente les petites variations de l'intensité de la pesanteur, t. CXVI, p. 341.

L'auteur fait la description du bothrimètre multiplicateur, dont le premier modèle a été installé, il y a quatre ans, dans une cave du dépôt de la Marine. Il se compose d'un récipient contenant de l'hydrogène ou de l'azote au-dessus du bain de mercure. Deux tubes communiquent avec le mercure : l'un qui s'élève et reste vertical avec un robinet situé dans le voisinage immédiat de la sortie; l'autre qui s'élève, mais se recourbe pour devenir horizontal, avec un robinet à son extrémité. L'appareil est rempli de manière que les variations de la gravité soient constatées par le déplacement du mercure le long de la partie horizontale du tube. La théorie de cet instrument montre que, en dehors des effets de capillarité, la sensibilité peut être rendue aussi grande que l'on voudra. La condition qui s'impose est de disposer l'instrument dans une situation telle que la température puisse rester presque invariable. R. D.

F. TISSERAND. — Rapport sur un Mémoire de M. Defforges ayant pour titre : *Sur la distribution de l'intensité de la pesanteur à la surface du globe,* t. CXVII, p. 367.

Ce rapport signale à l'attention de M. le Ministre de la Guerre le Mémoire de M. Defforges qui donne : 1° la mesure de l'intensité absolue de la pesanteur dans un petit nombre de stations fondamentales : cette méthode a déjà été couronnée ; 2° la mesure de l'intensité relative (par rapport aux stations fondamentales) dans de nombreuses stations secondaires ; elle est obtenue avec le pendule *réversible inversable,* oscillant dans le vide ; cet instrument fournit l'approximation de $\frac{1}{100000}$ avec la plus grande facilité ; c'est réellement l'appareil pratique pour les stations lointaines. Les conclusions importantes tirées des mesures faites dans trente-cinq stations montrent que la pesanteur observée est plus grande que la pesanteur calculée, réduite au niveau de la mer, sur les bords de la Méditerranée et dans l'île de Corse ; qu'elle est normale dans les régions de faible relief, tandis que, sur les régions élevées, elle est naturellement inférieure à la pesanteur calculée, et d'autant plus que la station est plus élevée et plus éloignée de la mer.

R. D.

RATEAU. — Hypothèse des cloches sous-marines, t. CXVII, p. 37c.

L'hypothèse généralement admise que la Terre est formée d'un globe igné, fluide à la partie périphérique, enveloppé d'une croûte solide, sorte de peau relativement mince, sur les trois quarts de laquelle s'étendent les mers, doit être complétée par l'assimilation des continents à des sortes de cloches, très aplaties, gonflées et soutenues par des gaz, tandis que le fond des océans reposerait directement sur le globe igné.

L'auteur cite à l'appui quelques arguments : les saillies continentales continuent à s'exhausser, par les gaz qui s'y accumulent, pendant que le fond des mers s'abaisse. Ainsi s'explique aussi le recul progressif des rivages. Les observations de M. Defforges font ressortir des anomalies régulièrement liées à la distribution relative des terres et des mers : augmentation de la pesanteur près des rivages, d'autant plus grande que la pente est plus forte,

déficit à l'intérieur des terres. La ligne côtière des volcans a successivement reculé en suivant les rivages ; d'ailleurs, ces derniers, à l'intérieur des continents, ne rejettent que des gaz et pas de laves. Le magnétisme terrestre subit de brusques variations au passage de cette ligne, qui limite les endroits où la surface est séparée du noyau liquide ferrugineux par des matières gazeuses. Les époques glaciaires s'expliqueraient aussi avec cette hypothèse.

R. D.

VILLARD. — Sur un nouveau modèle de manomètre, t. CXVI, p. 1124.

Ce manomètre présente l'avantage d'être sensible aux fortes pressions. Il est formé d'un tube en U de 1^m environ de longueur : les deux branches ont sensiblement la même capacité ; le tube ouvert est cylindrique, le tube fermé est renflé cylindriquement à la partie inférieure et est prolongé par un tube étroit cylindrique, de capacité beaucoup plus faible. Le mercure se déplace dans la branche large aux faibles pressions et atteint la branche étroite aux fortes pressions. Ainsi à 20^{atm}, le niveau du mercure est à la même hauteur dans les deux branches, celui de la branche fermée étant à la base du tube étroit. La sensibilité de l'appareil est manifeste, puisque le volume sera réduit de moitié pour une pression de 40^{atm}. La graduation peut être faite soit par comparaison, en utilisant les résultats de M. Amagat, soit enfin à l'aide d'un procédé particulier que l'auteur se réserve de publier plus tard.

R. D.

VILLARD. — Sur un appareil manométrique d'une grande sensibilité, t. CXVI, p. 1187.

Cet appareil permet de maintenir constante la pression à mesurer, et donne le $\frac{1}{500}$ d'atmosphère à 50^{atm}. Il est constitué par un tube en U de faible diamètre (2^{mm} environ) aux extrémités duquel sont soudés, d'un côté, un réservoir cylindrique large et fermé, de l'autre un réservoir large aussi, auquel est fixé un tube destiné à être mis en communication avec l'enceinte à étudier. On remplit l'appareil de tout juste assez de mercure que peut en contenir la partie étroite de l'une des branches. Le remplissage est automa-

tique. Il suffit de mettre le tube de communication en rapport avec un récipient de gaz comprimé; le mercure est refoulé dans le réservoir, dont il n'occupe qu'une faible partie, le gaz pénètre dans celui-ci. Une légère détente permet au mercure de redescendre dans le tube étroit. On peut se rendre compte qu'ainsi une légère variation de pression est marquée par une grande variation dans la position des niveaux du mercure dans les portions étroites du tube. R. D.

VAN DER MENSBRUGGHE. — Sur la pression hydrostatique négative, la tension superficielle et l'évaporation des liquides, t. CXVII, p. 359.

L'auteur refait la théorie des phénomènes capillaires, en admettant que les liquides sont parfaitement élastiques, un peu compressibles, et par suite discontinus. Ces hypothèses, plus en accord avec la vérité que celles de Gauss, Laplace et Poisson, le conduisent à des conséquences conformes aux faits observés.

R. D.

E. GOSSART. — Recherche des alcools supérieurs et autres impuretés dans l'alcool vinique, t. CXVI, p. 797.

L'ensemble des faits qui rattachent les phénomènes capillaires aux phénomènes de caléfaction fournissent une méthode d'analyse pour tous les mélanges liquides, et en particulier pour les alcools.

Un principe unique peut être énoncé : « Deux mélanges liquides, semblables qualitativement mais différents quantitativement, roulent l'un sur l'autre quand ils se rapprochent de l'identité de composition, mais font le plongeon l'un dans l'autre quand ils s'éloignent suffisamment de cette identité, et la ligne de démarcation précise (marquée d'ailleurs par un phénomène limite, l'alternance des plongeons et des roulements) se prête à l'analyse de l'un des liquides par l'autre. »

Chacune des impuretés du liquide à étudier se dose comme si elle était seule, avec un mélange du liquide principal et de l'impureté qu'on a en vue.

L'étude du degré alcoométrique d'une liqueur présente la sensibilité la plus avantageuse lorsque le matelas de vapeur qui fait

rouler la goutte est voisin de sa limite de stabilité; cela a lieu lorsque les alcools que l'on compare sont au voisinage de 25 pour 100 de concentration.

L'étude des impuretés est aussi sensible au titre de 25°. On peut apprécier rapidement les fractions de millième pour chaque alcool supérieur. R. D.

LÉZÉ. — Étude de la filtration des liquides, t. CXVI, p. 1440.

Un vase poreux, qui tourne avec une grande vitesse, laisse passer plus vite l'eau chargée de sels que chargée d'alcool. La vitesse de passage n'est pas proportionnelle à la vitesse de rotation. Si l'on augmente la vitesse, à partir d'une rotation donnant sur les parois une pression de 8^{atm} à 10^{atm}, les coefficients de passage du chlorure de potassium et du sulfate de soude vont en croissant, ceux des chlorure de sodium et sulfate d'ammoniaque diminuent.

En renversant l'expérience et mettant les liquides à examiner entre l'éprouvette de verre et les parois externes du vase poreux, le liquide pénètre dans le vase poreux et se filtre en abandonnant, dans la position annulaire, les particules solides qui vont se rassembler au fond de l'éprouvette. R. D.

J. COLIN. — Sur la rigidité des liquides, t. CXVI, p. 1251.

Certains liquides, les huiles, les colloïdes deviennent biréfringents quand on les déforme rapidement. Maxwell attribue cette propriété à la rigidité des liquides et donne la formule $E = E_0 e^{-\frac{t}{T}}$, où E représente le coefficient de rigidité du liquide et T le temps au bout duquel E tombe à la fraction $\frac{1}{e}$ de sa valeur initiale. M. Schwedoff avait vérifié ces conséquences, sauf que pour $t = \infty$ E ne devenait pas nul. M. Colin a repris les expériences de Schwedoff en immergeant un cylindre métallique gradué sur son pourtour et supporté par un fil de torsion, les divisions étant observées avec un microscope : la rotation était ainsi mesurée à deux minutes près. Les expériences faites avec la solution de gélatine de M. Schwedoff (5^{gr} pour 1^{lit} d'eau) donnaient des résultats variables avec la durée du repos de la solution. La liqueur, légère-

ment acidulée par l'acide sulfurique, ne donnait aucune torsion, le cylindre tournant chaque fois du même angle que le fil de torsion. Or ces liqueurs présentent le phénomène de la double réfraction par déformation; il n'y a donc pas lieu d'en essayer une explication par la déformation active. R. D.

MARCEL BRILLOUIN. — Vibrations propres d'un milieu indéfiniment étendu extérieurement à un corps solide, t. CXVII, p. 94.

De même qu'un corps élastique limité en tous sens, un milieu indéfiniment étendu extérieurement à un corps de forme déterminée possède une infinité de périodes vibratoires distinctes, correspondant chacune à un mode de déformation particulier, caractéristiques de la forme de la surface limite quand le corps est homogène et des conditions à la surface (immobilité, constance de la pression, etc.). Un corps, partant du repos, qu'on déforme, puis qu'on immobilise, ne provoque dans le milieu qui l'entoure que des ondes émises et pas d'onde propagée vers le corps; chacune des ondes émises par ce mouvement possède sa période propre et son coefficient d'amortissement; cela résulte de l'absence de mouvement se propageant vers le corps et des conditions à la surface. L'auteur donne la solution générale pour une onde périodique amortie émise par une sphère. Il y a tout lieu de croire que les raies d'émission des vapeurs métalliques correspondent pour la plupart aux vibrations propres de l'éther extérieur à l'édifice moléculaire. L'auteur se propose de mettre ce point en évidence dans une publication ultérieure. R. D.

BOUSSINESQ. — Théorie de l'écoulement sur les déversoirs sans contraction latérale en tenant compte des variations qu'éprouve suivant le niveau d'aval la contraction inférieure de la nappe déversante, t. CXVI, p. 1327.

Vérifications expérimentales de la théorie des déversoirs sans contraction latérale à nappe libre en dessous, p. 1415.

Calcul théorique de la contraction inférieure dans les déversoirs en mince paroi à nappe libre en dessous, quand cette contraction atteint ses plus grandes valeurs et vérifications expérimentales, p. 1487.

L'auteur complète l'étude qu'il a faite sur cette question en 1887 (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*,

t. CV, p. 17, 585 et 697). Dans ce premier travail, il avait effectué les calculs en supposant que la contraction c, au-dessous de la nappe déversante, demeurait constante. Mais cette contraction peut varier avec le rapport $K = \frac{h}{h'}$ des deux hauteurs d'amont et d'aval. M. Boussinesq démontre que c est fonction de K seulement. Dans le cas d'un déversoir faisant un angle β avec la verticale, en négligeant les termes de l'ordre de β^2, c^2, βc, on trouve que le débit est indépendant de la dérivée c' de la contraction par rapport à K.

Les nombres calculés pour la contraction et le débit concordent d'une manière satisfaisante avec les résultats trouvés expérimentalement par M. Bazin (*Annales des Ponts et Chaussées*, 1888). Dans le cas des déversoirs analogues à l'ajutage rentrant de Borda, l'accord entre le calcul et l'expérience est encore satisfaisant, malgré la grandeur de la contraction c qui atteint alors $\frac{1}{5}$, si l'on a égard aux fluctuations incessantes de l'écoulement et à la difficulté des mesures. LAMOTTE.

BOUSSINESQ. — **Sur les déformations successives de la tête d'une onde aérienne isolée, durant la propagation de cette onde le long d'un tuyau de conduite sans eau, de longueur indéfinie**, t. CXVII, p. 12.

Comme suite aux calculs exposés dans une précédente Note (*Comptes rendus*, t. CXII, p. 1337), M. Boussinesq détermine le coefficient actuel, l'extinction de l'énergie contenue dans la tête de l'onde (partie comprise entre le point où la condensation est maxima et le point où elle est nulle, du côté où se propage l'onde). L'énergie décroît notablement plus vite dans la tête de l'onde que dans l'onde entière, moins vite cependant que le carré de la condensation maxima γ. La tête de l'onde s'allonge sans cesse, beaucoup moins cependant que la queue : c'est ce que montrent les courbes de pression observées par MM. Violle et Vauthier. La vitesse de propagation décroît sans cesse, comme l'avait observé Regnault. L.

BOUSSINESQ. — Sur une simplification qu'on introduit dans certaines formules de résistance vive des solides, en y faisant figurer la plus grande dilatation linéaire Δ que comporte leur matière, à la place de la force élastique correspondante R_0, t. CXVI, p. 1416.

Lorsqu'on étudie les vibrations ou les secousses imprimées à un corps solide, les équations du problème conduisent en général à une simple proportionnalité entre la plus grande énergie actuelle et la plus grande énergie potentielle, communiquée par unité de volume à l'élément le plus ébranlé du corps. Soit ρ la densité du corps, E son coefficient d'élasticité, V la vitesse maxima imprimée et ∂ la plus grande dilatation produite; ces deux quantités d'énergie sont proportionnelles à ρV^2 et $E\partial^2$. La constance de leur rapport s'exprimera donc par une équation de la forme

$$\rho V^2 = K^2 E \partial^2,$$

K étant un nombre positif qui dépend de la figure, du mode de mouvement qu'on lui communique, du rapport de sa masse à la masse étrangère qui lui est unie, du rapport $\frac{\lambda}{\mu}$ de ses coefficients d'élasticité, mais qui ne dépend pas des autres propriétés physiques. Si $\omega = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ est la vitesse de propagation du son le long d'une barre de même matière que ce corps élastique, la vitesse maxima qu'on pourra communiquer sans danger à l'élément le plus ébranlé sera

$$V = K\omega\Delta.$$

Les propriétés physiques du solide ne figurent dans cette formule que par la vitesse ω du son et la dilatation maxima Δ. Cette formule remplace la suivante :

$$V = KR_0\sqrt{\frac{g}{\pi E}},$$

R_0 étant l'effort maximum, π le poids spécifique du solide où $\pi = \rho g$.

De même, on trouve pour la vitesse maxima que peut acquérir un volant, sans que la force centrifuge compromette sa solidité,

$$V = \omega\sqrt{\Delta},$$

Δ étant la limite d'élasticité de la matière du volant, ω la vitesse du son dans cette matière. L.

BERSON et JUPPONT. — Actions mutuelles des corps vibrants dans les milieux fluides, t. CXVII, p. 724.

MM. Bjerknes et Stroh ont expérimenté, dans le but de vérifier les actions mutuelles apparentes de deux corps vibrants dans un fluide incompressible, mais ils n'ont fait que des vérifications qualitatives. Les auteurs se proposent de mesurer les attractions et les répulsions apparentes qui se manifestent entre deux corps vibrants dont la forme est symétrique par rapport à une droite qui les joint. Ils utilisent deux disques verticaux de même axe. L'un, en acier, est entretenu électriquement dans l'état vibratoire; l'autre, en mica, est à l'extrémité d'une balance de torsion. On peut mesurer les attractions allant depuis une demi-dyne jusqu'à 600 dynes.

On se propose de déterminer dans la suite l'influence du milieu et de l'amplitude vibratoire, ainsi que la loi des distances dans le cas de petites sphères pulsantes. R. D.

H. BAZIN. — Expériences sur les déversoirs noyés, t. CXVI, p. 309.

L'auteur se propose de faire connaître les modifications successives que subit l'écoulement sur un déversoir en mince paroi, quand on exhausse progressivement le niveau de l'eau en aval. Le cas où le ressaut n'est pas en contact avec la nappe a été traité (*Comptes rendus*, t. CXIII, p. 122); celui où le ressaut est en contact avec la nappe fait l'objet de la présente Note. L'influence de ce recul est d'augmenter la charge h de l'écoulement sur le réservoir, et par suite de faire diminuer le coefficient m de la formule classique $\varphi = mlh\sqrt{2gh}$. On arrive au calcul des relations entre m, la charge h et la hauteur μ du déversoir. R. D.

BAUDIN. — Sur la diminution du coefficient de dilatation du verre, t. CXVI, p. 971.

M. Crafts a montré qu'au relèvement du 0°, produit par le

recuit du verre, correspond une augmentation de l'intervalle fondamental, dû à une diminution du coefficient de dilatation de l'enveloppe. Il y a à signaler une cause d'erreur dans la détermination de la valeur moyenne dont s'élève le degré; M. Crafts négligeait la variation de la tige des thermomètres. M. Baudin s'est proposé de reprendre cette étude en tenant compte des remarques de M. Guillaume (*Traité pratique de Thermométrie de précision*, p. 134 et 167). Il opère avec un thermomètre en verre vert Guilbert Martin, de 85^{cm} de longueur et gradué entre $-25°$ et $+500°$, la longueur de $1°$ correspondant à $1^{mm},48$. Pendant le recuit, le réservoir et la partie inférieure de la tige étaient chauffés uniformément à la température du soufre en ébullition (445°), mais la partie supérieure du tube thermométrique émergeait de l'appareil et restait à peu près à la température de l'atmosphère. De cette façon, dans les parties 400°-500°, une bulle de mercure pouvait servir à jauger les portions chauffées de la capacité. Ainsi conduite, l'expérience donne les résultats suivants : 1° Si l'on considère un thermomètre chauffé uniformément dans toutes ses parties, la capacité de la tige diminue dans la même proportion que le volume du réservoir; 2° à la diminution de capacité du canal thermométrique correspond un raccourcissement proportionnel dans la longueur de la tige; 3° en adoptant, d'après M. Benoît, 0,000021552 pour coefficient de dilatation cubique du verre vert, il devient environ 0,00002096 après un recuit ayant monté le zéro de 26°,2. R. D.

A. LEDUC. — Nouveau système de poids atomiques fondés sur la détermination directe des poids moléculaires.

Sur les densités et les volumes moléculaires du chlore et de l'acide chlorhydrique, t. CXVI, p. 383 et 968.

La composition du chlorate de potasse, bien qu'établie par des chimistes éminents, présente quelque incertitude. Elle est fondamentale et conduit par suite pour certains gaz, qui se rapprochent par leurs propriétés physiques, à des volumes moléculaires notablement différents. L'auteur se propose de reprendre l'étude des volumes moléculaires par la détermination des densités avec la précision de $\frac{1}{1000}$, afin de justifier autant que possible la conception

d'Avogadro et d'Ampère. La densité du Cl a été déterminée de nouveau et trouvée égale à 2,4865 au lieu de 2,44 (nombre adopté jusqu'à aujourd'hui); celle de l'acide chlorhydrique est : 1,2696 au lieu de 1,278 ou 1,247. D'où on conclut 0,9923 pour le volume moléculaire de l'acide chlorhydrique, rapporté à celui de l'oxygène. L'auteur se propose de reprendre l'étude du gaz ammoniac, du protoxyde d'azote, de l'anhydride sulfureux et du cyanogène. R. D.

LEDUC. — Sur la densité de quelques gaz et la composition de l'eau, t. CXVI, p. 1248.

L'auteur discute les résultats des expériences de Regnault, Jolly, lord Rayleigh et de Scott, et les siennes. Il conclut que les densités des gaz suivants sont : pour l'azote, 0,97203; pour l'oxygène, 1,1050; pour l'hydrogène, 0,06947; en adoptant pour le rapport des densités de O et de H, le quotient 15,90 que M. Leduc croit approché à une demi-unité près du dernier chiffre. R. D.

LEDUC. — Densité de l'anhydride sulfureux, sa compressibilité et sa dilatation au voisinage des conditions normales, t. CXVII, p. 219.

Les prévisions de M. Leduc sur la densité de l'acide sulfureux qui paraissait devoir être notablement supérieure à 2,234, sont confirmées par l'expérience : le nombre 2,2639 paraît exact à $\frac{1}{10000}$ près environ. Le gaz est préparé par l'action de l'acide sulfurique pur sur du mercure purifié. Pour ramener les nombres des expériences à la pression normale, l'auteur considère l'expression

$$E = \frac{pP_0}{Pp_0} - 1,$$

p et p_0 étant les poids contenus dans le ballon aux pressions, P et P_0 qui peut être mis sous la forme

$$E = A(P - P_0),$$

les autres termes étant négligeables.

Le poids p de gaz que contient le ballon, à la pression 760 et

à 0°, est donné par

$$p' = p\frac{760}{H}[1 + (760 - H)323.10^{-7}].$$

La dilatation de l'acide sulfureux a été aussi étudiée : le coefficient vrai à 0° d'augmentation de pression est $\beta_0 = 0,003883$.

Le coefficient de dilatation entre 0° et 22°, sous la pression de 334^mm^ de mercure, est $\alpha = 0,003787$. R. D.

M. MESLANS. — Sur une méthode de détermination de la densité des gaz, applicable à l'industrie, t. CXVII, p. 586.

La détermination rapide de la densité d'un gaz donne une indication sûre de la composition quantitative d'un mélange connu qualitativement. Cette méthode consiste à équilibrer deux ballons identiques plongés dans l'air, puis à rétablir l'équilibre, l'un d'entre eux étant plongé dans le gaz. La perte de poids P est donnée par la formule

$$P = \frac{0,001293\,v\,H}{76(1 + \alpha t)}(d - 1).$$

D'où

$$d = 1 + P\frac{76}{0,001293\,v}\,\frac{1 - \alpha t}{H} = 1 + PK\frac{1 - \alpha t}{H}.$$

Pour un même appareil K reste constant et une table à double entrée en t et H peut donner les valeurs de $K\frac{1 + \alpha t}{H}$. La sensibilité de la méthode sera en rapport avec la sensibilité de la balance. Les ballons sont situés dans deux enceintes à température constante. Dans l'une d'elles on peut faire circuler le courant gazeux refroidi et étudier ainsi la variation de sa composition par la variation de l'inclinaison du fléau de balance. R. D.

H. LE CHATELIER. — Remarques sur la chaleur spécifique du carbone, t. CXVI, p. 1051.

Les chaleurs spécifiques du carbone et du bore ne peuvent être mises d'accord avec la loi de Dulong et Petit. M. Monckmann avait signalé comme conséquence des expériences de Weber une variation brusque dans la loi de variation des propriétés spécifiques

du carbone à 250°. Au-dessus de cette température la chaleur spécifique subit un accroissement continu.

Cette variation brusque, qui est marquée aussi par la conductibilité électrique, la dilatation et le pouvoir thermo-électrique, est aussi la conséquence des expériences de MM. Euchène et Biju-Duval, de la Compagnie parisienne du gaz. La chaleur spécifique atomique du carbone serait représentée par les formules

$$\text{De } 250° \text{ à } 1{,}000°, \quad C = 3{,}54 + 0{,}00246\,t,$$
$$\text{De } 0° \text{ à } 250°, \quad C = 1{,}92 - 0{,}0077\,t.$$

ANTOINE. — Sur la tension de la vapeur d'eau saturée, t. CXVI, p. 870.

A la relation de Roche $p = A\alpha^{\frac{1}{1+mt}}$ qui donne la tension de la vapeur d'eau à $t°$, l'auteur a déjà proposé de substituer la relation

$$\log p = A - \frac{B}{t+c},$$

qu'il met sous la forme

$$t + 260 = \frac{1956}{5{,}4310 - \log p}.$$

Cette relation concorde avec les expériences de Regnault, de MM. Cailletet et Colardeau, moins bien cependant que la relation

$$t + 225 = \frac{1638 - 0{,}005 p^2}{5{,}042 - \log p}$$

pour les faibles tensions, mais elle a l'avantage d'être plus conforme à la loi générale

$$\frac{p}{\left(\frac{d\mu}{d\theta}\right)} = M\theta^2,$$

dans laquelle les températures θ sont comptées à partir d'un zéro absolu spécial à chaque vapeur. R. D.

E. SOREL. — Sur la distillation des mélanges d'eau et d'alcool, t. CXVI, p. 693.

Gröning a construit des tables qui permettent de déduire de la composition d'un mélange d'eau et d'alcool la composition des

vapeurs qui s'en dégagent à l'ébullition. Mais ces tables ne sont pas tout à fait d'accord avec d'autres données sur ce sujet. M. Sorel explique cette différence par l'influence du rayonnement des parois. La composition du liquide qui ruisselle le long des parois est différente de celle de la vapeur produite. L'auteur l'a vérifié en analysant le liquide recueilli dans une gouttière fixée à l'intérieur de la paroi. On évite l'influence du rayonnement en plongeant complètement la cornue dans un bain d'eau salée ou de glycérine.

Si V est le volume du liquide restant au moment considéré, U le titre dans le liquide distillé, a le titre dans le liquide restant, en écrivant que la masse totale d'alcool pur reste la même dans une transformation infiniment petite, on déduit la relation

$$Va = (V - dV)(a - da) + U\,dV.$$

D'où

$$U = a + V\frac{da}{dV}.$$

Le calcul de $\frac{da}{dV}$ s'effectue en construisant la courbe des a et V et cela en recueillant successivement des lots de 200^{cc} de liquide distillé, le volume total étant le mélange de deux litres d'eau et d'alcool. Entre 25° et 65° la valeur de V est donnée par la formule

$$V = a \times 0,2975 + 59,86.$$

R. D.

H. PARENTY. — Sur la vérification du compteur de vapeur et son application à la mesure de la sursaturation et de la surchauffe, t. CXVI, p. 867.

L'auteur a décrit, dans une Note du 5 avril 1886, un modèle de compteur à vapeur. Il donne les résultats relatifs aux vérifications expérimentales auxquelles il s'est livré. Si h est la perte de charge de la vapeur en franchissant le premier orifice convergent du rhéostat biconique, on a

$$\pi_0 = 3,600\, m\,\omega\sqrt{2gh\varpi_0} = 1,591\sqrt{h\varpi_0},$$

$\sqrt{h\varpi_0}$ étant mesuré par les écarts d'un troisième levier, assujetti au point de croisement de deux leviers qui meuvent h et ϖ_0, qui actionne l'enregistreur et le totalisateur.

Seuls, les coefficients de la formule théorique initiale doivent être modifiés. Si la vapeur est humide ou surchauffée, le facteur de ϖ_0 subit une modification. L'indication du compteur est inférieure ou supérieure au débit expérimental. Mais la connaissance de cette différence définit fort exactement la qualité de la vapeur employée. Si l'on admet que, dans la vapeur humide, l'eau se répartit dans la masse entière sous forme de brouillard et que la densité suit la loi de Gay-Lussac, le poids de 1^{mc} d'une vapeur contenant une masse x d'eau, est

$$\pi'_0 = \frac{\varpi}{1 - x + \varpi_0(1 + \beta t_0)x} = \frac{\varpi_0}{1 - x} + \varepsilon \qquad (\varepsilon \text{ négligeable});$$

si elle est surchauffée à t_1^0, on a

$$\varpi''_0 = \varpi_0 \frac{1 + at_1}{1 + at_0}.$$

Si π_0, π'_0, π''_0 sont les débits calculés et expérimentaux, on a

$$\left(\frac{\pi_0}{\pi'_0}\right)^2 = 1 - x > 0 \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{\pi_0}{\pi''_0}\right)^2 = \frac{1 + at_1}{1 + at} > 0.$$

D'où x ou t_1 suivant le cas. Le compteur piézométrique peut donc permettre la recherche des quantités d'une vapeur industrielle. R. D.

H. PARENTY. — Sur la loi générale et les formules de l'écoulement de la vapeur d'eau saturée, t. CXVI, p. 1120.

L'auteur applique le compteur de vapeur à la détermination des lois encore inconnues de l'écoulement de la vapeur d'eau à travers les orifices. Il vérifie un certain nombre de conclusions théoriques qu'il avait énoncées dans de précédentes Notes. R. D.

A. WITZ. — Du rôle des chemises de vapeur dans les machines à expansion multiple, t. CXVI, p. 370.

L'auteur s'est proposé l'étude expérimentale du rendement d'une machine compound, dans les différents cas où le petit cylindre, le grand cylindre et le receiver sont ou non entourés d'une chemise de vapeur. Ses conclusions sont les suivantes :

Il y a un léger avantage lorsque tous les cylindres possèdent des chemises à vapeur sur le cas où aucune enveloppe n'est chauffée. L'avantage est plus considérable lorsque la chemise du receiver est supprimée, les autres cylindres étant réchauffés par une circulation de vapeur. R. D.

HERVIER. — Sur les indications du niveau de l'eau dans les chaudières à vapeur par le tube en verre, et leur influence sur les explosions, t. CXVI, p. 688.

On a constaté, dans beaucoup de circonstances, que le tube de verre du niveau d'eau avait induit en erreur le chauffeur. On a attribué ces indications erronées aux dispositions défectueuses des tuyaux, aux ébullitions tumultueuses, à la présence dans le tube de bulles de vapeur ou de matières émulsionnantes, enfin à l'obstruction des tuyaux par les matières étrangères. Mais la cause d'erreur la plus grave, qui n'a pas été signalée jusqu'ici, provient de la perte de charge due à la condensation de la vapeur dans le tube et dans le tuyau d'amenée de cette vapeur : la vapeur contenue dans le tube et dans le tuyau supérieur de communication, en contact avec l'air ambiant, se condense continuellement et crée une perte de charge qui se traduit par une colonne d'eau qui dénature le niveau vrai. R. D.

E.-H. AMAGAT. — Sur la cristallisation de l'eau par décompression au-dessous de 0°, t. CXVII, p. 507.

Ces expériences ont été faites avec l'appareil à regards décrit aux *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* du 18 juillet 1887. L'eau enfermée dans un cylindre d'acier est d'abord solidifiée et maintenue à une température constante, inférieure à 0°. Elle est ensuite comprimée; la glace fond à des températures qui sont conformes à la théorie et aux expériences de Sir W. Thomson. Si on laisse revenir le liquide à la pression ordinaire, il peut y avoir des retards notables de solidification lorsque par compression on a fait disparaître toute la glace ou les cristaux déjà obtenus; mais si, au moment de la décompression, il reste encore quelques fragments solides, la solidification n'éprouve aucun retard. M. Amagat étudie les formes des différents

cristaux obtenus. Il émet ensuite le vœu que l'étude du point de fusion de la glace soit poussé au delà de 1000^{atm}; peut-être, sous des pressions suffisantes, la densité de la glace deviendrait supérieure à celle de l'eau. On peut se demander si, dans ce cas, il n'existerait pas une sorte de point d'inversion à partir duquel le changement d'état par compression n'aurait pas lieu dans le même sens que pour les autres liquides. On peut également se demander si, pour certains liquides, un point d'inversion analogue et de sens contraire ne pourrait pas exister. R. D.

TH. SCHLŒSING FILS. — Sur les propriétés hygroscopiques de plusieurs matières textiles, t. CXVI, p. 808.

Les matières textiles ayant des propriétés hygroscopiques marquées, il était intéressant de rechercher, pour différentes températures, la relation existant entre l'humidité du corps et la fraction de saturation de l'air, au moment où l'équilibre d'humidité entre la substance examinée et l'air ambiant est atteint. On a réalisé deux méthodes : 1° amener l'air à son taux d'humidité d'équilibre en le faisant passer à travers un poids considérable de la substance, dont l'humidité ne varie pas sensiblement; 2° amener la substance à son humidité d'équilibre en en plaçant un faible poids en présence d'air ayant une fraction de saturation connue. Les courbes isothermes obtenues en portant en ordonnées la fraction de saturation de l'air ambiant et en abscisses l'humidité pour 100 de matière sèche, ont à peu près la même allure, concavité d'abord vers le haut, puis point d'inflexion et ensuite concavité vers le bas. La température exerce une certaine influence sur l'humidité que prennent les matières textiles en présence d'atmosphères de même fraction de saturation; quand elle augmente, la fraction de saturation restant constante, l'humidité des matières décroît. Mais la décroissance est relativement peu prononcée. Ce dernier fait, digne d'attention, doit correspondre à une propriété générale des substances hygroscopiques. R. D.

LADISLAS NATANSON. — Sur l'interprétation cinétique de la fonction de dissipation, t. CXVII, p. 539.

L'auteur, reprenant les hypothèses et équations de Maxwell

convenablement corrigées, arrive à la fonction F à laquelle lord Rayleigh assigne le nom de *fonction de dissipation*. Il montre ainsi l'exemple d'un système purement dynamique qui réalise en plein le phénomène de la *dissipation de l'énergie,* reconnu universel par la science de la Thermodynamique. R. D.

H. POINCARÉ. — Sur une objection à la théorie cinétique des gaz, t. CXVI, p. 1017.

Maxwell (*Œuvres complètes,* Cambridge University Press, t. II, p. 56; 1890) donne la formule de la détente adiabatique des gaz :

$$\frac{dp}{p} = \frac{2+3\beta}{3\beta}\frac{d\rho}{\rho} \quad \text{(p. 65)},$$

p étant la pression, ρ la densité. Cette formule, conforme aux données expérimentales, est le résultat d'un calcul incorrect. L'auteur est conduit à la formule, déduite d'un calcul exact,

$$\frac{dp}{p} = \frac{5}{3}\frac{d\rho}{\rho}$$

qui n'est pas vérifiée par l'expérience.

M. Poincaré signale une autre erreur qui se trouve dans le même Mémoire de Maxwell. Une faute de calcul conduit ce dernier à la relation

$$K = \frac{3}{2\gamma}\nu$$

entre le coefficient de conductibilité K, le coefficient de viscosité ν et le rapport des chaleurs spécifiques γ.

On doit trouver

$$K = \frac{5}{2\gamma}\nu.$$

L'expérience a donné pour la conductibilité de l'air 56.10^{-6}; le calcul erroné avait donné 54.10^{-6}; le calcul rectifié donnerait 81.10^{-6}. R. D.

H. POINCARÉ. — Sur la théorie cinétique des gaz, t. CXVI, p. 1165.

L'auteur indique les modifications à apporter au raisonnement de Maxwell, sur la détente adiabatique, pour le rendre correct.

R. D.

G. MESLIN. — Sur l'équation de Van der Waals et la démonstration du théorème des états correspondants, t. CXVI, p. 135.

L'équation de Van der Waals $f(p, v, T, a, b, R) = 0$, qui s'applique à une masse bien déterminée, renferme autant de paramètres (a, b, R) que de variables (p, v, T). On peut remplacer (a, b, R) par les valeurs particulières que prennent p, v, T pour un état quelconque, par exemple l'état critique ou encore le point où la tangente à la courbe isothermique fait un angle donné avec la tangente d'inflexion, cette tangente d'inflexion étant parallèle à une direction donnée. Si ϖ, φ et θ sont ces valeurs particulières, l'équation de Van der Waals devient (2) $f_1(p, v, T, \varpi, \varphi, \theta) = 0$. Si, appliquant toujours cette équation à la même masse, on prend une unité de volume n fois plus petite, les valeurs de v et de φ deviennent n fois plus grandes; les valeurs de p, T, ϖ, θ, doivent rester les mêmes. Donc l'équation (2) ne peut continuer à être satisfaite que s'il n'y entre que le rapport $\frac{v}{\varphi}$. De même $\frac{p}{\varpi}$ et $\frac{T}{\theta}$.

D'où la forme réduite

$$f_0\left(\frac{p}{\varpi}, \frac{v}{\varphi}, \frac{T}{\theta}\right) = 0.$$

Cette forme n'est donc pas spéciale aux valeurs de ϖ, φ, θ correspondant au point critique. Elle est la conséquence du fait qu'il y a trois paramètres et trois variables dans l'équation de Van der Waals. Cependant la vérification expérimentale de ce théorème pour les valeurs de ϖ, φ, θ critiques, a son importance, puisqu'elle démontre que trois coefficients suffisent dans la relation qui relie le volume, la pression et la température.

R. D.

GOUY. — Sur quelques phénomènes présentés par les tubes de Natterer, t. CXVII, p. 1289.

Des variations de température, qui ne dépassent pas quelques millièmes de degré par heure, provoquent des variations assez fortes dans les propriétés des fluides, au voisinage immédiat de leur point critique. Pour un même tube, les phénomènes dépendent à la fois des conditions antérieures et de la température actuelle.

Si le tube est retourné bout pour bout plusieurs fois, après avoir été introduit dans un bain à température constante, le niveau s'arrête dans le tube à une certaine hauteur qui caractérise l'état final. La position finale de ce niveau est variable avec la température : pour certains tubes, elle décroît; pour d'autres, elle décroît pour croître ensuite; cela dépend, pour une température donnée, du rapport des volumes du liquide et de la vapeur. Si la température se rapproche de plus en plus du point critique, l'existence d'une surface de séparation peut être mise en évidence par les phénomènes optiques de réflexion. A partir d'une certaine température, l'inflexion disparaît; on voit la surface devenir de plus en plus diffuse; il se produit des effets de mirage qui démontrent l'existence d'une couche de transition où l'indice varie d'une manière continue. Lorsque cette zone atteint 2^{mm} à 3^{mm} de hauteur, les effets optiques deviennent peu apparents, puis le tube semble rempli d'un fluide homogène : toute cette transformation s'effectue dans un intervalle d'environ un millième de degré. Si le tube a été retourné plusieurs fois bout pour bout dans un bain à température θ_1, puis amené sans agitation dans un bain à température θ_2, deux cas peuvent se produire : 1° $\theta_2 < \theta_1$. Il se produit une ébullition et une pluie simultanées, et le tube arrive ainsi à l'état final relatif à la température θ_2; 2° $\theta_2 > \theta_1$, mais θ_2 est peu différent de θ_1. Il ne se produit rien d'appréciable et le niveau varie fort peu, en sorte que l'appareil se comporte comme en thermomètre à minima. Cet état varie d'ailleurs avec le temps à température constante. R. Dongier.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

7e série, t. II; août 1894.

Étard. — *Recherches expérimentales sur les solutions saturées*, p. 503.

T. III; septembre 1894.

H. Bagard. — *Sur les forces électromotrices thermoélectriques entre*

deux électrolytes et le transport électrique de la chaleur dans les électrolytes, p. 83.

BERTHELOT. — *Remarques sur l'électrolyse*, p. 138.

Octobre 1894.

E. BOUTY. — *Sur les capacités de polarisation*, p. 145.

L.-C. DE COPPET. — *Recherches sur la température du maximum de densité de l'eau*, p. 246.

L.-C. DE COPPET. — *Sur la température du maximum de densité et sur la température de congélation des solutions de sucre de canne*, p. 268.

ÉTARD. — *Recherches expérimentales sur les solutions saturées*, p. 275.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXVIII; août 1894.

C. CHREE. — *Examen des conséquences physiques d'une altération locale de la matière de sphères isotropes ou de couches sphériques sous l'influence d'une pression superficielle uniforme*, p. 161.

G. TROWBRIDGE. — *Résonance électrique et interférences électriques*, p. 182.

W. SUTHERLAND. — *Attraction de molécules dissemblables*. II. *Tension superficielle de liquides mêlés*, p. 188.

G.-H. BRYAN. — *Induction électromagnétique dans des nappes de courants planes, cylindriques ou sphériques et sa représentation par des traînées d'images mouvantes*, p. 198.

W. RAMSAY. — *Passage de l'hydrogène à travers une paroi de palladium et pression qu'il produit*, p. 206.

RUDSKI. — *Notes sur la rigidité de la terre*, p. 218.

LORD KELVIN et MAGNUS MACLEAN. — *Sur l'électrisation de l'air*, p. 225.

LIVEING et DEWAR. — *Note préliminaire sur le spectre de la décharge électrique dans l'oxygène, l'air et l'azote liquides*, p. 235.

SUR LES INTERFÉRENCES A MOYENNE DIFFÉRENCE DE MARCHE;

PAR M. GEORGES MESLIN.

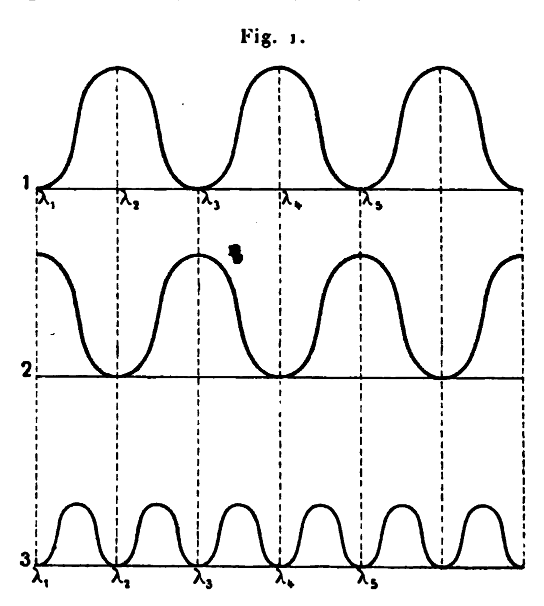
Lorsque la lumière blanche se réfléchit sur une lame mince transparente, on obtient des colorations, lorsque l'épaisseur de la lame est seulement de quelques longueurs d'onde; si, au contraire, la lame est très épaisse, l'interférence ne se produit plus, à cause de la trop grande valeur du retard; si enfin la lame a une épaisseur intermédiaire, les irisations n'apparaissent pas non plus, non pas parce que l'interférence ne se produit pas, mais parce qu'elle est réalisée au contraire pour un trop grand nombre de couleurs du spectre et qu'un grand nombre de radiations λ_1, λ_3, λ_5, ... sont détruites, tandis que les radiations intermédiaires λ_2, λ_4, ... sont renforcées de telle sorte qu'en analysant avec un spectroscope la lumière réfléchie, on obtient, en suivant le procédé de M. Fizeau, un spectre cannelé (*fig.* 1, ligne 1) présentant des maxima pour les radiations λ_2, λ_4 et des minima pour les couleurs λ_1, λ_3, minima qui sont nuls à cause des réflexions multiples. La superposition de ces différentes couleurs produit sur l'œil la même impression que la lumière blanche naturelle, lorsque ces cannelures deviennent assez nombreuses, à cause de l'identité des sensations produites par deux radiations assez rapprochées.

Toutefois, cette lumière a une constitution spéciale que je me suis proposé de mettre en évidence de la façon suivante :

Imaginons qu'on la reçoive sur une autre lame semblable ayant à peu près la même épaisseur; à l'endroit où l'épaisseur est exactement la même, les seules radiations qui pourront être renforcées sont encore λ_2, λ_4 qui existent en effet dans la lumière incidente; quant aux radiations λ_1, λ_3, elles seraient détruites par l'interférence si elles ne l'avaient été déjà sous l'action de la première lame; la lumière émergente aura donc la même structure que précédemment. Considérons maintenant la région voisine où l'épaisseur est un peu différente et telle que ce soient les radiations λ_2, λ_4 qui soient détruites par l'interférence; les couleurs qui seraient susceptibles d'être renforcées sont λ_1, λ_3 (*fig.* 1, ligne 2), mais elles n'existent pas dans la lumière incidente, ayant été éteintes

par l'action de la première lame, si bien que par l'analyse on obtiendrait un spectre contenant deux fois plus de cannelures, en λ_1, λ_3 ainsi qu'en λ_2, λ_4 (*fig.* 1, ligne 3).

Fig. 1.



On conçoit que dans ces conditions la lumière réfléchie, tout en étant blanche, sera moins intense que dans le premier cas. Il suffit pour cela que les retards diffèrent d'une demi-longueur d'onde, c'est-à-dire que l'épaisseur ait changé d'un point à l'autre d'un quart de longueur d'onde; on voit que cette condition ne peut être réalisée à la fois dans toute l'étendue du spectre, mais il suffira, pour que le raisonnement précédent puisse être reproduit, qu'elle le soit au voisinage de la couleur pour laquelle l'œil est le plus sensible; de plus, lorsque cette condition sera réalisée pour une couleur, elle le sera sensiblement pour une portion du spectre d'autant plus étendue que les minima sont plus rapprochés, c'est-à-dire que le retard est grand.

Dans ce cas, les cannelures sont donc en nombre deux fois plus considérable et la structure de la lumière (sauf en ce qui concerne l'intensité) est la même que si l'on avait une lame unique d'épaisseur deux fois plus grande; c'est ce qu'on peut voir comme il suit :

Deux mouvements vibratoires, d'amplitude a et a', réfléchis sur

les deux faces d'une lame d'épaisseur e, donnent, en tenant compte du changement de signe, une intensité

$$i = a^2 + a'^2 + 2aa' \cos 2\pi \frac{2e + \frac{\lambda}{2}}{\lambda} = a^2 + a'^2 - 2aa' \cos \frac{4\pi e}{\lambda};$$

en faisant $a' = a$, on a

$$i = 4a^2 \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda};$$

de même, si cette lumière tombe de nouveau sur une lame d'épaisseur e, on a pour l'intensité i'

$$i' = i \times 4a^2 \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda} = 16a^4 \sin^4 \pi \frac{2e}{\lambda};$$

si la lame a une épaisseur plus grande ou plus petite de $\frac{\lambda}{4}$, on a pour l'intensité i''

$$i'' = i \times 4a^2 \sin^2 \pi \frac{2e + \frac{\lambda}{2}}{\lambda} = 16a^4 \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \cos^2 \pi \frac{2e}{\lambda} = 4a^4 \sin^2 \pi \frac{4e}{\lambda};$$

cette dernière expression est en effet de la même forme que si la lame était unique et avait une épaisseur égale à $2e$.

La considération de i' et de i'' peut servir à montrer que la quantité de lumière blanche sera moindre dans le second cas que dans le premier; on a

$$i' = 16a^4 \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda},$$

$$i'' = 16a^4 \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \cos^2 \pi \frac{2e}{\lambda}.$$

Ces expressions représentent les intensités relatives à une radiation de longueur d'onde λ. Pour avoir l'intensité totale en lumière blanche, il faut faire la somme de toutes les intensités relatives aux diverses radiations; c'est une somme *physiologique* qui peut être figurée symboliquement par

$$\Sigma \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \, d\lambda$$

et

$$\Sigma \sin^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \cos^2 \pi \frac{2e}{\lambda} \, d\lambda.$$

Toutefois, à cause de la propriété de l'œil qui a été rappelée plus haut, on peut partager le spectre en un nombre fini de couleurs et considérer comme étant de même nature toutes celles qui sont comprises dans une même cannelure; cette hypothèse permet de remplacer dans cet intervalle le symbole Σ par le signe $\int$ et de dire que l'intensité de cette couleur sera représentée par

$$\int \sin^2\pi\frac{2e}{\lambda}\sin^2\pi\frac{2e}{\lambda}\,d\lambda \quad \text{et} \quad \int \sin^2\pi\frac{2e}{\lambda}\cos^2\pi\frac{2e}{\lambda}\,d\lambda,$$

en étendant les intégrales à la cannelure entière et en supposant qu'il s'agisse de la radiation la plus active du spectre pour laquelle la condition nécessaire sera réalisée.

Traçons entre les limites correspondantes les courbes (*fig.* 2)

$$y' = \sin^2\pi\frac{2e}{\lambda}\sin^2\pi\frac{2e}{\lambda} \quad \text{et} \quad y'' = \sin^2\pi\frac{2e}{\lambda}\cos^2\pi\frac{2e}{\lambda},$$

Fig. 2.

λ étant la variable; les intégrales représentent les aires limitées entre ces courbes et l'axe des λ et il s'agit de démontrer que la première surface est supérieure à la seconde; cette propriété n'est pas évidente, car les ordonnées de y' sont tantôt plus petites, tantôt plus grandes que les ordonnées de y''; elles sont égales pour

$$\frac{2e}{\lambda} = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}.$$

Pour démontrer la propriété énoncée, nous grouperons les termes deux à deux de la façon suivante; posons

$$(1) \qquad \pi\frac{2e}{\lambda} = \frac{k\pi}{2} + \frac{\pi}{4} + \alpha,$$

et associons les ordonnées qui correspondent à des valeurs de α

égales et de signe contraire, c'est-à-dire les ordonnées relatives à deux points M et N situés de part et d'autre de P (*fig.* 3)

$$y'_\alpha = \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right),$$

$$y''_\alpha = \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right),$$

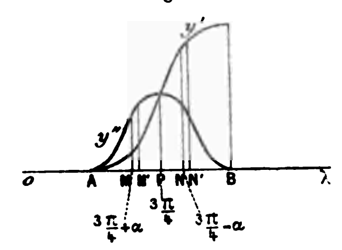
la position de P étant déterminée par l'équation

$$\frac{\pi 2e}{\lambda} = kn + \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4};$$

pour α compris entre o et $\frac{\pi}{4}$, on a

$$y''_\alpha > y'_\alpha.$$

Fig. 3.



Prenons maintenant les ordonnées correspondant à $\frac{3\pi}{4} - \alpha$

$$y'_{-\alpha} = \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right),$$

$$y''_{-\alpha} = \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right).$$

Ici, au contraire, on a

$$y'_{-\alpha} > y''_{-\alpha},$$

et on peut montrer que la différence $y'_{-\alpha} - y''_{-\alpha}$ est supérieure à la différence $y''_\alpha - y'_\alpha$.

Il vient en effet

$$y'_{-\alpha} - y''_{-\alpha} = \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)\left[\sin^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)\right],$$

$$y''_\alpha - y'_\alpha = \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)\left[\cos^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right)\right],$$

$$= \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)\left[\sin^2\left(\frac{3\pi}{3} - \alpha\right) - \cos^2\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right)\right],$$

d'où

$$(y'_{-\alpha}-y''_{-\alpha})-(y''_{\alpha}+y'_{\alpha})= \left[\sin^2\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)-\cos^2\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)\right] \times\left[\sin^2\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)-\cos^2\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)\right],$$

$$(y'_{\alpha}-y'_{-\alpha})-(y''_{\alpha}+y''_{-\alpha})= \left[\sin^2\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)-\cos^2\left(\frac{3\pi}{4}-\alpha\right)\right]^2.$$

On a donc, en définitive,

$$y'_{\alpha}+y'_{-\alpha}>y''_{\alpha}+y''_{-\alpha},$$

et ce groupement permet de conclure que l'on aura

$$\Sigma y'>\Sigma y'',$$

à condition que les valeurs de $d\alpha$ qui correspondent à α et à $-\alpha$ soient sensiblement les mêmes pour d'égales valeurs de $d\lambda$.

Or l'équation (1) donne par différentiation

$$\pi 2 e\frac{d\lambda}{\lambda^2}=-d\alpha,$$

de telle sorte que $d\alpha$ est proportionnel, non pas à $d\lambda$, mais à $\frac{d\lambda}{\lambda^2}$; toutefois on peut admettre qu'à des valeurs égales de $d\lambda$ correspondent des variations égales de α, pourvu que λ ne varie que faiblement, ce qui est précisément le cas dans l'intervalle d'une cannelure. Cela revient à dire que les deux segments AP et PB sont égaux et se correspondent par éléments égaux deux à deux; or cette propriété est suffisamment approchée, car, pour peu que le nombre des cannelures soit assez grand, on constate aisément que les cannelures voisines paraissent sensiblement équidistantes dans le spectre, ce qui implique précisément la faible influence de la variation de λ dans l'intervalle en question et *a fortiori* dans les limites d'une cannelure.

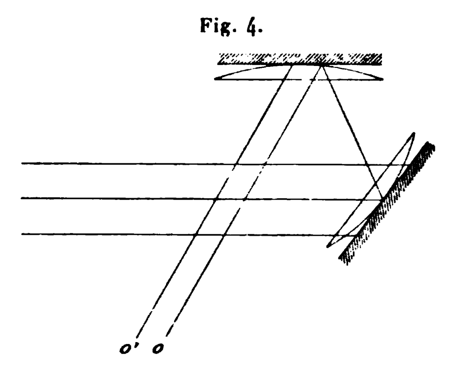
En résumant tout ce qui précède, on voit que, lorsque la lumière s'est réfléchie sur une première lame et vient ensuite se réfléchir sur une deuxième, elle présentera, tout en restant blanche, un maximum correspondant aux régions où la seconde lame a la même épaisseur que l'autre et un minimum aux endroits où la différence des épaisseurs est voisine de un quart de longueur d'onde pour la radiation la plus intense du spectre. Si les épaisseurs dif-

fèrent d'un nombre pair de quarts de longueur d'onde, on aura des maxima moins intenses, la concordance ne subsistant que dans une région moins étendue du spectre; pareillement, aux points où les épaisseurs diffèrent d'un nombre impair de quarts de longueur d'onde, on aura des minima moins tranchés, c'est-à-dire, en somme, un groupe de franges au voisinage des points où les épaisseurs sont les mêmes; ces franges doivent être alternativement brillantes et sombres (blanches et grises) et disparaître par défaut de contraste entre les maxima et les minima.

J'ai en effet obtenu ces franges en prenant une lamelle analogue aux lamelles de microscope, en la coupant en deux suivant une perpendiculaire aux lignes d'égales épaisseurs (reconnues à l'aide de la lumière du sodium) et en regardant l'une des lames par réflexion dans l'autre; tandis qu'aucune d'elles, vue isolément, ne donnait de frange, l'ensemble ainsi disposé en présentait en lumière blanche; mais il fallait pour cela les ajuster de façon qu'un rayon lumineux puisse se réfléchir en deux points où les épaisseurs fussent à peu près les mêmes; cet ajustement exigeait quelques tâtonnements; voici un autre dispositif qui permet d'atteindre à coup sûr ce résultat.

Il consiste à prendre deux appareils à anneaux de Newton et à

Fig. 4.



regarder l'un par réflexion dans l'autre (*fig.* 4), de façon que les deux centres d'anneaux ne se correspondent pas.

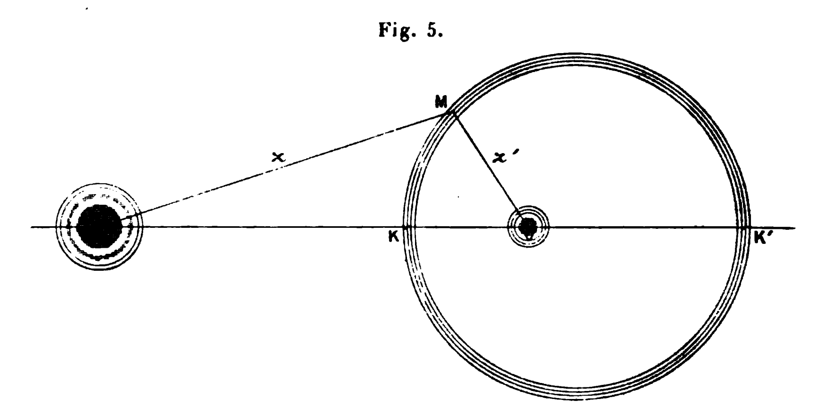
En effet, un de ces appareils fournit toutes les épaisseurs possibles et les rayons lumineux correspondant à une même épaisseur forment un cylindre qui s'appuie sur un anneau circulaire du pre-

mier appareil; ce cylindre vient rencontrer le second appareil suivant une ellipse qui, à cause du décentrage dont il vient d'être question, coupe les différents anneaux du deuxième appareil, c'est-à-dire les lignes d'égales épaisseurs comprises entre les valeurs e' et e''; toutes les combinaisons possibles se trouvent donc réalisées entre ces limites et les franges apparaîtront au voisinage du point où le cylindre rencontrera le cercle qui correspond à l'épaisseur e.

J'ai constaté en effet par ce dispositif, et en employant deux appareils non identiques entre eux, qu'on obtient des franges pâles, sans coloration, bien au delà de la région où les anneaux de Newton sont visibles sur l'un ou l'autre des deux appareils. Ces franges forment des courbes fermées, circulaires ou faiblement elliptiques qui enveloppent complètement celui des deux systèmes d'anneaux produit par l'appareil dont le rayon de courbure est le plus faible (*fig.* 5).

Il est facile de s'en rendre compte en faisant l'épure d'après les

Fig. 5.



données indiquées plus haut. On peut d'ailleurs remarquer que, si l'on s'éloigne de O pour aller vers O', l'épaisseur e va en croissant à partir de zéro, tandis que e' va en décroissant jusqu'à devenir nul. Il y a donc une région où il y a égalité en K; si l'on continue à se déplacer dans le même sens, au delà de O', e et e' vont en croissant; e' est d'abord inférieur, mais à cause de son accroissement plus rapide (en raison inverse du rayon de courbure) e' atteint la valeur de e en K' et la dépasse au delà.

Pour calculer simplement la forme des courbes, plaçons-nous dans l'hypothèse où les rayons tomberaient normalement sur les deux appareils mis parallèlement l'un à l'autre. Prenons comme plan du tableau un plan qui leur soit parallèle. Il suffit de chercher le lieu des points tels qu'un rayon lumineux projeté en un tel point traverse les deux lames minces suivant des épaisseurs égales.

Soit M ce point dont les distances à O et O′ sont z et z' (*fig.* 5). On a

$$z^2 = 2Re, \qquad z'^2 = 2R'e,$$

d'où

$$\frac{z}{z'} = \sqrt{\frac{R}{R'}} = C,$$

R et R′ étant les deux rayons de courbure.

M se trouve donc sur le lieu des points tels que le rapport des distances à O et O′ soit constant; c'est un cercle dont le centre est sur OO′. Si $R' < R$, $C > 1$ et le cercle entoure le point O′. Si les deux appareils étaient identiques, on aurait

$$R = R', \qquad \text{c'est-à-dire} \qquad z = z';$$

le lieu serait une droite perpendiculaire à OO′ en son milieu; on aurait des franges rectilignes.

Quant aux autres franges, elles correspondent aux points tels que les rayons lumineux traversent dans les deux systèmes deux épaisseurs présentant entre elles une différence égale à un multiple de $\frac{\lambda}{4}$; on a donc

$$z^2 = 2Re,$$
$$z'^2 = 2R'\left(e + k\frac{\lambda}{4}\right).$$

L'élimination de e donne

$$\frac{z'^2}{2R'} - \frac{z^2}{2R} = k\frac{\lambda}{4};$$

c'est le lieu des points, tels que la différence des carrés de leurs distances à deux points fixes, multipliées chacune par des coefficients constants, soit elle-même constante; c'est encore un cercle et les franges auront aussi la forme circulaire comme la frange centrale.

Cette expérience peut se projeter en employant le dispositif de

la *fig.* 4; il suffit d'éclairer avec la lumière solaire; on obtient sur l'écran, à l'aide de la lentille qui sert à projeter sur cet écran les deux systèmes d'anneaux de Newton, les courbes dessinées plus haut. On reconnaît que ces franges sont localisées au voisinage des surfaces et ne sont pas à l'infini, ce qui les distingue immédiatement des franges de Brewster avec lesquelles on ne peut d'ailleurs les confondre à cause de l'absence d'irisation; le rôle de la deuxième lame est ici tout à fait différent; il fait apparaître un phénomène d'interférence qui existe, mais qui était invisible, tandis que dans l'appareil de Brewster la deuxième lame diminue le retard au point de rendre possible l'interférence qui n'existait pas en avant d'elle; elle produit en outre la superposition des rayons qui seraient séparés sans son intervention.

SUR LES CAPACITÉS DE POLARISATION (1);

PAR M. E. BOUTY.

A. — MÉTHODES DE MESURE.

1. *Étude du courant de charge.* — Imaginons qu'on dirige à travers un voltamètre non polarisé un courant dont l'intensité connue I_0 est maintenue constante malgré les progrès de la polarisation. La quantité d'électricité Q qui traverse le voltamètre dans un temps t sera

$$Q = I_0 t;$$

et si l'on parvient à mesurer en fonction du temps la polarisation totale p produite, la capacité *apparente* moyenne du voltamètre pendant la charge sera égale à $\frac{Q}{p}$.

2. Pour réaliser au degré d'approximation nécessaire le cas idéal d'un courant d'intensité constante, il suffit d'introduire dans

---

(1) Extrait d'un Mémoire plus étendu publié dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 7e série, t. III, p. 145; octobre 1894.

le circuit du voltamètre une force électromotrice cent fois plus grande, par exemple, que la valeur maximum de la polarisation p que l'on se propose d'atteindre, et de rendre la résistance totale très grande pour que l'intensité du courant soit très faible.

Soit r la résistance du voltamètre, qu'on peut, si l'on veut, faire très considérable. J'introduis dans le circuit une résistance métallique R, *toujours très grande,* et tout au moins de l'ordre de grandeur de r. On suppose la capacité électrostatique du circuit négligeable et son coefficient de self-induction assez faible pour que la période variable, considérée indépendamment de la polarisation, soit de très courte durée. Soit E la force électromotrice contenue dans le circuit. Au bout de quelques millièmes de seconde, l'intensité du courant est pratiquement égale à

$$I_0 = \frac{E}{R + r},$$

et la différence de potentiel ε des électrodes de l'auge atteint une valeur

$$\varepsilon_0 = r I_0 = \frac{rE}{R + r}.$$

On peut considérer ε_0 comme une valeur initiale, à partir de laquelle ε croît ensuite très lentement, en vertu de la polarisation, vers une limite $\mathcal{E}$, telle que la différence $\mathcal{E} - \varepsilon_0$ est toujours très petite par rapport à E.

3. On mesure à diverses époques t les différences de potentiel $\varepsilon - \varepsilon_0$. On en déduit, ainsi qu'il suit, les polarisations p correspondantes. Soit I l'intensité du courant au temps t; on a

$$\varepsilon_0 = r I, \qquad = r \frac{E}{R + r},$$

$$\varepsilon = r I + p = r \frac{E - p}{R - r} + p.$$

Il en résulte

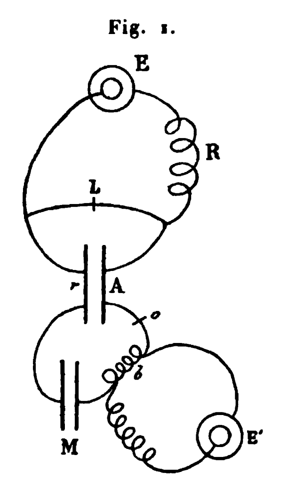
$$(1) \qquad p = \frac{R + r}{R} (\varepsilon - \varepsilon_0).$$

4. Les durées t sont mesurées à l'aide du pendule interrupteur

que j'ai précédemment décrit ([1]). Elles comprennent toujours un nombre entier d'oscillations du pendule.

Pour mesurer $\varepsilon - \varepsilon_0$, je place en dérivation sur l'auge électrolytique A un condensateur M (microfarad ou subdivisions) de capacité négligeable par rapport à celle de l'auge (*fig.* 1). Le circuit

Fig. 1.



secondaire comprend, en outre, une dérivation variable *b* empruntée au circuit d'une pile constante E', et que l'on règle par tâtonnements. On mesure la charge du condensateur M en le déchargeant sur un électromètre capillaire étalonné à cet effet, comme je l'ai indiqué dans mes Mémoires antérieurs.

Le pendule interrupteur réalise automatiquement les opérations suivantes :

1° Il interrompt une fois pour toutes en L un court circuit réunissant les électrodes de A.

2° Aussitôt après, il ferme en *o*, pendant un temps θ de l'ordre du centième de seconde, le circuit secondaire AM, et cette fermeture se reproduit d'oscillation en oscillation, jusqu'à ce que l'expérimentateur arrête le pendule. La durée θ (qu'il est inutile de mesurer) doit être suffisante pour que l'équilibre électrique puisse, à chaque fois, être considéré comme établi dans tous les circuits.

([1]) *Ann. de Chim. et de Phys.*, 6e série, t. XXIV, p. 400, et t. XXVII, p. 64.

L'expérimentateur règle d'abord la dérivation b de façon que, après un seul contact en o (temps zéro), le condensateur M possède une charge nulle, ce qui fait connaître ε_0. On peut ensuite opérer de deux manières : ou bien on répète le réglage de b de façon que la charge de M soit nulle après 1, 2, 3, ..., n oscillations du pendule, ce qui donnera ε et par suite $\varepsilon - \varepsilon_0$; et alors le condensateur M et l'électromètre ne servent que comme appareils de zéro; ou bien on ne touchera plus au réglage de b, fait une fois pour toutes, et la déviation de l'électromètre, obtenue en déchargeant le condensateur M au bout de 1, 2, 3, ..., n oscillations, fournira directement $\varepsilon - \varepsilon_0$. Ce dernier procédé, beaucoup plus rapide, ne peut être employé que si $\varepsilon - \varepsilon_0$ ne dépasse pas $0^{\text{volt}},014$ environ.

Pour les électrolytes en dissolution concentrée ou moyennement étendus, et pour les électrolytes fondus, r est négligeable par rapport à R, ε_0 sensiblement nul, et p se confond avec ε. En ce cas, les mesures sont, en général, très aisées.

5. *Étude du courant de décharge, vitesse de dépolarisation.* — On ignore *a priori* si la totalité de la quantité d'électricité Q qui a traversé le voltamètre s'y est fixée sous une forme récupérable, ou si quelque partie de cette électricité a passé comme, par exemple, dans un voltamètre à électrodes impolarisables, sous une forme non récupérable. Il ne suffit donc pas de mesurer la capacité apparente déduite de l'étude du courant de charge, il faut encore étudier la décharge du voltamètre pour déterminer ce qu'il est susceptible de rendre dans des conditions déterminées.

A cet effet, le voltamètre A, chargé à travers une grande résistance, est séparé de la pile au bout d'une certaine durée et fermé aussitôt sur une autre résistance métallique connue. On observe comme précédemment les charges du condensateur auxiliaire M au moment de l'interruption et après 1, 2, ..., n oscillations du pendule interrupteur.

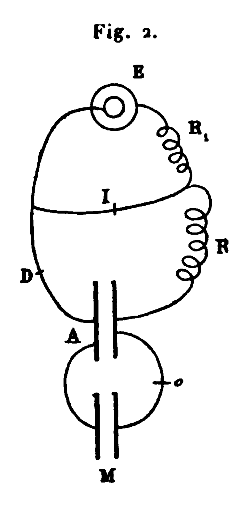
La *fig.* 2 donne le schéma de la disposition employée. Le circuit principal EA est d'abord fermé à la main en D. Au bout du temps convenable, le pendule interrupteur est lâché et réalise les opérations suivantes :

1° Il ferme en I d'une manière permanente une dérivation sans

résistance qui exclut du circuit de l'auge A la pile E et une certaine résistance R_1 variable à volonté;

2° Aussitôt après, il ferme en o la dérivation AoM du condensateur auxiliaire pendant une durée de l'ordre du centième de seconde, et cette fermeture se reproduit à chaque oscillation, jusqu'à ce que l'expérimentateur arrête le pendule.

Fig. 2.



La mesure des charges de M fait connaître la différence de potentiel initiale ε_0 de l'auge au moment où elle est séparée de la pile, et les différences de potentiel $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n$ après 1, 2, ..., n oscillations. On en déduit les valeurs correspondantes p_0, p_1, $p_2, \ldots, p_n$ de la polarisation.

Nous désignerons en général par η_n le rapport

$$\eta_n = \frac{p_{n-1} - p_n}{\frac{p_{n-1} + p_n}{2}} \tag{2}$$

ou la vitesse moyenne de dépolarisation pendant le $n^{\text{ième}}$ intervalle. La quantité d'électricité débitée par le voltamètre, à travers la résistance extérieure, pendant cet intervalle, a pour valeur approchée, en désignant par τ la durée d'oscillation du pendule, $\frac{\tau(p_{n-1} + p_n)}{2R}$. Soit $\mathfrak{C}$ la capacité moyenne du voltamètre entre p_{n-1}

et p_n, on a

$$\mathcal{C}(p_{n-1} - p_n) = \frac{\tau(p_{n-1} + p_n)}{2R};$$

(3) $$\mathcal{C} = \frac{\tau}{R\eta_n}.$$

p_{n-1} et p_n étant en général assez peu différents, la capacité moyenne $\mathcal{C}$ diffère peu de la capacité vraie, correspondant à la polarisation $\frac{p_{n-1} + p_n}{2}$.

B. — Capacités apparentes de charge.

6. *Formule empirique*. — Quand on charge un voltamètre par un courant I_0 d'intensité constante, on peut, en général, représenter la variation de la polarisation p avec le temps par une formule hyperbolique à deux constantes

(4) $$p = \frac{At}{1 + Bt}.$$

Voici un exemple pris au hasard.

La durée d'oscillation du pendule $\tau = 1^s,38$ est prise pour unité de temps; les valeurs de p sont exprimées en dix-millièmes de daniell. Les deux électrodes sont égales; S désigne la surface totale de chacune d'elles (antérieure et postérieure), c la capacité du condensateur M, enfin C la capacité initiale du voltamètre, calculée comme il sera indiqué ci-dessous. La pile de charge est de 1 élément daniell.

Acide sulfurique (1^{eq} par litre) (1).

$S = 101^{éq}$, $R = 300000^{ohms}$, $c = 1^{mf}$, C (calculé) $= 1740^{mf}$.

Temps.	p (en $\frac{1}{10000}$ de daniell) observé.	calculé.	Différence.	
1 (= 1^s 38)...	24,15	24,6	+0,45	$A = 0^{da},00264$
2...........	46,8	46,2	+0,6	$B = 0,075$
3...........	63,6	64,8	+1,2	$\varpi = \frac{A}{B} = 0^{da},0352$
4...........	78,3	81,6	+3,3	
5...........	90,6	96,6	+6,0	
8...........	126,9	132,6	+5,7	
10..........	153,6	151,8	−1,8	

(1) 40^{gr} d'acide sulfurique anhydre par litre de dissolution.

Pour les mêmes électrodes dans le même électrolyte, le coefficient A varie proportionnellement à la force électromotrice E et en raison inverse de la résistance totale R, c'est-à-dire proportionnellement à l'intensité initiale $I_0 = \frac{E}{R}$ du courant. Le coefficient B peut être considéré comme invariable tant que I_0 est suffisamment faible, et, par suite, les valeurs de p demeurent proportionnelles à I_0.

Posant

$$A = \frac{I_0}{C}, \tag{5}$$

on écrira donc la formule (4)

$$p = \frac{I_0 t}{C(1 - Bt)}, \tag{4 bis}$$

dans laquelle C et B sont des coefficients dont la signification reste à déterminer.

7. *Signification des constantes.* — Occupons-nous d'abord de C; on a évidemment pour $t = 0$

$$C = \lim \frac{I_0 t}{p} = \lim \frac{Q}{p}, \tag{6}$$

en désignant par Q la quantité d'électricité qui a traversé le circuit au temps t. Le coefficient C est donc la *capacité initiale de polarisation du voltamètre pour une valeur négligeable de la force électromotrice de polarisation.*

8. La signification de B est moins facile à établir. Quand on fait croître t indéfiniment, p tend vers une limite ϖ,

$$\varpi = \frac{I_0}{BC}. \tag{7}$$

Supposons cette limite atteinte et soit Γ la capacité vraie du voltamètre pour la valeur ϖ de la polarisation. L'accroissement $d\varpi$ de polarisation que la quantité d'électricité $I_0\,dt$ serait susceptible de produire, si les causes qui limitent la polarisation pouvaient être supprimées, serait donné par la relation

$$I_0\,dt = \Gamma\,d\varpi.$$

Posons

$$v = \frac{d\varpi}{dt} = \frac{I_0}{\Gamma}. \tag{8}$$

Nous conviendrons d'appeler v la *vitesse de dépolarisation pendant la charge*.

De (7) et (8) on tire

$$\frac{v}{\varpi} = \frac{C}{\Gamma}B. \tag{9}$$

Si l'on supposait la capacité Γ indépendante de ϖ, $\Gamma = C$, ce qui est *a priori* l'hypothèse la plus simple, et ce que l'expérience confirmera par la suite, pour le cas d'électrodes de platine, on aurait

$$B = \frac{v}{\varpi}. \tag{9 bis}$$

B représenterait alors la *vitesse proportionnelle de dépolarisation,* qui, dans les limites indiquées ci-dessus, serait une constante.

9. *Influence de la position des électrodes.* — Les expériences qui suivent se rapportent *exclusivement* à des électrolytes bons conducteurs. Deux électrodes égales plongeant dans le même liquide sont d'abord placées l'une au-dessus de l'autre, à une distance de quelques millimètres, comme les deux plateaux d'un condensateur; on les met ensuite sur le même plan; enfin, on les place dans deux auges séparées ne communiquant que par un ou deux siphons placés dans les angles et qui se prolongent jusqu'au voisinage des électrodes.

Dans ces divers cas, la distribution initiale du courant est aussi différente que possible : les dépôts électrolytiques réguliers, s'il s'en produit, doivent être très inégalement répartis et n'intéressent guère, dans les derniers cas, qu'une très petite portion des électrodes voisine de l'extrémité des siphons. Cependant les valeurs de p, observées pour les diverses positions des électrodes et pour une même durée, sont très voisines, c'est-à-dire que B et C demeurent sensiblement invariables, au degré de précision des expériences. Voici un exemple :

Azotate de potasse ($1^{éq}$ par litre).

$S = 101^{éq}$. $R = 100000^{ohms}$, $c = \frac{1}{3}^{mf}$, C (calculé) $= 1390^{mf}$.

Temps.	Électrodes super-posées.	Électrodes juxta-posées.	Siphons.	Moyenne.	Calcul.	Différence.
1...	94,5	94,5	85,5	91,5	91,8	+ 0.3
2...	162	»	162	162	171	+ 9
3...	229	»	225	227	239	+12
4...	288	»	288	288	300	+12
5...	351	382	360	364	354	—10
6...	405	»	414	409	401	— 8

Des expériences de cette nature établissent, dans des limites assez étendues, l'*indépendance des deux électrodes au point de vue de tous les phénomènes de polarisation.*

10. *Capacité individuelle des électrodes.* — Un voltamètre est donc comparable, non à un condensateur unique, mais à un système de deux condensateurs disposés en tension. Soient C_1 et C_2 les capacités initiales des deux électrodes, C la capacité initiale de l'auge, on a, par définition,

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}. \tag{10}$$

Il s'agit de déterminer séparément C_1 et C_2.

Les expériences du paragraphe précédent nous ont montré que la distribution initiale du courant sur des électrodes données est indifférente au point de vue de la polarisation acquise dans un temps donné : il faut en conclure qu'une électrode est également modifiée en tous ses points par le phénomène de la polarisation, que, par suite, sa capacité est indépendante de sa forme et proportionnelle à sa surface totale (pour une électrode plane, somme des deux surfaces antérieure et postérieure). Soient S_1, S_2 les surfaces totales des électrodes, K_1, K_2 deux coefficients à déterminer par l'expérience, on aura

$$C_1 = K_1 S_1,$$
$$C_2 = K_2 S_2,$$
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{K_1 S_1} + \frac{1}{K_2 S_2}. \tag{11}$$

Les coefficients K_1, K_2 sont les capacités initiales de polarisation rapportées à l'unité de surface.

Pour déterminer ces coefficients, M. Blondlot [1] a eu recours à un artifice ingénieux, consistant à faire l'une des quantités S_1, S_2 négligeable par rapport à l'autre : l'un des termes du second membre de (11) s'annule et la détermination de C équivaut à celle de l'un des coefficients K_1, K_2. M. Blondlot a ainsi reconnu que, pour des électrodes de même nature, ces deux coefficients sont égaux, c'est-à-dire que la capacité initiale de polarisation est indépendante du sens du courant. En désignant par K leur valeur commune, on a

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{K}\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right). \qquad (11\ bis)$$

J'ai vérifié la formule (11 *bis*) directement; à cet effet, j'ai pris deux lames de platine identiques et laissant l'une d'elles invariable, j'ai réduit progressivement la surface de l'autre en en détachant, d'un coup de ciseaux, des fragments convenables.

En ce qui concerne le sens du courant, et en me bornant aux faibles polarisations employées d'ordinaire dans mes expériences, je n'ai ainsi constaté aucune différence systématique dans la valeur de la polarisation totale. Voici les valeurs de K obtenues, en moyenne, pour les deux directions du courant, et avec différentes valeurs de S_2 :

Azotate de soude (2^{eq} par litre).

S_1.	S_2.	$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}$.	K.	Différence avec la moyenne.
cq	cq		mf	
101,3	100,80	0,01979	19,77	—0,36
»	51,24	0,02039	19,49	—0,64
»	26,60	0,04716	20,10	—0,03
»	14,88	0,07708	21,17	+1,04
	Moyenne	....	20,13	

Les différences sont tout à fait négligeables, eu égard aux variations dont la valeur de K est susceptible pour un couple donné de

[1] BLONDLOT, *Thèse de Doctorat; Journal de Physique*, 1re série, t. X, p. 227, 333 et 434; 1881.

lames, suivant l'état de leurs surfaces. La formule (11 *bis*) est donc vérifiée par l'expérience.

11. Tous les résultats qui précèdent sont des conséquences naturelles de la théorie de la couche double.

On se tromperait grossièrement toutefois si l'on y voyait une preuve absolue de la non-existence d'actions chimiques irréversibles compliquant le phénomène de la polarisation; car, si la distribution irrégulière du courant, résultant de la forme et de la position arbitraire des électrodes, transporte inégalement les produits de l'électrolyse aux différents points d'une électrode donnée, il s'établira aussitôt à sa surface des couples locaux dont l'effet est de diminuer les inégalités; dans le cas, seul étudié ci-dessus, de liquides très conducteurs et de très faibles intensités du courant principal, l'équilibre pourra être considéré comme rétabli presque instantanément par les couples locaux, c'est-à-dire que tout se passera à peu près comme si l'électrode avait été d'abord également modifiée en tous ses points. L'altération des lois prévues par la théorie de la couche double sera légère et pourra passer inaperçue.

Il est donc indispensable de pousser plus loin l'étude des phénomènes.

12. *Capacités aparentes de charge.* — Quand on fait croître progressivement l'intensité I_0 du courant de charge de façon à atteindre des polarisations p notables (de l'ordre du dixième de volt, par exemple), on reconnaît que la formule (5 *bis*)

$$p = \frac{I_0 t}{C(1 + Bt)} \qquad (5\ bis)$$

continue à s'appliquer et fournit des valeurs de C sensiblement invariables; mais B croît linéairement avec I_0, d'après la formule

$$B = \beta + \gamma I_0, \qquad (12)$$

dans laquelle β et γ sont des constantes.

On peut donc écrire la formule (5 *bis*) généralisée

$$p = \frac{I_0 t}{C(1 + \beta t + \gamma I_0 t)} \qquad (13)$$

ou en remplaçant $I_0 t$ par Q (quantité d'électricité qui a passé dans le circuit)

$$(14) \qquad p = \frac{Q}{(1 + \beta t + \gamma Q)}.$$

Sous cette nouvelle forme, la formule p se présente comme une fonction de deux variables indépendantes, la quantité d'électricité et le temps.

La formule (14) indique pour une valeur de Q indéfiniment croissante une limite supérieure de la polarisation

$$P = \frac{1}{\gamma C}.$$

Si l'on attribue à P cette valeur, la capacité apparente $\frac{Q}{p}$ devient infinie, même pour $t = 0$. Il en est de même, à plus forte raison, de la capacité élémentaire

$$\frac{dQ}{dp} = \frac{C(1 + \beta t)}{(1 - \gamma p C)^2}.$$

13. *La variation avec le temps des capacités apparentes de polarisation est le signe certain d'actions chimiques illimitées*, c'est-à-dire d'une véritable électrolyse.

En ce qui concerne la variation de la capacité apparente avec la force électromotrice de polarisation atteinte, nous ignorons *a priori* si elle correspond ou ne correspond pas à une variation réelle de la charge électrique minimum que les électrodes doivent recevoir et *conserver* pour que la polarisation résultante croisse de dp. Pour s'en éclairer, il faut étudier ce qui se passe pendant la décharge du voltamètre, comme il a été indiqué ci-dessus.

C. — Étude du courant de décharge.

14. *Capacités efficaces pour la décharge.* — Voici, par exemple, les valeurs de la vitesse moyenne de dépolarisation η_1 pendant la première oscillation du pendule interrupteur, obtenues avec diverses valeurs de la polarisation moyenne $p = \frac{p_1 + p_0}{2}$. Elles se rapportent à des électrodes de platine, à une dissolution

d'azotate de soude à $0^{éq},2$ par litre, et à une charge de $10^s,69$ de durée.

La décharge s'effectuait à travers une résistance de 2000 ohms, et la dépolarisation en circuit ouvert était négligeable.

$p = \frac{p_1 + p_0}{2}$ en $\frac{1}{10000}$ de daniell.		η_1.
250		0,275
496		0,294
717		0,294
1046		0,284
1417		0,274
1902		0,265
	Moyenne...	0,281

Il est impossible de saisir dans cette expérience une variation systématique de η_1 et, par conséquent, de la capacité efficace

$$\mathcal{C}_1 = \frac{\tau}{R\eta_1}.$$

Celle-ci demeure donc sensiblement constante.

Dans les mêmes limites, l'accroissement relatif de la capacité apparente de charge correspondant à la polarisation p et à un temps nul aurait pour valeur 1,288. Une diminution de η_1 dans un tel rapport n'aurait pu passer inaperçue. Il faut en conclure que, dans les limites de l'expérience, l'accroissement de la capacité apparente avec p tient à des phénomènes secondaires irréversibles. *La capacité vraie, celle qui correspond à un phénomène réversible, doit être sensiblement invariable.*

15. Quand on fait varier la durée de charge t, le coefficient η_1 correspondant à une valeur fixe de p décroît et, par conséquent, la capacité efficace $\mathcal{C}_1$ croît quand t augmente. Ainsi, avec des électrodes de platine et de l'acide sulfurique à $1^{éq}$ par litre, on a trouvé (¹)

t.	p.	η_1.
$10^s,69$	764	0,207
$50^s,69$	781	0,132

(¹) Décharge à travers 2000 ohms.

16. Si l'on compare entre elles les valeurs de η, de η_1 à η_n, on observe un décroissement très sensible. Voici les valeurs de η pour des électrodes de platine, une dissolution de chlorure de sodium à $0^{\text{éq}},5$ par litre et $10^{s},69$ de charge :

		Polarisation moyenne en $\frac{1}{10000}$ de daniell.
η_1	0,265	785
η_2	0,238	604
η_3	0,201	483
η_4	0,231	390
η_5	0,183	316
η_6 à η_7	0,201	239
η_8 à η_{10}	0,177	151
η_{11} à η_{15}	0,126	80

Ainsi les capacités efficaces, qui sont en raison inverse de η, croissent à mesure que la polarisation décroît, *contrairement à ce qui avait lieu pour les capacités apparentes de charge*, et cette variation peut aller du simple au double dans les limites de l'expérience. Cet accroissement et l'accroissement de $\mathcal{C}_1$ avec t (paragraphe précédent) sont des phénomènes de même ordre. On ne peut les attribuer qu'à la formation et à la destruction de *résidus à longue période* dont l'effet est d'accroître la capacité apparente de charge, à mesure que la durée de charge augmente ou que le potentiel s'élève, et d'accroître aussi la capacité efficace de décharge à mesure que l'abaissement du potentiel les rend disponibles. On voit quelle est la complication des phénomènes irréversibles de la polarisation.

17. La comparaison des valeurs de $\mathcal{C}_1 = \frac{\tau}{R\eta_1}$ pour des durées de charge t de plus en plus faibles permet d'éliminer à peu près complètement l'effet des résidus en calculant la limite de $\mathcal{C}_1$ pour $t = 0$. Celle-ci ne diffère plus sensiblement de la capacité initiale de charge C.

Il faut conclure de là que *la réversibilité des phénomènes de la polarisation est complète à la limite pour une polarisation et une durée de charge ou de décharge infiniment petites;* qu'elle ne l'est plus, dès que l'un ou l'autre de ces éléments prend une valeur finie. Le mot de *capacité de polarisation n'a donc*

de sens bien défini expérimentalement que pour des valeurs nulles de p et de t. Cette *capacité initiale* peut seule être attribuée sans invraisemblance à une couche double.

PROCEEDINGS OF THE ROYAL SOCIETY OF LONDON;

Tome LIII; 1893.

TH. REID. — Ophthalmomètre portatif, p. 1.

L'auteur décrit un ophthalmomètre portatif destiné à mesurer la courbure de l'aire centrale de la cornée ou d'une surface réfléchissante sphérique de 6mm à 10mm de rayon. Cet appareil fournit tous les renseignements nécessaires au diagnostic et à la mesure de l'astigmatisme.

E.-H. GRIFFITHS. — Valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur déduite d'expériences effectuées en vue d'établir la relation entre les unités électriques et mécaniques et recherches sur la chaleur spécifique de l'eau à différentes températures, p. 6.

Les valeurs de l'équivalent mécanique de la chaleur, obtenues par Joule dans ses dernières déterminations, diffèrent l'une de l'autre de 1 pour 100 et les valeurs obtenues par d'autres expérimentateurs, à l'exception de celles de Rowland (1), donnent des écarts encore plus grands.

Les unités électriques semblent être actuellement fixées avec assez de précision pour qu'il soit opportun de déterminer leur relation avec les unités mécaniques. La difficulté que présentent de pareilles recherches ressort de la discordance des résultats obtenus par les divers savants qui, dans ces dernières années, ont employé des méthodes électriques. On rencontre, en effet, une cause d'erreur constante : la température du fil conducteur est supérieure à celle du milieu ambiant, d'où une modification indéterminée de la résistance.

---

(1) *Proceedings american Academy*, p. 153; juin 1879.

M. Griffiths emploie un calorimètre suspendu à l'intérieur d'une chambre dont les parois sont maintenues à température constante; on peut alors, d'observations faites à des températures très voisines, déduire la vitesse du réchauffement dû à l'agitateur seul. En répétant les expériences sur des intervalles de température dont la moyenne θ_1 diffère de la température θ_0 des parois, on obtiendra la variation de température due aux effets combinés de l'agitateur, de la radiation, de la conductibilité et de la correction pour tout l'intervalle de température employé.

L'auteur a employé des précautions spéciales pour assurer : 1° la constance de la température ambiante; 2° la régularité de l'échauffement dû à l'agitation; le succès de la méthode dépend de ces deux conditions.

Quant à la vitesse du réchauffement du calorimètre produit par le courant, elle a pour expression

$$\frac{\delta\theta_1}{\delta t} = \frac{E_2}{JR'M'},$$

R′ désignant la résistance du fil, M′ la capacité calorifique du calorimètre et de son contenu à la température θ_1.

L'auteur indique les minutieuses précautions qui ont été prises pour déterminer exactement E, R′, les temps, les masses et les températures.

Si maintenant T représente le temps nécessaire pour élever de 1° la température du calorimètre, la résistance étant 1 ohm, on aura

$$\frac{J}{E^2}M' = T.$$

En désignant par w le poids de l'eau, par w_x l'équivalent en eau du calorimètre, par f et g les coefficients de variation de leurs chaleurs spécifiques avec la température, on a

$$M' = w[1 + f(\theta_1 - \theta)] + w_x[1 + g(\theta_1 - \theta)]$$

d'où

$$\frac{J}{E^2}\left\{w[1 + f(\theta_1 - \theta)] + w_x[1 + g(\theta_1 - \theta)]\right\} = P.$$

En faisant deux expériences avec des poids w_1 et w_2 d'eau et observant les temps T_1 et T_2 correspondants, on aura par diffé-

rence

$$\frac{J}{E_2}(\varpi_1 - \varpi_2)[1 + f(\theta_1 - \theta)] = T_1 - T_2.$$

Si $\theta_1 = \theta$, on peut déterminer J sans connaître f et, en répétant les observations sur différents intervalles, calculer f sans connaître J; ou bien, ayant obtenu f, on peut trouver ϖ_x et g et en déduire l'équivalent mécanique de la chaleur J. Les deux méthodes ont été employées.

Le Tableau suivant donne les valeurs de T obtenues dans une série d'expériences que l'auteur considère comme plus précises. Un groupe est l'ensemble des expériences exécutées avec le même poids d'eau et avec un nombre différent d'éléments Latimer-Clark.

Valeurs de T.

	Groupe A. — $\varpi = 139,776$		Groupe C. — $\varpi = 199,674$		Groupe D. — $\varpi = 259,500$	
Température.	Moyenne de 6 expériences.	D'après la courbe.	Moyenne de 4 expériences.	D'après la courbe.	Moyenne de 5 expériences.	[illegible]
14,477...	458,7	458,8	580,7	580,9	702,7	[illegible]
15,581. .	459,1	458,9	581,0	581,0	703,3	[illegible]
16,682...	459,1	459,0	581,1	581,1	703,0	[illegible]
17,683...	459,0	459,1	581,3	581,1	703,1	[illegible]
18,688...	459,4	459,2	581,3	581,2	703,1	[illegible]
19,835...	459,3	459,3	581,9	581,3	703,6	[illegible]
21,115...	459,4	459,5	581,1	581,4	703,3	[illegible]
22,409...	459,7	459,6	581,6	581,4	702,9	[illegible]
23,862...	459,7	459,7	581,1	581,5	702,7	[illegible]
25,006...	459,9	459,8	581,5	581,6	703,4	[illegible]

Les valeurs calculées pour les températures entières de 15°, 20° et 25° sont les suivantes :

Températures.	Groupe A.	Groupe C.	Groupe D.
15	458,87	580,95	702,91
20	459,35	581,25	703,05
25	459,81	581,55	703,20

On déduit de ces résultats pour l'expression de la chaleur spécifique de l'eau entre 14° et 25°, rapportée à la valeur qu'elle a à 15°,

$$1 - 0,000266(t - 15).$$

De plus, en prenant :

1° Pour unité de résistance, celle qui est définie dans le rapport de l'*Association britannique* de 1892;

2° Pour force électromotrice de l'étalon Latimer-Clark Cavendish à 15°C., $1^v,4342$;

3° Pour unité thermique, la quantité de chaleur nécessaire pour élever la température de 1^{gr} d'eau de 1°C. à 15°C., la valeur la plus probable de J est

$$J = 4,1940 \times 10^7.$$

Ceci donne à la latitude de Greenwich ($g = 981,17$)

$$J = 427,45 \text{ kilogrammètres.}$$

Ce résultat ne diffère de celui qu'a donné Rowland que de $\frac{1}{930}$; les valeurs obtenues seraient égales à 11°,5.

En faisant la moyenne brute des résultats de Joule, on a une valeur qui ne diffère de celle de l'auteur que de $\frac{1}{4280}$.

J.-H. GRAY et J.-B. HENDERSON. — Effets des déformations mécaniques sur la résistance électrique des métaux; p. 76.

L'auteur a étudié d'abord l'effet des déformations mécaniques sur la densité des fils de cuivre, de plomb et de cuivre manganésifère. L'allongement des fils a toujours eu pour résultat de diminuer la densité. Le passage à la filière produit d'abord une augmentation, puis une diminution suivie d'une nouvelle augmentation de la densité.

Pour les résistances, l'auteur a trouvé commode de prendre l'unité de résistance spécifique introduite par Weber, c'est-à-dire la résistance d'une longueur de fil numériquement égale à sa densité et de section égale à l'unité. La comparaison des résultats se réduit alors à une simple comparaison de longueurs.

La méthode employée est celle du pont double de Thomson. La sensibilité était de $\frac{1}{10000}$.

Pour le cuivre et le fer doux, il se produit un allongement permanent maximum correspondant à des variations respectives de 1 pour 100 et de 2,5 pour 100 dans les résistances spécifiques.

Une nouvelle application de l'effort mécanique au delà de cette limite ne produit plus de variation temporaire.

Sur les fils d'acier, l'extension est toujours temporaire.

Ces résultats concordent avec ceux des autres expérimentateurs.

La conclusion générale est qu'au point de vue pratique les propriétés électriques des métaux sont sensiblement indépendantes des actions mécaniques, même les plus énergiques. On sait, au contraire, que ces propriétés sont modifiées dans des proportions très étendues par la présence de traces d'impuretés.

J.-J. THOMSON. — Électrolyse de la vapeur d'eau, p. 90.

Les lois de l'électrolyse de la vapeur d'eau ont été étudiées par M. Perrot (1), qui trouva que la vapeur d'eau est décomposée par le passage des décharges électriques en hydrogène, qui est entraîné dans le sens de la décharge, c'est-à-dire vers l'électrode négative, et en oxygène qui se meut en sens inverse; en outre, les excès de gaz recueillis aux électrodes sont chimiquement équivalents aux quantités de cuivre déposées dans un voltamètre à sulfate de cuivre intercalé dans le circuit. Ces conclusions furent d'ailleurs confirmées par M. Ludeking (2).

Comme ces résultats se rattachent étroitement au mode de passage de la décharge à travers les gaz et semblent se rapporter à une théorie émise par l'auteur, à savoir que la décharge à travers les gaz est accompagnée de changements chimiques analogues à ceux qui ont lieu dans les électrolytes, M. J.-J. Thomson a cherché à répéter et à étendre ces expériences.

L'appareil employé par l'auteur est une modification de celui de Perrot.

Les résultats varient beaucoup avec la longueur de l'étincelle et il y a lieu de distinguer le cas des étincelles courtes, moyennes et longues.

Pour les étincelles courtes, c'est-à-dire pour les étincelles de $1^{mm},5$ à 4^{mm}, l'apparence de la décharge est celle d'un arc et les résultats trouvés conduisent aux deux lois suivantes :

(1) *Annales de Chimie et de Physique*, (5), t. LXI, p. 161.
(2) *Philos. Mag.*, (5), t. XXXIII, p. 521.

1° Dans les limites des erreurs expérimentales, les volumes d'hydrogène et d'oxygène qui restent après l'explosion des mélanges gazeux dans des eudiomètres sont respectivement égaux aux volumes d'hydrogène et d'oxygène mis en liberté dans un voltamètre à eau placé dans le circuit.

2° L'excès d'hydrogène se trouve dans le tube qui correspond à l'électrode *positive,* l'excès d'oxygène dans celui qui correspond à l'électrode *négative.*

Cette seconde loi étant en contradiction avec les résultats de MM. Perrot et Ludeking, ainsi qu'aux prévisions théoriques, M. Thomson a fait un très grand nombre d'expériences pour s'assurer de son exactitude. Les résultats ont toujours été les mêmes.

Lorsque les étincelles sont de moyenne longueur, la première des lois précédentes cesse d'être exacte, mais la seconde subsiste tant que la longueur des étincelles ne dépasse pas 11^{mm}.

L'accroissement du rapport des volumes d'hydrogène recueillis dans l'eudiomètre et dans le voltamètre n'est pas continu quand la longueur des étincelles augmente. Dès que cette longueur dépasse 8^{mm}, ce rapport décroît rapidement et l'on arrive bientôt à une longueur d'étincelle pour laquelle l'excès d'hydrogène se produit indifféremment du côté de l'électrode positive ou du côté de l'électrode négative.

Pour les étincelles longues, les résultats obtenus sont conformes à ceux de MM. Perrot et Ludeking.

Au moment où l'étincelle passe par sa longueur critique de 8^{mm}, son apparence n'offre d'ailleurs rien de particulier.

Quant au volume d'hydrogène recueilli dans l'eudiomètre, M. Thomson trouve qu'il est presque égal à celui de l'hydrogène recueilli dans le voltamètre quand la longueur des étincelles dépasse peu la longueur critique. Mais, quand la longueur des étincelles devient beaucoup plus grande, les résultats deviennent très irréguliers.

On voit, en résumé, que la décomposition de la vapeur d'eau par les décharges est beaucoup moins simple qu'on ne l'avait cru jusqu'ici.

M. Thomson a fait, en outre, une série d'expériences ayant pour but de reconnaître les propriétés de l'hydrogène et de l'oxygène soumis à des décharges en *arc.* Il résulte, en effet, de ce

qui précède que, lorsque la décharge affecte cette forme, l'hydrogène se porte vers l'électrode positive et se conduit, par conséquent, comme s'il possédait une charge négative, ce qui est contraire aux idées reçues.

Avec l'oxygène, il obtient les résultats suivants :

1° Lorsqu'une électrode chargée négativement est plongée dans de l'oxygène traversé par un arc, elle perd rapidement cette charge, puis acquiert une charge positive jusqu'à ce que son potentiel atteigne une valeur V qui dépend beaucoup de la grandeur de l'arc et de sa distance à l'électrode. Dans beaucoup de cas, l'arc est égal à 10 ou 13 volts;

2° Lorsque l'électrode est chargée positivement à un potentiel élevé, son potentiel diminue jusqu'à la valeur V; quand le potentiel initial est inférieur à V, la charge augmente jusqu'à ce que le potentiel devienne égal à V.

Quand on augmente la longueur des étincelles, ces phénomènes deviennent moins nets, et, quand cette longueur est suffisante, la perte de charge de l'électrode est très lente, quel que soit le signe de cette charge.

Avec l'hydrogène, les résultats sont inverses. En partant de ces observations, l'auteur cherche à expliquer les résultats obtenus dans l'électrolyse de la vapeur d'eau.

A. SCOTT. — Sur la composition de l'eau en volume, p. 130.

Dans une série d'expériences effectuées en 1887, l'auteur avait trouvé, pour le rapport des volumes de l'hydrogène et de l'oxygène entrant dans la composition de l'eau, un nombre un peu inférieur à 2. L'erreur provenait de la combustion par l'oxygène des graisses des robinets. Il leur a substitué l'acide phosphorique sirupeux.

Le principal changement apporté à la méthode est qu'on opérait à volume constant et qu'on n'avait à mesurer que la pression. Les gaz étaient mélangés en volumes connus, on produisait la combustion par l'étincelle et l'on étudiait le résidu. Les gaz étaient considérés comme purs quand celui-ci était inférieur à $\frac{1}{110000}$.

Les meilleurs résultats ont été obtenus en préparant l'oxygène

par l'oxyde d'argent et l'hydrogène par l'hydrure de palladium.

La valeur probable du rapport des volumes, déduite de quarante-sept expériences, est 2,002466 ± 0,000003, ce qui, en admettant le rapport des densités donné par lord Rayleigh, donne, pour le poids atomique de l'oxygène, le nombre 15,862.

Le nombre donné par MM. Dittmar et Henderson est 15,866.

Le nombre donné par MM. Cooke et Richard est 15,869.

M. Leduc ([1]) a trouvé 15,876, le rapport des volumes d'hydrogène et d'oxygène étant, d'après lui, 2,0037 et le rapport de densité 15,905.

Enfin M. Morley ([2]) avait trouvé pour le rapport des volumes 2,0023.

LORD RAYLEIGH. — Densités des principaux gaz, p. 134.

Dans un travail précédent ([3]), l'auteur a trouvé pour le rapport des densités de l'oxygène et de l'hydrogène le nombre 15,882. Il se propose, dans ce Mémoire, d'obtenir les valeurs absolues de ces densités.

Il était nécessaire de peser un ballon plein d'eau et de déterminer avec précision la température et la pression. On aurait pu simplement déterminer les erreurs des baromètres employés dans les premières mesures, mais l'auteur a préféré ne pas faire intervenir l'atmosphère et se servir d'un manomètre relié directement au ballon. De cette manière, on n'est pas obligé de se presser pour établir l'équilibre de la pression qui d'ailleurs, comme le montre un calcul simple, se produit au bout d'un temps beaucoup moins long.

On opérait à la température de la glace fondante. Le manomètre présente plusieurs dispositions nouvelles ; c'est en réalité une jauge manométrique dans laquelle on a cherché à éviter plusieurs causes d'erreur telles que : l'imperfection du vide dans la chambre, les inexactitudes de la mesure d'une longueur dont on

---

([1]) *Comptes rendus*, t. CXV, p. 313.

([2]) *Americ. Journ. of Science*, (3), t. XLI, p. 220, 276.

([3]) *Proc. of the Roy. Soc.*, t. L, p. 448, et *Journal de Physique*, (3), t. III, p. 44.

ne repère pas les extrémités de la même façon, la réfraction irrégulière par les parois du tube et l'emploi du cathétomètre.

La hauteur du mercure dans le manomètre était déterminée au moyen d'une tige de fer de longueur exactement connue, placée dans le tube manométrique et terminée en bas par une pointe, en haut par un étrier traversant la surface supérieure du mercure et portant une pointe dirigée de haut en bas. La coïncidence des extrémités des pointes avec leurs images dans le mercure était observée à l'aide de lentilles.

Le ballon communiquait avec la machine de Töppler, l'appareil producteur de gaz ou le réservoir de pression.

La méthode employée était celle de Jolly. Le vide dans le manomètre pouvait être poussé assez loin pour qu'on pût négliger le poids du gaz restant. La sensibilité de la jauge de Töppler est telle qu'on peut encore mesurer cette quantité; mais il n'y a pas avantage à pousser le vide beaucoup plus loin, le mieux étant de produire le même degré de vide dans les deux cas.

Les valeurs relatives des poids employés ont été soigneusement déterminées; elles sont seules nécessaires puisqu'il s'agit seulement d'évaluer les densités relatives de l'eau et des différents gaz.

L'oxygène était préparé par trois méthodes : 1° par décomposition des chlorates de potassium et de sodium; 2° par le permanganate de potassium; 3° par l'électrolyse.

L'azote était extrait de l'air atmosphérique.

Lord Rayleigh a trouvé pour les densités de l'air, de l'oxygène, de l'azote et de l'hydrogène rapportées à celles de l'eau à 4°, les nombres étant ramenés à une pression de 760^{mm} de mercure à 0° sous la latitude de Paris :

Air	0,00129327
Oxygène	0,00142952
Azote..................	0,00125718
Hydrogène	0,000090009

En passant aux densités prises par rapport à l'air, on trouve, en comparant aux données fournies par d'autres expérimentateurs :

	Oxygène.	Azote.	Hydrogène.
Regnault.............	1,10562	0,97138	0,06949
Joly.................	1,10502	0,97245	»
Leduc................	1,1050	0,9720	0,06947
Rayleigh.............	1,10535	0,97209	0,06960
Moyenne........	1,10525	0.97218	0,06952

Les écarts sont surtout notables pour l'hydrogène. L'explication proposée par M. Leduc ([1]) ne semble pas suffisante, le tube par lequel on établit la communication avec l'extérieur ayant 2^m de long et $0^m,05$ de large et la durée de la communication pouvant varier, sans influence sensible, de quatre à trente minutes.

Il est cependant probable qu'on doive adopter un nombre plus faible que celui de Lord Rayleigh, la correction de contraction n'étant sans doute pas suffisante. Si le rapport des poids atomiques est bien 15,88 et celui des densités 15,90, comme le trouve M. Leduc, le rapport des volumes aurait une valeur beaucoup plus élevée que celle (2,002) qui résulte des mesures très soignées de M. Morley. D'ailleurs, les recherches de M. Scott (analysées plus haut) portent ce nombre à 2,00245. Le rapport des volumes et la densité de l'hydrogène ne semblent pas être actuellement fixés à plus de $\frac{1}{1000}$ près.

W. RAMSAY et J. SHIELDS. — Variation de l'énergie superficielle avec la température, p. 150.

Il y a une étroite analogie entre l'équation des gaz parfaits

$$pv = RT$$

et la relation

$$\gamma s = k\tau,$$

dans laquelle γ représente la tension superficielle, s la surface, k une constante et τ la température comptée à partir de 6° environ au-dessous du point critique du liquide.

En prenant ce point comme origine et tenant compte de ce que la relation cesse d'être linéaire à une température de 30° au-dessous de la température critique, on obtient la formule

$$\gamma s = k\tau - kd(1 - 10^{-\lambda\tau}).$$

([1]) *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* juillet 1892.

L'auteur a étudié l'éther, le formiate de méthyle, l'acétate d'éthyle, le tétrachlorure de carbone, la benzine, le chlorobenzène, l'acide acétique, les alcools méthylique et éthylique. On connaît, pour ces corps, le volume du liquide et de la vapeur sous pression de saturation, nécessaires pour déduire γ de l'ascension du liquide dans les tubes capillaires et, pour calculer s, la surface *moléculaire,* qui est égale à $v^{\frac{2}{3}}$.

En admettant la constance du coefficient k pour la surface moléculaire des liquides *normaux,* on peut calculer le nombre des molécules simples qui se sont réunies pour former un composé. On trouve ainsi que les formules des deux alcools sont $(C^2H^6O)^4$ et $(CH^4O)^4$ à $-90°$, et que la formule de l'acide acétique est $(C^2H^4O^2)^4$ à 20°. Ces résultats, obtenus sur des liquides non dilués, s'accordent convenablement avec ceux de Raoult.

Les auteurs ont montré, incidemment, qu'il n'y a pas d'angle de raccordement entre le verre et le liquide quand celui-ci n'est en contact qu'avec sa propre vapeur.

W. STEWART. — **Conductibilité thermique absolue du cuivre et du fer, p. 151.**

La méthode employée est celle de Forbes avec deux modifications :

1° Les températures étaient déterminées à l'aide d'un couple thermo-électrique linéaire. Le couple thermo-électrique était formé de fer et de maillechort; il donnait, entre 0° C. et 200 C., une déviation sur l'échelle du galvanomètre d'environ quatre divisions pour une différence de 1° entre les températures des soudures.

2° Le barreau était protégé contre les courants d'air et la radiation extérieure par une cuve de zinc.

Les expériences ont porté, dans un intervalle de température de 15° C. à 220° C., sur le fer forgé ordinaire et le cuivre électrolytique.

Pour passer de la diffusibilité à la conductibilité absolue, on a déterminé les densités des métaux employés et la variation de leur chaleur spécifique avec la température. Les résultats sont les suivants :

Diffusibilité h_t du fer à t° C .... 0,208 (1 — 0,00175 t),
Conductibilité thermique absolue k_t du fer à t° C... 0,172 (1 — 0,0011 t),
Diffusibilité h_t du cuivre à t° C .... 1,38 (1 — 0,0012 t),
Conductibilité absolue k_t du cuivre à t° C .... 1,10 (1 — 0,00053 t).

L'auteur a déduit de ces résultats des valeurs du pouvoir émissif qui concordent suffisamment avec celles qu'ont données Mac Farlane et Tait pour des surfaces assez semblables.

J. HOPKINSON, E. WILSON et F. TYDALL. — Viscosité magnétique, p. 352.

Ces recherches sur la viscosité magnétique sont la continuation de celles de MM. J. et B. Hopkinson [1], dans lesquelles était établie, pour des anneaux de fils fins de fer doux et d'acier, la relation entre l'induction magnétique et la force magnétisante en opérant soit par la méthode balistique ordinaire, soit par des courants alternatifs allant jusqu'à 125 périodes complètes par seconde. Il s'agissait de savoir s'il existe une divergence réelle entre les courbes obtenues par les deux méthodes ou si la non-coïncidence de ces courbes est due au galvanomètre balistique.

Les auteurs sont arrivés aux conclusions suivantes :

1° Comme le professeur Ewing l'avait déjà observé, après un changement brusque de la force magnétisante, l'induction n'atteint pas immédiatement sa valeur finale, mais il y a un accroissement faible qui continue pendant quelques secondes.

2° La petite différence qui existe entre la courbe balistique d'aimantation avec cycles complets et la courbe déterminée avec une fréquence considérable est un véritable effet de temps, la différence étant plus grande entre une fréquence de 72 périodes par seconde et une fréquence de 5 qu'entre celle-ci et la courbe balistique.

H. WILDE. — Le spectre du thallium; ses relations avec les spectres homologues de l'indium et du gallium, p. 301.

Outre la raie verte bien connue du thallium, Huggins [2] semble

---

[1] *Electrician*, 9 sept. 1892.
[2] *Phil. Trans.*, t. CLIV, p. 152; 1864.

avoir observé le premier une raie rouge à laquelle il assigna une longueur d'onde $h = 6547$ dans l'échelle d'Ångström; mais l'existence de cette raie n'a pas été confirmée par Thalén, par Liveing et Dewar, ni par les autres observateurs.

Les recherches de M. H. Wilde ont mis hors de doute l'existence de cette raie.

Quand on volatilise le thallium ou son chlorure dans l'arc électrique entre deux pointes de charbon, on aperçoit une raie rouge qui semble coïncider avec la raie C de l'hydrogène ($h = 6562$). Comme cette raie apparaît invariablement dans le spectre de toutes les substances métalliques fourni par l'étincelle dans l'air humide, l'auteur l'a d'abord considérée comme due à l'électrolyse de la vapeur d'eau contenue dans l'air. Toutefois, comme cette raie n'apparaît pas dans le spectre, produit par l'arc, des métaux alcalins et d'autres étudiés dans les mêmes conditions, il devenait probable que la raie rouge appartenait bien au spectre du thallium.

L'auteur, en opérant dans l'air sec, a d'abord démontré que la raie rouge n'était pas due à l'hydrogène de la vapeur d'eau. Elle n'est pas due non plus à de l'hydrogène occlus par le thallium, car, en faisant éclater l'étincelle entre des électrodes de thallium et des électrodes de palladium saturées d'hydrogène, la raie C de l'hydrogène apparaissait bien pendant quelques secondes, mais elle disparaissait lorsque les électrodes s'étaient échauffées. Enfin, le spectre du thallium fondu dans le vide au foyer d'une lentille est le même que dans les expériences précédentes.

Dans toutes ses expériences, l'auteur a trouvé que la raie rouge du thallium est un peu plus réfrangible que la raie C de l'hydrogène.

L'auteur a déjà indiqué (¹) que les raies caractéristiques des métaux alcalins et de leurs homologues dans la série du thallium se déplacent vers les parties les plus réfrangibles du spectre dans l'ordre inverse de leurs poids atomiques. Les spectres du thallium, du gallium et de l'indium présentent, en deçà de l'ultra-violet, des couples de raies homologues distribuées dans le même ordre

(¹) *Proceed. and Memoirs of the Manchester Lit. and Phil. Society*, 1878-1886.

que leurs poids atomiques :

Tl = 204;	λ 6560, 5349,
In = 113,4;	λ 4510, 4101,
Ga = 70;	λ 4170, 4031.

Les intervalles entre les deux raies varient dans le même ordre.

Il serait intéressant de voir si le spectre du scandium dans l'arc contient un couple de lignes semblables dans l'ultra-violet.

A.-W. REINOLD et A.-W. RÜCKER. — Épaisseur et résistance électrique de lames minces liquides, p. 394.

Ce Mémoire rend compte d'expériences effectuées dans le but de déterminer l'épaisseur de lames minces d'eau de savon de diverses compositions. Deux méthodes ont été employées :

1° Une méthode optique, dans laquelle l'épaisseur moyenne d'environ 50 lames planes contenues dans un tube a été déduite d'observations sur les phénomènes d'interférences;

2° Une méthode électrique, dans laquelle l'épaisseur d'une lame cylindrique est tirée de mesures de la résistance électrique.

La méthode optique donne l'épaisseur vraie si, comme le pensent les auteurs, l'indice de réfraction d'une lame mince de liquide est le même que celui d'une grande masse de ce liquide.

Dans la méthode électrique, on suppose que la conductibilité d'un liquide ne varie pas, quand on l'étire en lame mince.

Si les résultats obtenus par les deux méthodes concordent, c'est que la résistance électrique d'une lame n'est pas affectée par sa ténuité; si les résultats diffèrent beaucoup, c'est que la conductibilité spécifique du liquide varie.

Les auteurs ont montré, en 1883, que l'épaisseur obtenue pour une lame formée d'une solution de savon dur contenant 3 pour 100 de AzO^3K, avec ou sans glycérine, est la même par les deux méthodes. Il n'en est plus de même, quand on fait varier la proportion de AzO^3K.

L'épaisseur optique varie en sens inverse de la quantité de AzO^3K, pour une teneur donnée en savon dur et en raison inverse de la quantité de savon, quand il n'y a pas de sel dissous;

elle est à peu près indépendante de la quantité de savon dur, quand la solution de AzO^3K est à 3 pour 100.

L'épaisseur électrique, dans le premier des trois cas précédents, varie dans le même sens que l'épaisseur optique, mais beaucoup plus rapidement; ce n'est donc pas l'épaisseur vraie. Cette épaisseur électrique peut varier beaucoup d'une lame à l'autre; un examen attentif a montré l'existence, dans une même lame, de deux plages séparées par une ligne très irrégulière et dont les épaisseurs sont sensiblement dans le rapport de 1 à 2.

Les expériences faites pour déterminer la cause de l'accroissement considérable qu'éprouve la conductibilité électrique dans les lames formées de solutions qui contiennent très peu de sels, ont montré que cet effet :

1° Est indépendant de petites variations de température;

2° N'est pas dû à l'absorption ou à la production de vapeur d'eau par la lame;

3° N'est pas dû à des variations de composition produites par le passage du courant;

4° Est indépendant de la proportion d'acide carbonique dans l'atmosphère ambiante;

5° Ne varie pas quand on forme ces lames dans l'oxygène.

Les auteurs ont constaté des effets analogues sur des lames plus épaisses; le phénomène ne peut pas être attribué exclusivement à la formation d'une pellicule, il faut faire intervenir une modification dans la composition chimique de la lame liquide.

René Paillot.

COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

T. CXVI et CXVII; 1893.

E.-H. AMAGAT. — Sur la relation qui existe entre les coefficients des formules de Coulomb (magnétisme), de Laplace et d'Ampère, t. CXVII, p. 86.

Des formules

$$f = K \frac{mm'}{r^2},$$

$$f = \lambda \frac{mi\,ds}{r^2} \sin\alpha,$$

$$f = \frac{aii'\,ds\,ds'}{r^2}(2\cos\theta - 3\cos\alpha\cos\alpha'),$$

on déduit entre les coefficients la relation

$$\lambda^2 = NKa,$$

N étant une constante numérique qu'on fait ensuite égale à l'unité. A-t-on le droit de considérer comme rigoureux le raisonnement qui conduit à la relation

$$\lambda = K = a = 1 \qquad \text{et} \qquad N = 1?$$

Il est facile de voir que, quelle que soit la marche adoptée, on vient se heurter à un postulatum : la formule de Laplace ne sert de lien entre celles de Coulomb et d'Ampère qu'à un facteur numérique près que l'expérience seule peut déterminer, et cela contrairement à l'assertion de quelques auteurs. R. Dongier.

VASCHY. — Sur une propriété générale des champs admettant un potentiel, t. CXVI, p. 1244.

S'il existe en chaque point de l'espace, à l'intérieur d'une surface fermée S, un vecteur f tel que ses trois composantes X, Y, Z dérivent d'un potentiel V, qui soit fini et continu, sauf sur certaines surfaces de discontinuité s_1, s_2, où sa composante normale $f_n = -\frac{dV}{dn}$ varie brusquement d'une face à l'autre, il est toujours possible de trouver une distribution de masses m_1, m_2

telle que la fonction

$$V' = \frac{m_1}{r_1} + \frac{m_2}{r_2} + \ldots = \sum \frac{m}{r}$$

soit identique à V dans l'intérieur de la surface S; r_1, r_2, r_3, ... désignant les distances respectives des masses m_1, m_2, ... au point (x, y, z).

Le sens attribué par l'auteur au mot *masse* est, en général, différent du sens ordinaire de ce mot; il est défini par l'égalité $V' = V$.

Pour le vérifier, on considère la fonction v identique à V dans l'intérieur de S, nulle dans l'intervalle de S et d'une surface S' qui l'enveloppe, sans autre discontinuité que celle où $-\frac{dV}{dn}$ varie brusquement; elle définit la densité de volume et la densité superficielle

$$\rho = -\frac{1}{4\pi}\Delta v,$$

dans tout l'espace

$$\sigma = -\frac{1}{4\pi}\left[\left(\frac{dv}{dn}\right)_1 + \left(\frac{dv}{dn}\right)_2\right],$$

sur les surfaces de discontinuité.

L'expression du potentiel en un point devient alors

$$V' = \int_{E'} \frac{\rho\, dv}{r} + \int_{s_1, s_2, \ldots} \frac{\sigma\, dz}{r}.$$

En posant $V' = v = V$ et transformant cette expression après combinaisons convenables, on conclut que l'intégrale triple

$$\int\int\int_{E''} \left[\left(\frac{dV}{dx}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dy}\right)^2 + \left(\frac{dV}{dz}\right)^2\right] dx\, dy\, dz,$$

tend vers σ quand le champ E'' de l'intégration est infini.

D'où

$$\frac{dV}{dx} = \frac{dV}{dy} = \frac{dV}{dz} = 0, \qquad V = 0,$$

car à l'infini

$$V = V' = 0.$$

Donc V' est identique à v et une distribution des m est définie qui s'accorde avec la distribution connue des potentiels.

R. D.

VASCHY. — Essai d'une nouvelle théorie de l'électrostatique, t. CXVI, p. 1286.

On peut faire la théorie de l'électrostatique sans admettre : 1° l'existence réelle de masses électriques agissant sur des masses semblables et sur la matière pondérable; 2° l'extension de la loi de Coulomb $\left(f = \frac{mm'}{r^2}\right)$ aux actions réciproques de ces masses; 3° l'hypothèse de l'électrisation induite dans les diélectriques. L'expérience démontre que deux sphères s et s' assez petites pour n'apporter qu'une perturbation insensible dans un champ aux points M_1, M_2, M_3, ... reçoivent successivement en ces points des actions F_1, F_2, F_3, ..., F'_1, F'_2, F'_3, ...; ces actions successives en un même point M sont parallèles et proportionnelles.

On a

$$\frac{F'_1}{F_1} = \frac{F'_2}{F_2} = \frac{F'_3}{F_3} = \ldots = \mu$$

(μ dépend des deux sphères utilisées).

On peut donc définir pour chacune d'entre elles les quantités λ et λ' telles que

$$\mu = \frac{\lambda'}{\lambda}.$$

Et alors

$$\frac{F_1}{\lambda} = \frac{F'_1}{\lambda'} = f_1, \qquad \frac{F_2}{\lambda} = \frac{F'_2}{\lambda'} = f_2, \qquad \ldots.$$

Les quantités f_1, f_2, f_3, ... caractérisent le champ aux points M_1, M_2, ..., indépendamment des sphères d'épreuves utilisées.

Les quantités f dérivent d'un potentiel V; si, en effet, on fait parcourir à la sphère d'épreuve λ un chemin fermé quelconque, la force $\lambda f = F$ effectue un travail total nul. La force F admet donc le potentiel λV.

Enfin, en vertu de la Note (*Comptes rendus*, p. 1244), la fonction V suffit à définir la distribution des masses électriques; les densités de volume et superficielles sont données en chaque point par les formules

$$\rho = -\frac{1}{4\pi}\Delta V,$$

$$\rho = -\frac{1}{4\pi}\left[\left(\frac{dV}{dn}\right)_1 + \left(\frac{dV}{dn}\right)_2\right].$$

VASCHY. — Propriété générale d'un champ quelconque n'admettant pas de potentiel, t. CXVI, p. 1355.

La loi de distribution des masses produisant un champ donné admettant un potentiel peut être établie à l'aide du vecteur f dont les composantes satisfont à la relation

$$f = -\frac{1}{4\pi}\Delta V = +\frac{1}{4\pi}\left[\frac{dX}{dx} + \frac{dY}{dy} + \frac{dZ}{dz}\right].$$

Dans le cas où f n'admet pas un potentiel, la distribution peut être représentée en chaque point par un vecteur μ, de telle sorte que la masse vectorielle d'un volume dv soit $\mu\,dv$. Une pareille masse développe en un point M à la distance r dans une direction mM faisant avec le vecteur l'angle θ, une force perpendiculaire au plan du vecteur et de la droite et égale à $\frac{\mu\,dv\cos\theta}{r^2}$.

D'où la propriété : La répartition de la force (ou du vecteur) f aux divers points du champ, à une époque t, est identique à la répartition de la résultante de deux forces fictives f_1 et f_2 définies ainsi : la force f_1 serait développée par un système de masses agissant à distance suivant la loi de la gravitation universelle; f_2 serait développée par un système de masses vectorielles agissant à distance suivant la loi énoncée plus haut. Les composantes μ_x, μ_y, μ_z de la densité μ vectorielle sont données par les formules

$$4\pi\mu_x = \frac{dY}{dz} - \frac{dZ}{dy},$$
$$4\pi\mu_y = \frac{dZ}{dx} - \frac{dX}{dz},$$
$$4\pi\mu_z = \frac{dX}{dy} - \frac{dY}{dx}.$$

L'auteur donne la démonstration de cette proposition et une application à l'étude des corps vibrants. LAMOTTE.

VASCHY. — Sur une propriété générale des champs électriques et magnétiques, t. CXVI, p. 1437.

L'utilisation des propriétés démontrées plus haut, permet, en appliquant certains résultats expérimentaux, tirés par exemple de l'expérience de Biot et Savart, relative à l'action d'un courant cy-

lindrique indéfini sur un aimant, de faire la théorie de l'électromagnétisme, que l'auteur expose en quelques mots. L.

VASCHY. — Calcul des forces auxquelles sont soumis les corps placés dans un champ électromagnétique, t. CXVII, p. 726 et 1065.

D'après Maxwell, l'ensemble des corps situés dans un champ électrique à l'intérieur d'une surface S est soumis de la part du reste du champ à des tensions (ou pressions) appliquées aux divers éléments de S. La tension p par unité de surface au point M a une direction telle que le vecteur représentant l'intensité f du champ en M soit bissecteur de l'angle formé par cette direction et par celle de la normale extérieure à la surface S en M, et une grandeur $p = \frac{f^2}{8\pi K}$ ne dépendant que de l'intensité f du champ et du pouvoir inducteur spécifique K du milieu au point M.

Si l'on prend pour surface S celle d'un parallélépipède rectangle infiniment petit ayant pour arêtes dx, dy, dz, la force électrique $F\,dx\,dy\,dz$ est la résultante des pressions appliquées à ses six faces.

Si p_{xx}, p_{yx}, p_{nx} sont les composantes suivant Ox des tensions appliquées en M à trois éléments de surface égale à l'unité, respectivement normaux aux axes Ox, Oy, Oz, on a pour la composante Ox de la force $F\,dx\,dy\,dz$

$$F_x\,dx\,dy\,dz = \frac{\partial p_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial p_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial p_{zx}}{\partial z}\,dx\,dy\,dz.$$

Si X, Y, Z sont les composantes de f suivant les trois axes

$$8\pi K p_{xx} = X^2 - Y^2 - Z^2,$$
$$8\pi K p_{yx} = 2XY,$$
$$8\pi K p_{xz} = 2XZ.$$

Si l'on pose pour abréger

$$4\pi\rho = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{X}{K}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{Y}{K}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{Z}{K}\right),$$
$$4\pi\mu_x = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial x},$$
$$4\pi\mu_y = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z},$$
$$4\pi\mu_z = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x},$$

ρ étant la densité de masse électrique et le vecteur μ la densité de masse vectorielle électrique (*Comptes rendus*, t. CXVI, p. 1437), on a finalement

$$F_x = X\rho \frac{f^2}{8\pi K} \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{K}\right) + \frac{Y\mu_z - Z\mu_y}{K}.$$

La force F peut donc être considérée comme la résultante de trois autres :

1° Une force $F = f\rho$ identique à celle qui résulte de la loi de Coulomb : elle a même direction que l'intensité f du champ et est égale au produit de f par la densité électrique ρ;

2° Une force $F_x = -\frac{f^2}{8\pi K} \frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{1}{K}\right)$ existant seulement dans les milieux non homogènes, qui pousse le corps dans le sens où $\frac{1}{K}$ décroît le plus rapidement; elle est proportionnelle à la variation relative de $\frac{1}{K}$, $\frac{\partial K}{K\,\partial n}$ et à la grandeur de la tension $\frac{f^2}{8\pi K}$; sa direction est indépendante de l'orientation du champ;

3° Une force $F_\mu = \frac{1}{K} f\mu \sin\theta$, perpendiculaire à la direction du champ f et à celle de la densité μ de la masse vectorielle électrique, proportionnelle à l'aire du parallélogramme construit sur f et μ : cette force n'existe que dans l'état variable du champ, puisque dans l'état d'équilibre $\mu = 0$.

On trouvera de même, dans le cas du champ magnétique :

1° Une force $F = f\rho$ conforme à la loi de Coulomb;

2° Une force $F_K = -\frac{f^2}{8\pi K} \frac{\partial}{\partial n} \frac{1}{K}$ dans un milieu non homogène;

3° Une force $F_\mu = \frac{1}{K} f\mu \sin\theta$, existant seulement dans les parties du champ où il n'y a pas de potentiel magnétique; cette dernière représente la force exercée par un champ magnétique sur un courant : il suffit de prendre $\mu = i$, ainsi qu'il résulte des expériences de Biot et Savart.

Si l'on tient compte des relations indiquées par Maxwell entre l'intensité $f_e(X_e, Y_e, Z_e)$ et l'intensité $f_m(X_m, Y_m, Z_m)$ d'un champ magnétique variable, les équations données ci-dessus se

simplifient. Ces relations de Maxwell sont les suivantes

$$\frac{\partial Y_e}{\partial z} - \frac{\partial Z_e}{\partial y} = -\frac{1}{K}\frac{\partial X_m}{\partial t},$$
$$\frac{\partial Y_m}{\partial z} - \frac{\partial Z_m}{\partial y} = \frac{1}{K}\frac{\partial X_e}{\partial t} + 4\pi\frac{X_e}{R},$$

et celles qui s'en déduisent par permutation circulaire. K et K' sont les inverses des pouvoirs conducteurs électrique et magnétique du milieu; R sa résistance spécifique.

Il vient alors

$$F_x = \frac{1}{4\pi KK'}\left[\frac{\partial}{\partial t}(Y_m Z_e - X_m Y_e) + \frac{4\pi K}{R}(Y_m Z_e = Z_m Y_e)\right].$$

Posons, pour simplifier,

$$KK' = a^2, \qquad R = 4\pi K\theta,$$
$$4\pi w_x = Y_m Z_e - Z_m Y_e,$$
$$4\pi w_y = Z_m X_e - X_m Z_e,$$
$$4\pi w_z = X_m Y_e - Y_m X_e;$$

on aura alors

$$a^2 F_x = \frac{w_x}{\theta} + \frac{\partial w_x}{\partial t},$$
$$a^2 F_y = \frac{w_y}{\theta} + \frac{\partial w_y}{\partial t},$$
$$a^2 F_z = \frac{w_z}{\theta} + \frac{\partial w_z}{\partial t}.$$

La force F par unité de volume peut donc être considérée comme la résultante :

1° D'une force $\frac{w}{a^2\theta}$ proportionnelle à w et ayant même direction que ce vecteur; elle n'existe que dans les conducteurs, puisque θ est infini pour les isolants : c'est l'action du champ magnétique sur le courant;

2° D'une force $\frac{1}{a^2}\frac{\partial w}{\partial t}$ ayant même direction que w : c'est la force développée par la variation du champ.

La vérification expérimentale de ces formules paraît assez compliquée. L.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Philosophical Magazine.

5e série, t. XXXVIII; septembre 1894.

J. Webster Low. — *Sur la vitesse du son dans l'air, les gaz et les vapeurs pour des notes pures de différente hauteur*, p. 249.

F.-W. Hill. — *Planimètre de Hatchet*, p. 265.

J. Perry. — *Écran magnétique constitué par un cylindre creux de fer. Cas le plus simple*, p. 270.

S. Skinner. — *La pile de Clark donnant naissance à un courant*, p. 271.

B. Moore. — *Relation entre la tension superficielle et la pression osmotique de solutions*, p. 279.

Lord Rayleigh. — *Courant minimum perceptible par le téléphone*, p. 285.

Lord Rayleigh. — *Essai d'une théorie quantitative du téléphone*, p. 295.

E.-C.-C. Baly et W. Ramsay. — *Expériences sur les relations entre la pression, le volume et la température dans les gaz raréfiés*, p. 301.

Octobre 1894.

F.-L.-O. Wadsworth. — *Spectroscopes à bras fixes*, p. 337.

J. Mc Cowan. — *Onde la plus haute de type permanent*, p. 351.

J.-J. Thomson. — *Sur la vitesse des rayons cathodiques*, p. 358.

Lord Rayleigh. — *Sur l'amplitude des plus faibles vibrations aériennes perceptibles à l'oreille*, p. 365.

C. Chree. — *Note sur la relation entre les coefficients de pression en Thermométrie*, p. 371.

H. Crew et R. Tatnall. — *Nouvelle méthode pour dessiner les spectres des métaux*, p. 379.

L.-R. Wilberforce. — *Sur les vibrations d'un ressort en spirale chargé*, p. 386.

W.-C. Dampier Wetham. — *Sur la vitesse des ions et le pouvoir relatif d'ionisation des dissolvants*, p. 392.

R. Appleyard. — *Sur les diélectriques*, p. 396.

Lord Kelvin. — *Résistance d'un fluide à un plan qui se meut uniformément dans une direction inclinée d'un petit angle par rapport à lui*, p. 409.

J.-J. Blake. — *Densités de la croûte terrestre*, p. 413.

G.-J. Stoney. — *De l'électron, ou atome d'électricité*, p. 418.

Wiedemann's Annalen.

T. LII, n° 8; 1894.

A. Bock. — *Sur le rapport de la contraction transversale à la dilatation longitudinale pour des tiges de divers métaux, considéré comme fonction de la température*, p. 609.

P. Lebedew. — *Action mécanique des ondes sur des résonateurs au repos. I. Ondes électromagnétiques*, p. 621.

J.-W. Low. — *Sur la vitesse du son dans l'air, les gaz et les vapeurs pour des sons simples de diverse hauteur*, p. 641.

W. Woigt. — *Sur les milieux sans forces intérieures et sur une interprétation mécanique qu'ils fournissent des équations de Maxwell et de Hertz*, p. 565.

R. Haas. — *Conductibilité spécifique et coefficient de température des alliages de zinc et de cuivre*, p. 673.

K.-R. Koch et A. Wüllner. — *Résistance à l'extension et polarisation d'électrodes de petite surface*, p. 691.

B.-W. Stankewitsch. — *Contribution expérimentale à la connaissance de la polarisation diélectrique des liquides*, p. 700.

A. Kleiner. — *Détermination du siège de l'électricité dans les condensateurs*, p. 728.

O. Grotrian. — *Sur l'aimantation de cylindres de fer*, p. 735.

A. Abt. — *Propriétés magnétiques de la magnétite de Moravie et de l'acier soumis à de puissantes forces magnétisantes; leurs moments magnétiques absolus*, p. 749.

B. Hasselberg. — *Sur le spectre de lignes de l'oxygène*, p. 758.

B. Walter. — *Sur le réglage d'une plaque de Gauss*, p. 762.

B. Wiesengrund. — *Phénomènes qui se produisent dans la fusion des alliages de plomb et d'étain*, p. 777.

N° 9, 1894.

W. Hallwachs. — *Sur la réfraction et la densité des solutions étendues*, p. 1.

F. Kohlrausch et W. Hallwachs. — *Sur la densité de dissolutions aqueuses étendues*, p. 14.

W. Voigt. — *Observations sur la résistance à la rupture dans le cas de déformations uniformes*, p. 43.

W. Nernst. — *Sur la variation d'énergie libre qui résulte du mélange de dissolutions concentrées*, p. 57.

P. Drude. — *Polarisation elliptique de la lumière réfléchie par les corps transparents*, p. 69.

H. Ruoss. — *Importance en Optique des lignes de force et des surfaces de niveau*, p. 77.

L. Graetz et L. Fomm. — *Sur le mouvement des corps diélectriques dans un champ électrostatique uniforme*, p. 85.

L. Arons. — *Sur les constantes diélectriques des sels à l'état solide et leur indice de réfraction à l'état liquide*, p. 95.

K. Schreber. — *Sur la théorie de l'électromètre capillaire*, p. 109.

H. von Helmholtz. — *Conséquences de la théorie de Maxwell sur les mouvements de l'éther libre*, p. 135.

H. Ébert. — *Sur les oscillations électriques lentes et leurs actions*, p. 144.

L. Zehnder. — *Mesures avec des rayons de force électriques (prisme et réseau)*, p. 162.

W. Donle. — *Recherches sur la diminution de longueurs d'ondes électriques dans les fils de Lecher*, p. 178.

G.-W.-A. Kuhlbaum. — *Pompe à mercure automatique et son action continue d'après le système de Sprengel*, p. 199.

T. LIII, n° 10; 1894.

F. Kohlrausch et A. Heydweiller. — *Sur l'eau pure*, p. 209.

C. Fromme. — *Recherches expérimentales sur le magnétisme*, p. 236.

H. Rubens. — *Preuve à l'appui de la formule de dispersion de Ketteler-Helmholtz*, p. 267.

F. Paschen. — *Travaux bolométriques*, p. 287.

F. Paschen. — *Sur la dispersion de la fluorite dans l'ultra-rouge*, p. 301.

F. Paschen. — *Valeurs exactes des longueurs d'onde des bandes de l'ultra-rouge dans les spectres de l'acide carbonique et de l'eau*, p. 334.

F. Paschen. — *Sur la dispersion du sel gemme dans l'ultra-rouge*, p. 337.

M. Tœpler. — *Évaluation de la variation de volume dans la fusion d'un certain nombre d'éléments*, p. 343.

E. Riecke. — *La loi du potentiel thermodynamique dans l'équilibre d'un système hétérogène; application à la théorie de van der Waals et à la loi des points d'ébullition*, p. 379.

H.-C. Jones. — *Abaissement du point de congélation des dissolvants par les électrolytes*, p. 392.

N. Schiller. — *Variation isothermique de la force électrique d'une vapeur saturée produite par une pression extérieure*, p. 396.

SUR UN SYSTÈME DE DEUX PENDULES RELIÉS PAR UN FIL ÉLASTIQUE ET SUR L'ABSORPTION D'ÉNERGIE DUE AU FROTTEMENT INTÉRIEUR DU FIL;

PAR M. LUCIEN DE LA RIVE [1].

I. L'étude de l'action réciproque de deux parties d'un même système solide animées de mouvements périodiques remonte, comme on le sait, à la découverte, par Ellicot, de l'influence mutuelle de deux horloges voisines. Cette transmission de mouvement oscillatoire peut être rendue plus apparente par des dispositions spéciales et c'est, en particulier, le cas lorsque deux pendules de même longueur réagissent l'un sur l'autre. Savart [2] a fait osciller deux pendules sur des couteaux fixés aux deux extrémités d'une tige métallique horizontale et il a constaté et observé la communication alternative du mouvement pendulaire entre eux. J'ai trouvé qu'en reliant les masses de deux pendules de même longueur par un fil de caoutchouc, restant constamment tendu et de section assez petite pour leur laisser une indépendance relative, *on obtient une alternance de l'amplitude oscillatoire de l'un des pendules à l'autre, qui est complète au commencement de l'expérience et qui reste régulièrement périodique.*

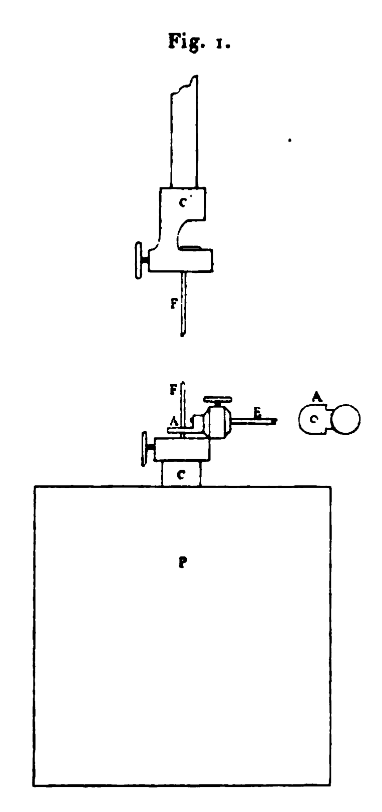
Chacune des masses pendulaires est un cylindre de plomb P, représenté en demi-grandeur (*fig.* 1), de 8^{cm} de diamètre et de 8^{cm} de hauteur, pesant 5^{kg}, dans l'axe duquel se trouve un petit cylindre de laiton C dépassant un peu celui de plomb, percé axialement pour recevoir le fil de suspension F et muni d'une vis de pression pour le fixer. Le fil de suspension est en acier, a un diamètre de $0^{mm},7$ et une longueur de $3^{m},67$. Le point de suspension est obtenu par l'insertion du fil dans un cylindre de laiton C′ à vis de pression vissé lui-même dans une poutre du plafond. Chaque extrémité du fil élastique E est serrée dans une pince à vis munie d'un petit anneau horizontal A, représenté aussi en projection horizontale, dans lequel passe librement le fil d'acier

(1) Voir *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences*, p. 401, février 1894, et p. 522, mars 1894.

(2) *L'Institut*, 1re section, 1839, p. 462.

à sa sortie du cylindre, de manière que la direction de la tension passe forcément par l'axe de la masse. La distance des deux points de suspension, identiquement disposés, est $4^{m},63$. L'amplitude de l'oscillation est mesurée par le passage de l'ombre du fil de suspension sur une règle divisée horizontale, placée à $0^{m},84$

Fig. 1.



au-dessus du cylindre oscillant. Les deux fils employés sont en caoutchouc non vulcanisé, pur Para. Leur section, qui est carrée, est, pour le n° 1, 0,87 et, pour le n° 2, $3^{mm},32$ carrés. La durée de l'oscillation simple entre deux points d'arrêts successifs, désignée par durée de l'oscillation T_1, est $1^{s},92$ et correspond à une longueur théorique du fil de suspension de $367^{cm},6$.

Désignons par A et B les deux pendules. On met en mouvement B, sans vitesse initiale, en l'écartant de la verticale de manière à l'éloigner de A dans le plan vertical AB. L'amplitude de B

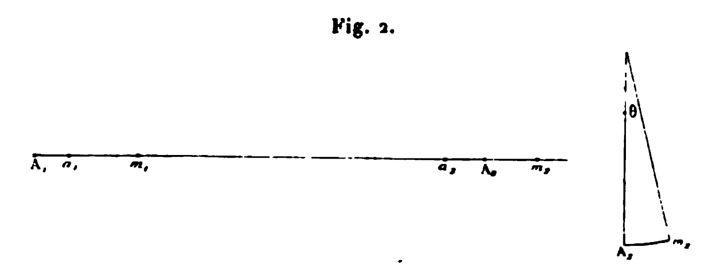
diminue graduellement, tandis que A se met en oscillation et que son amplitude augmente. Le premier minimum de B est à peu près nul, donnant lieu à un arrêt apparent et, à cet instant, l'énergie de B est intégralement transmise à A qui a atteint son maximum. Puis, la transmission inverse commence à s'effectuer et ainsi de suite, et la durée de la période entre deux maxima ou deux minima de chaque pendule est absolument constante. La durée de l'oscillation pendulaire est sensiblement la même que la durée normale T_1, et l'on observe que le pendule entraîné est en retard d'une demi-oscillation sur le pendule entraînant; ce retard change de sens lorsque le rôle des pendules s'intervertit. Avec le fil n° 1 il s'écoule 5^m entre deux maxima, ce qui équivaut à 156 oscillations, avec le n° 2 $1^m 19^s$ ou 41 oscillations.

La période d'alternance est constante, mais l'amplitude des maxima diminue et celle des minima augmente graduellement. Après six périodes, c'est-à-dire 30^m, la demi-amplitude s'est réduite, pour le maximum, de 28^{cm} à 12^{cm}, et, pour le minimum, est montée de $0^{cm},5$ à 8^{cm}. En continuant à observer la marche des pendules, on s'assure que l'amplitude tend à ne plus subir d'alternance et que de plus, ce qui est important, la différence de phase finit par devenir nulle : *Ainsi les deux pendules tendent à osciller comme leur centre de gravité commum, ou comme formant un système rigide avec une tension constante du fil.*

II. — Théorie du mouvement du système des deux pendules.

Soient A_1 et A_2 les verticales des points de suspension projetées,

Fig. 2.



comme le montre la *fig.* 2 sur la ligne horizontale qui joint les centres de gravité des deux masses m_1 et m_2, et u_1 et u_2 les dis-

tances respectives de m_1 et m_2 aux points A_1 et A_2, à un instant quelconque, projetées sur cet axe. Soient encore K, s_0 le module d'élasticité et la section normale du fil, L sa longueur à l'état normal et d l'allongement correspondant à la largeur totale $A_1 A_2$, l, m, g la longueur et la masse, les mêmes pour les deux pendules, et la gravité.

Le pendule m_2 décrit l'arc de cercle $m_2 A_2$; la composante de la pesanteur suivant l'arc est $gm \sin\theta$ et celle de la tension T du fil supposé horizontal est $T\cos\theta$. On substitue $\sin\theta$ à θ et 1 à $\cos\theta$ et l'on obtient pour m_2 et de même pour m_1 les équations suivantes, dans lesquelles T est donné par la formule ordinaire de l'allongement, en supposant s_0 constant,

$$(1)\qquad \left\{\begin{aligned} m\frac{d^2u_2}{dt^2} + mg\frac{u_2}{l} + \frac{Ks_0}{L}[d+u_2-u_1] = 0,\\ m\frac{d^2u_1}{dt^2} + mg\frac{u_1}{l} - \frac{Ks_0}{L}[d+u_2-u_1] = 0.\end{aligned}\right.$$

Faisant $u_2+u_1=x$, $u_2-u_1=y$, on a par addition et soustraction des (1)

$$(2)\qquad \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{g}{l}x = 0,$$

$$(3)\qquad \frac{d^2y}{dt^2} + \frac{g}{l}\left\{y + \frac{2Ks_0 l}{gmL}[d+y]\right\} = 0.$$

Faisons pour abréger $\frac{Ks_0 l}{gmL} = \varepsilon$.

La fraction ε est petite par rapport à 1. En effet, considérons le système en équilibre et admettons que la déviation $u_2 = -u_1$ est petite non seulement par rapport à L, mais aussi par rapport à d, ce qui est le cas pour les fils employés à cause de la grandeur relative de m. L'équation d'équilibre est

$$(4)\qquad \frac{u}{d-2u} = \frac{Ks_0 l}{gmL} = \varepsilon.$$

Cette fraction est 0,02 pour le n° 1 et 0,07 pour le n° 2. Remarquons que l'observation de u peut se faire en remplaçant l'un des pendules par un point fixe; le terme $d-2u$ devient $d-u$.

L'équation (3) devient, en s'en tenant à la première puissance

de ε,

$$\frac{d^2y}{dt^2}+\frac{g}{l}[1+2\varepsilon][y+2d\varepsilon]=0.$$

Les (2) et (3) intégrées avec la condition initiale d'une vitesse nulle pour m_1 et m_2 donnent

$$x=\text{A}\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t,\qquad y=\text{B}\cos\sqrt{\frac{g}{l}}[1+\varepsilon]t-2\varepsilon d.$$

On fait $\varepsilon d=e_0$ et l'on détermine les constantes par la condition (¹) que pour $t=0$ on ait $u_2=\text{A}_0$, $u_1=e_0$.

Il faut pour cela que m_1 soit maintenu dans la position de l'équilibre du système pendant que m_2 est écarté de la verticale, ce qu'il est aisé de réaliser. On trouve alors $\text{B}=\text{A}=\text{A}_0+e_0$, ce qui donne pour u_2 et u_1 les expressions suivantes, obtenues en remplaçant la somme et la différence de deux cosinus par le produit correspondant

$$(5)\qquad \begin{cases} u_2+e_0=\text{A}\cos\dfrac{\pi t}{\text{T}_2}\cos\dfrac{\pi t}{\text{T}_2}, \\ u_1-e_0=\text{A}\sin\dfrac{\pi t}{\text{T}}\sin\dfrac{\pi t}{\text{T}_2}, \end{cases}$$

avec

$$\text{T}_1=\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

$$\text{T}_2=\frac{2}{\varepsilon}\text{T}_1,$$

$$\frac{1}{\text{T}}=\frac{1}{\text{T}_1}+\frac{1}{\text{T}_2}.$$

On évite, par cette valeur initiale de u_1, des termes ayant e_0 en facteur qui rendent le résultat moins simple sans l'altérer d'une manière essentielle, à cause de la petitesse de e_0. On déduit des (5) les conséquences suivantes :

1° Les pendules oscillent respectivement par rapport aux points a_1 et a_2 situés à la distance e_0 de A_1 et A_2.

(¹) Si les positions initiales sont symétriques par rapport au centre de gravité commun, on a $\text{A}=0$, et si elles sont telles que les distances respectives de m_1 et m_2 aux points a_1 et a_2 soient égales et de même sens, on a $\text{B}=0$. Dans ces deux cas les pendules oscillent sans alternance d'amplitude.

2° L'oscillation est doublement périodique; $T = T_1 \left[1 - \frac{\varepsilon}{2}\right]$ est très peu différent de T_1 et la période T_2 est beaucoup plus longue, à cause de la petitesse de ε. Par conséquent, les facteurs $\cos\frac{\pi t}{T_2}$ et $\sin\frac{\pi t}{T_2}$ modifient progressivement l'amplitude de l'oscillation pendulaire et la font passer par une série de maxima et de minima pour des valeurs de t exprimées par $\frac{kT_2}{2}$, k étant un nombre entier. Si n est le plus grand nombre entier compris dans $\frac{2}{\varepsilon}$, on a $nT = (n-1)T_1$. Les passages par le zéro

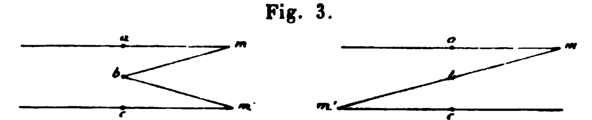
$$(u_2 + e_0 = 0, \quad u_1 - e_0 = 0)$$

ont lieu respectivement pour $t = nT - \frac{T}{2}$ et $t = nT$, différence de phase qui correspond à un retard de m_1 sur m_2 pendant la première demi-période $\frac{T_2}{2}$. En effet, si $\cos\frac{\pi t}{T_2}$ et $\sin\frac{\pi t}{T_2}$ sont positifs, $t = nT$, avec n pair, par exemple, donne une amplitude positive de m_2 dont la vitesse est, par conséquent, positive pour $t = nT - \frac{T}{2}$; d'autre part, cette valeur de t donne une amplitude négative de m_1; donc m_1 suit m_2 dans son mouvement. L'inverse a lieu pour la seconde moitié de la période T_2 et ainsi de suite. Le même raisonnement montre que, pour chaque pendule, deux passages au zéro avec des valeurs de n différant d'un nombre pair se font avec des vitesses dirigées dans le même sens, si t reste compris dans la même demi-période à partir du maximum, et en sens contraires dans l'autre cas, ce qui signifie qu'au passage par le minimum un zéro additionnel est dû au facteur $\cos\frac{\pi t}{T_2}$ qui s'annule, et a lieu entre les deux zéros normaux, qui comprennent $\frac{T_2}{2}$.

Supposons en premier lieu $nT + \frac{T}{2} = \frac{T_2}{2}$ et faisons $t = \frac{T_2}{2} - t'$. Au coefficient constant près, l'amplitude de m_2 est $\sin\frac{\pi t'}{T} \sin\frac{\pi t'}{T_2}$, expression qui ne change pas de signe avec t'. Ainsi, lorsque le zéro additionnel coïncide avec un zéro normal, le zéro devient l'extrémité de l'oscillation de transition, comme le montre la première ligne brisée *ambm'c* de la *fig.* 3. Au troisième zéro *c* la vitesse

est en sens contraire de celle au premier, a, après $2T$. Supposons en second lieu $nT = \frac{T_2}{2}$. Les trois zéros successifs sont $nT - \frac{T}{2}$, nT, $nT + \frac{T}{2}$ et dans ce cas la seconde ligne brisée $amm'c$ montre que la vitesse en c est de même sens que celle en a, après T.

Fig. 3.



Cherchons la durée de la demi-oscillation. La vitesse égalée à o donne

$$\text{tang}\,\frac{\pi t}{T} = -\frac{T_2}{T}\,\text{tang}\,\frac{\pi t}{T_2}.$$

Si $nT < \frac{T_2}{2}$, on obtient pour θ une valeur positive plus petite que $\frac{T}{2}$ en faisant dans cette équation $t = nT - \theta$. En effet, en supposant n grand et en tenant compte de la petitesse de $\frac{T}{T_2}$, on a

$$\text{tang}\,\frac{\pi\theta}{T} = \frac{1}{\dfrac{T_2}{T}\,\dfrac{1}{\dfrac{\text{tang}\,\pi n T}{T_2}} + \dfrac{\pi\theta}{T}}.$$

On voit aisément que la racine de cette équation, lorsque n a une valeur quelconque, est plus petite que celle qui correspond à $nT = \frac{T_2}{2}$ et qui est celle de l'équation $\text{tang}\,x = \frac{1}{x}$, voisine de $\frac{\pi}{4}$. Par conséquent, θ a une limite supérieure voisine de $\frac{T}{4}$ et reste toujours plus petit que $\frac{T}{2}$. La durée cherchée entre le passage au zéro et l'extrémité de l'oscillation est donnée par $\frac{T}{2} - \theta$, et celle du retour au zéro est $\frac{T}{2} + \theta$. L'oscillation est isochrone entre deux zéros, mais les deux demi-oscillations ne le sont pas et le sens de la différence est tel que la vitesse de m_2 diminue pendant la première demi-période.

La période T_2 étant donnée par $\frac{2}{\varepsilon}T_1$, la valeur de ε montre que

T_2 est proportionnel à la longueur et en raison inverse de la section du fil élastique.

3° L'amplitude minima est assez petite pour donner lieu à un arrêt apparent. En effet, il résulte de ce qui précède que l'on a une limite supérieure de l'amplitude minima en évaluant le facteur $\cos\frac{\pi t}{T_2}$ dans lequel $t = \frac{T_2}{2} - \frac{T}{2}$, ce qui donne $\sin\frac{\pi T}{2 T_2}$. Dans le cas où $T_2 = 156 T$, cette fraction est environ $\frac{1}{100}$. Ainsi pour une amplitude initiale de 50^{cm} l'amplitude minima est plus petite que 5^{mm}.

Coefficients à introduire dans l'équation (3) *pour tenir compte de la variation de la section du fil élastique.* — On a supposé dans ce qui précède que la section du fil reste égale à la section à l'état normal s_0, et il est nécessaire de tenir compte de sa variation pour vérifier par les observations les équations du mouvement des pendules. J'admets pour déterminer la section à un instant quelconque d'une manière approximative que le volume du fil est constant, c'est-à-dire que la diminution de l'épaisseur compense l'augmentation de longueur ([1]). D'après cette hypothèse, s étant la section variable, il faut remplacer dans l'équation (3) s_0 par s dont la valeur est liée à celle de y par la relation

$$s\left[1 + \frac{d+y}{L}\right] = s_0,$$

d'où

$$s = s_0\left[1 - \frac{d+y}{L} + \left(\frac{d+y}{L^2}\right)^2 - \left(\frac{d+y}{L^3}\right)^3 + \ldots\right].$$

Le terme $\frac{2 K s l}{g m L}[y + d]$ devient, en négligeant les termes en $\frac{y^2}{L^2}, \frac{y^3}{L^3}, \ldots,$

$$\frac{2 K s_0 l}{g m L}\left[y\left(1 - \frac{2d}{L} + \frac{3d^2}{L^2} - \frac{4d^3}{L^3} + \ldots\right) + \frac{d}{1 + \frac{d}{L}}\right].$$

([1]) Cette hypothèse approximative ne tient pas compte des résultats connus obtenus par Wertheim d'après lesquels le volume d'un fil de caoutchouc subit une dilatation égale au tiers de l'allongement. La section s est donc une section fictive un peu trop petite, mais on n'en obtient pas moins pour K une valeur constante et pour as une valeur qui s'accorde avec les observations.

Soient a et b les coefficients de y et de d qui sont, le premier la somme d'une série convergente et le second la fraction $\frac{1}{1+\frac{d}{L}}$; (3) devient

$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{g}{l}[1+2a\varepsilon][y+2bd\varepsilon] = 0.$$

Il suffit donc de remplacer dans les résultats obtenus ε par $a\varepsilon$ et d par bd. De même (4) devient, pour le cas de l'équilibre du pendule lié au point fixe

$$(4) \qquad \frac{u}{bd - au} = \varepsilon.$$

III. — Mesures pour la vérification des formules.

Valeur de s_0. — La section est évaluée par le volume et la longueur et le volume est obtenu en déterminant la densité par la méthode du flacon.

	Longueur.	Poids.	Section.	Densité.
N° 1........	363cm	2gr,94	0mmq,87	0,92
N° 2........	386cm	12gr,07	3mmq,32	0,94

Module d'élasticité K *en unités* C.G.S [1]. — On détermine K en mesurant les allongements d'un fil de 1m de long à l'état normal suspendu verticalement, à l'extrémité duquel agissent des poids variables posés dans une petite boîte en carton en forme de plateau de balance, suspendue au fil et dont le poids additionnel est de 2gr. Désignant l'allongement par λ, la masse du poids par m et remplaçant s par l'expression trouvée plus haut, qui est ici $\frac{s_0}{1+\frac{100}{\lambda}}$, on a l'égalité

$$\frac{Ks_0}{100g} = \frac{m}{\lambda}\left[1+\frac{\lambda}{100}\right].$$

[1] Le module d'élasticité est la force qui allonge de l'unité de longueur un fil ayant l'unité de longueur et l'unité de section. Sa valeur est en raison inverse de l'extensibilité de la substance. Celle que j'ai obtenue pour les fils employés correspond à une vitesse de propagation du son de 33m. M. Stefan (*C. R. de l'Acad. de Vienne*, t. LXV) a trouvé cette vitesse comprise entre 30m et 60m pour diverses variétés de caoutchouc.

N° 1.

Poids.	λ.	$\frac{m}{\lambda}$.	$1+\frac{\lambda}{100}$.	$\frac{m}{\lambda}\left[1+\frac{\lambda}{100}\right]$.
gr	cm			
2	2,0	1,0	1,02	1,02
7	7,0	1,0	1,07	1,07
12	13,2	0,90	1,13	1,01
17	20,6	0,82	1,20	0,98
22	28,5	0,77	1,28	0,98
27	38,3	0,70	1,38	0,96
		Moyenne		1,00

N° 2.

Poids.	λ.	$\frac{m}{\lambda}$.	$1+\frac{\lambda}{100}$.	$\frac{m}{\lambda}\left(1+\frac{\lambda}{100}\right)$.
gr	cm			
2	0,5	4,0	1,00	4,0
7	1,8	3,7	1,02	3,77
17	4,7	3,6	1,04	3,74
27	7,9	3,4	1,07	3,63
37	11,4	3,2	1,10	3,55
47	15,2	3,1	1,15	3,56
57	19,2	2,9	1,19	3,45
67	23,5	2,8	1,23	3,44
77	28,3	2,7	1,28	3,45
		Moyenne		3,62

On voit que les nombres de la dernière colonne qui donnent $\frac{Ks_0}{100g}$ sont plus près d'une valeur constante que ceux de la colonne $\frac{m}{\lambda}$, ce qui justifie la correction relative à la section. La valeur moyenne donne pour le n° 1

$$K = \frac{981.1,0.10^4}{0,87} = 112.10^5 \text{ en unités C.G.S.,}$$

valeur qui, réduite en unités usuelles, kilogramme, mètre, millimètre carré, est 0,115, le $\frac{1}{100000}$ environ du coefficient d'un fil de cuivre. L'allongement est de $\frac{1}{4}$ pour un poids de 20^{gr} et la section 0,87. Le Tableau semblable donne, pour le n° 2, 107.10^5, valeur la même à $\frac{1}{20}$ près.

Valeur de ε. —. Les Tableaux qui précèdent donnent $\frac{Ks_0}{g}$, et la valeur numérique des autres quantités qui entrent dans l'expression de ε résulte des dispositions des expériences faites avec les deux fils successivement. La distance des points de suspension $d+L$ est 463cm.

	N° 1.	N° 2.
l	367cm	367cm
L	363cm	386cm
m	5.10³gr	5.10³gr
$\frac{Ks_0}{g}$	1,0.10²	3,62.10²
ε	0,0202	0,0686

L'évaluation directe de ε par l'équation (4) donne 0,0198 et 0,0656, valeurs peu différentes de celles obtenues par le module d'élasticité.

Valeur de T_2. — On calcule T_2 par la relation $T_2 = \frac{2}{a\varepsilon} T_1$, $T_1 = 1,92$.

	a.	$\frac{a\varepsilon}{2}$.		T_2.	
N° 1	0,63	0,00636	0,00623	302s	308s
N° 2	0,70	9,0238	0,0227	80s	84s

Les deux valeurs de T_2 pour chaque fil correspondent aux deux valeurs de ε qui sont peu différentes.

Valeur de T_2 *observée.*

Nombre de périodes.	Durée.	T_2.
	N° 1.	
3	15m.12s	304s
7	35.50	307
8	40.40	305
	N° 2.	
4	5.20	80
6	7.55	79
5	6.37	79

On voit que les moyennes des valeurs observées, 5m5s et 1m19s

s'accordent avec lés valeurs calculées dont les moyennes sont $5^m 6^s$ et $1^m 22^s$, de manière à ne laisser aucun doute sur l'explication de l'alternance des pendules par les considérations théoriques qui précèdent, et les équations qui en résultent.

IV. — Amortissement des oscillations d'un pendule relié a un point fixe par un fil élastique

Le point fixe auquel le pendule est lié est à la même hauteur que la masse pendulaire. Je me suis servi dans les expériences qui suivent d'une caisse très lourde dans la paroi verticale de laquelle est inséré un crochet auquel s'attache l'extrémité du fil élastique. L'amplitude de l'oscillation est mesurée par le passage de l'ombre du fil de suspension sur une règle divisée horizontale à surface verticale. La lumière est à 130^{cm} de la règle et le fil à 3^{cm}, disposition qui donne lieu à une correction de $\frac{1}{40}$ en moins de l'amplitude observée à partir du point central. Il est à noter que la demi-amplitude est comptée à partir du point d'équilibre du pendule lié par le fil au point fixe, qui se trouve être le point central de l'oscillation totale.

Quand on fait osciller un pendule dans ces conditions, on observe une diminution graduelle d'amplitude supérieure à celle relative au pendule libre qui est due seulement à la résistance de l'air, et la différence s'accentue d'autant plus que le fil est court et que sa section est forte. J'ai employé pour ces recherches le pendule déjà décrit pesant 5^{kg} et les mêmes fils élastiques. La demi-amplitude pour le pendule libre décroît en 10^m de 18^{cm} à 16^c; s'il est lié à un point fixe par le fil n° 1 avec une longueur de 363^{cm} cette même diminution s'effectue en $2^m 30^s$ et, si la longueur du fil est réduite à 1^m, en $1^m 10^s$. Le décrément de l'amplitude qui est la mesure de l'amortissement est la donnée expérimentale que les observations suivantes ont pour objet de déterminer.

Pendule libre. — Soient E la demi-amplitude, γ le décrément, 2,3 le log. nat. de 10, t le temps exprimé en secondes entre deux valeurs de E, E_0 et E_1, on a

$$\gamma = 2,3 \frac{\log E_0 - \log E_1}{t}.$$

Dans le Tableau qui suit, E varie entre 20^{cm} et 14^{cm}.

t.	E.	log E.	Différence.	E calculé.
m	cm			cm
0	20,67	1,31534		20,67
			0,02956	
5	19,31	1,28578		19,30
			0,03196	
10	17,94	1,25382		18,00
			0,02670	
15	16,87	1,22712		16,80
			0,02842	
20	15,80	1,19866		15,70
			0,03046	
25	14,73	1,16820		14,70
		Moyenne......	0,02942	

$$\gamma = 0{,}00022.$$

Dans la dernière colonne, E calculé par la valeur moyenne γ s'accorde suffisamment avec E observé pour qu'on puisse considérer γ comme constant entre des limites assez rapprochées telles que celles du Tableau. Mais il n'en est pas de même entre des limites plus étendues et d'autres séries analogues font trouver pour γ une valeur plus petite. Il en résulte

E compris entre.....	20^{cm} et 15^{cm}	15^{cm} et 10^{cm}	10^{cm} et 5^{cm}
γ..................	0,00022	0,00016	0,00011

Pendule relié à un point fixe. — L'allongement moyen du fil, ou l'allongement lorsque le pendule est dans la position d'équilibre, est donné par la différence entre la distance du point fixe à la verticale du point de suspension et la longueur normale du fil. Le décrément γ' dû au frottement intérieur du fil, s'obtient en retranchant du décrément trouvé la valeur de γ obtenue ci-dessus. Dans les trois Tableaux suivants, on n'écrit, pour abréger, que les amplitudes observées et calculées et le résultat γ'. Le temps est en général compté par le nombre n de doubles oscillations et la valeur en secondes de cette oscillation est déterminée au bout d'un certain temps.

N° 1, L = 363, allongement 0,1.

t.	E.	E calculé.
m	cm	cm
0	24,6	24,6
5	19,6	19,9
10	15,7	16,0
15	12,7	12,9
20	10,4	10,4

$$\gamma' = 0{,}00071 - 0{,}00022 = 0{,}00049$$

N° 1, L = 100, allongement 0,2.

t.	n.	E.	E calculé.
m s		cm	cm
0.00	0	13,6	13,6
»	9	12,5	12,8
2. 2	19	11,7	11,6
»	32	10,7	10,6
»	46	9,7	9,5
»	58	8,7	8,6
4.37	74	7,8	7,8

$\gamma' = 0,00209 - 0,00016 = 0,00193.$

N° 2, L = 386, allongement 0,15.

t.	n.	E.	E calculé.
m s		cm	cm
0.00	0	32,2	32,2
»	26	26,4	26,0
»	52	21,7	21,6
»	78	17,8	17,5
6.32	104	14,6	14,5
»	130	12,0	11,7
»	156	9,9	9,6
»	182	8,1	7,9
13. 4	208	6,7	6,5
»	234	5,4	5,5
»	260	4,5	4,5

$\gamma' = 0,00210 - 0,00022 = 0,00188.$

Ces Tableaux et en particulier le dernier permettent de constater que l'amortissement est très exactement représenté par un décrément constant, car la différence entre l'amplitude calculée et observée ne devient pas apparente pour une variation de la demi-amplitude de 30^{cm} à 5^{cm}. On voit de plus que γ' est toujours notablement plus grand que γ, et peut atteindre une valeur dix fois plus grande, même avec le fil n° 1 à section de 1^{mmq} environ. Quant aux deux valeurs de γ' pour les deux fils avec des longueurs à peu près les mêmes, leur rapport est 3,8 qui est le même que celui des sections.

Les résultats obtenus par des mesures du décrément semblables à celles rapportées ici, en faisant varier la longueur du fil et aussi l'allongement ou la tension moyenne, se résument de la manière suivante :

1° Pour un même fil, le décrément est en raison inverse de la longueur employée, la tension moyenne restant constante;

2° Pour deux fils différents, le décrément est proportionnel à la section, la tension moyenne restant constante;

3° Le décrément diminue lorsque la tension moyenne augmente, les autres circonstances restant les mêmes.

4° La durée de l'oscillation est plus petite que celle du pendule libre et diminue lorsque le fil devient plus court.

Allongement..		0,12		0,20		0,25		0,35	
		γ'		γ'		γ'		γ'	
	L.	obs.	calc.	obs.	calc.	obs.	calc.	obs.	calc.
N° 1..........	100cm	200	204	192	171	167	180	127	165
	182	118	116	89	85	98	100	86	92
	363	58	58	57	57	50	50	46	46
Allongement..		0,13		0,30		0,40			
N° 2..........	90	748	852	666	712	489	542	»	»
	180	394	426	316	356	268	296	»	»
	270	270	283	231	234	190	197	»	»
	360	213	213	178	178	148	148	»	»

Ce Tableau montre la réciprocité entre le décrément et la longueur; les valeurs calculées le sont en partant de la valeur pour la plus grande longueur et inversement à la longueur. On voit que γ' n'augmente pas tout à fait autant que la loi énoncée l'indique et que la différence devient surtout accusée pour les longueurs de 100^{cm} et 90^{cm}, ce qui peut tenir à la petitesse de la longueur totale du fil par rapport à l'amplitude de l'oscillation.

En second lieu, le rapport des décréments rapportés à l'unité de longueur est le même que celui de la section des deux fils, comme le montrent les nombres suivants :

Allongement...............	0,1	0,3
Rapport des décréments....	3,8	3,8
Rapport des sections.......	3,8	»

La diminution du décrément relative à l'allongement moyen se voit dans le Tableau ci-dessus en prenant les valeurs γ' sur une même ligne horizontale. Cette diminution correspond approxima-

tivement à celle de la section qui résulte de l'allongement et rentre par conséquent dans la règle précédente.

Enfin la durée de l'oscillation est donnée par le Tableau suivant :

Durée de la double oscillation.

Allongement...		0,1	0,2		0,3
	L.		Observé.	Calculé.	
N° 1...........	363 cm	3,84 s	3,82 s	3,81 s	3,82 s
	180	3,79	3,78	3,79	3,79
	100	3,75	3,75	3,75	3,79
Allongement...		0,1	0,3		0,4
N° 2...........	360	3,70	3,72	3,74	3,73
	270	3,70	3,70	3,71	3,76
	180	3,60	3,66	3,65	3,69
	90	3,39	3,40	3,47	3,59

On voit que la durée est toujours plus petite que celle de l'oscillation libre et qu'elle diminue avec la longueur du fil. De plus elle tend à augmenter avec l'allongement moyen. On trouvera plus loin comment les valeurs calculées sont obtenues.

V. — Théorie du pendule relié a un point fixe, en tenant compte de la résistance de l'air et du frottement intérieur du fil élastique.

D'après les observations qui sont l'objet du numéro précédent, le décrément est constant et l'équation différentielle du mouvement est la suivante, obtenue en remplaçant dans la première des (1) u_1 par o, u_2 par u, en tenant compte des coefficients a et b et en ajoutant un terme proportionnel à la vitesse :

$$(6)\qquad \frac{d^2u}{dt^2} + \frac{g}{l}[1 + a\varepsilon][u + b\varepsilon d] + 2\gamma\frac{du}{dt} = 0,$$

d'où résulte avec une vitesse initiale nulle, parce que, vu la petitesse de γ, la phase à introduire est négligeable,

$$u + e_0 = \mathrm{A}e^{-\gamma t}\cos\sqrt{\frac{g}{l}[1 + a\varepsilon] - \gamma^2}\,t.$$

La plus grande valeur trouvée pour γ étant 0,006, γ^2 est négligeable et la durée de l'oscillation est

$$\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left[1-\frac{a\varepsilon}{2}\right].$$

Cette expression rend compte de la diminution de durée observée et consignée dans le dernier Tableau ci-dessus.

Les nombres de la colonne calculée sont obtenus par cette formule en donnant à a et à ε les valeurs du n° III qui correspondent à un allongement compris entre 0,2 et 0,3 et en tenant compte pour ε de sa variation en raison inverse de la longueur du fil. L'accord du calcul et de l'observation est une seconde vérification de (6).

VI. — Théorie des deux pendules en tenant compte de la résistance de l'air et du frottement intérieur du fil élastique.

J'admets que l'on peut passer du pendule lié au point fixe au système des deux pendules en remplaçant, relativement au frottement intérieur du fil, la vitesse absolue de l'extrémité libre par la vitesse relative des deux extrémités. En effet, si, à un instant quelconque, on admet que le déplacement d'un point quelconque du fil est le même que s'il était en équilibre de tension, ce qui résulte de la lenteur du mouvement pendulaire par rapport à la vitesse de propagation de la perturbation, la dilatation et sa variation en tous les points ne dépendent que de cette vitesse relative. Les (1) deviennent, en tenant compte de la signification de γ et de γ', décréments relatifs à la résistance de l'air et à celle du fil, et des coefficients a et b relatifs à la variation de section du fil

$$(7)\quad \begin{cases} \dfrac{d^2u_2}{dt^2}+2\gamma\dfrac{du_2}{dt}+2\gamma' d\dfrac{(u_2-u_1)}{dt}+\dfrac{g}{l}[u_2+\varepsilon[a[u_2-u_1]+bd]]=0,\\[2ex] \dfrac{d^2u_1}{dt^2}+2\gamma\dfrac{du_1}{dt}-2\gamma' d\dfrac{(u_2-u_1)}{dt}+\dfrac{g}{l}[u_1-\varepsilon[a[u_2-u_1]+bd]]=0.\end{cases}$$

Il faut remarquer que le terme en γ' dans chaque équation peut être positif ou négatif indépendamment du terme en γ, ce qui semble contraire à la notion de résistance, mais il s'agit ici d'un frottement où les deux surfaces agissant l'une sur l'autre sont toutes

deux en mouvement, et par conséquent le sens de la résistance dépend de la vitesse relative.

On trouve, en faisant $u_2 + u_1 = x$, $u_2 - u_1 = y$,

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \frac{g}{l}x = 0,$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 2[\gamma + 2\gamma']\frac{dy}{dt} + \frac{g}{l}[1 + 2a\varepsilon[y + 2bd\varepsilon]] = 0$$

et avec les mêmes conditions initiales que précédemment, au n° II,

$$x = \mathrm{A}e^{-\gamma t}\cos\sqrt{\frac{g}{l}}\,t,$$

$$y = \mathrm{A}e^{-(\gamma+2\gamma')t}\cos\sqrt{\frac{g}{l}}[1 + a\varepsilon]t - 2e_0.$$

Ces deux dernières équations donnent l'explication de la tendance du système à osciller comme un système rigide. En effet, x qui est le mouvement du centre de gravité n'est affecté que par le décrément γ relatif à l'air, tandis que y qui est la différence des deux amplitudes à un instant quelconque a pour décrément $\gamma + 2\gamma'$; par conséquent y tend vers o, lorsque t augmente, beaucoup plus rapidement que x.

En laissant à T, T_1, T_2 les valeurs déjà définies au n° II, on met u_2 et u_1 sous la forme

$$(8)\quad \left\{\begin{aligned} u_2 + e_0 &= \mathrm{A}e^{-(\gamma+2\gamma')t}\cos\frac{\pi t}{\mathrm{T}}\cos\frac{\pi t}{\mathrm{T}_2} + \frac{\mathrm{A}}{2}e^{-\gamma t}[1 - e^{-2\gamma' t}]\cos\frac{\pi t}{\mathrm{T}_1},\\ u_1 - e_0 &= \mathrm{A}e^{-(\gamma+2\gamma')t}\sin\frac{\pi t}{\mathrm{T}}\sin\frac{\pi t}{\mathrm{T}_2} + \frac{\mathrm{A}}{2}e^{-\gamma t}[1 - e^{-2\gamma' t}]\cos\frac{\pi t}{\mathrm{T}_1}.\end{aligned}\right.$$

Au commencement de l'expérience, lorsque t est petit, les seconds termes des (8) sont à peu près nuls et les premiers termes sont les mêmes à l'exponentielle près que ceux des (5) et donnent le mouvement périodique. A mesure que t augmente les seconds termes influent davantage et ils finissent par se substituer aux premiers et à donner à chaque pendule le même mouvement que le centre de gravité et la même phase.

Maxima et minima successifs. — Mettons u_2 sous la forme $\frac{x+y}{2}$

$$u_2 + e_0 = \frac{\mathrm{A}}{2}e^{-\gamma t}\cos\frac{\pi t}{\mathrm{T}_1} + \frac{\mathrm{A}}{2}e^{-(\gamma+2\gamma')t}\cos\pi\left[\frac{1}{\mathrm{T}_1} + \frac{2}{\mathrm{T}_2}\right]t.$$

J'admets que γ et γ' sont négligeables par rapport à $\frac{\pi}{T_1}$; il en résulte que la variation de u_2 est la même que celle de

$$\cos\frac{\pi t}{T_1}\left[p + q\cos\frac{2\pi t}{T_2}\right] - \sin\frac{\pi t}{T_1}\, q \sin\frac{2\pi t}{T_2},$$

expression dans laquelle p et q sont des constantes, ou de

$$A'\cos\pi\left[\frac{t}{T_1} + \varphi\right], \quad \text{avec} \quad A'^2 = p^2 + q^2 + 2pq\cos\frac{2\pi t}{T_2}.$$

Comme A' garde sensiblement la même valeur lorsque t varie de T_1, le maximum et le minimum de l'amplitude sont indépendants de φ et donnés par $\frac{kT_2}{2}$, k étant un nombre entier, comme précédemment au n° II. On a ainsi pour les maxima et minima désignés par M et m

$$(9) \qquad M = \frac{A}{2}[e^{-\gamma t} + e^{-(\gamma+2\gamma')t}], \qquad m = \frac{A}{2}[e^{-\gamma t} - e^{-(\gamma+2\gamma')t}],$$

avec la condition

$$t = \frac{kT_2}{2}.$$

Vérification. — La mesure des demi-amplitudes des maxima et minima se fait comme je l'ai indiqué pour la mesure du décrément. L'excursion du fil de suspension est notée d'un seul côté du zéro et par conséquent à chaque double oscillation. Après deux ou trois périodes, l'amplitude reste la même pour plusieurs oscillations successives au maximum et au minimum.

Fil n° 1, $L = 363^{cm}$, $d = 100^{cm}$.

	M		m				
t.	obs.	calc.	obs.	calc.	(m).	M + m.	M − m.
0....	23,2	22,7					
$\frac{1}{2}$....			0,5	0,6			
1....	18,8	18,8			1,5	20,4	17,2
$\frac{3}{2}$....			2,6	2,5			
2....	15,8	15,9			3,4	19,2	12,4
$\frac{5}{2}$....			4,2	4,1			
3....	13,6	13,7			4,7	18,4	8,9
$\frac{7}{2}$....			5,2	5,1			
4....	11,9	12,0			5,5	17,4	6,3
$\frac{9}{2}$....			5,8	5,8			
5....	10,6	10,7			6,0	16,6	4,6
$\frac{11}{2}$...			6,2	6,2			
6....	9,6	9,6			6,3	16,0	3,3
$\frac{13}{2}$...			6,4	6,4			
						$\gamma = 0,00016$	$\gamma + 2\gamma' = 0,00109$

Le temps est indiqué par le nombre de périodes. Pour vérifier les (9), on remarque que M et m peuvent être considérés comme fonctions continues de t et pour une même valeur de t satisfont aux relations

$$M + m = Ae^{-\gamma t},$$
$$M - m = Ae^{-(\gamma+2\gamma')t}.$$

D'autre part, pour obtenir les valeurs de m correspondant aux périodes entières pour lesquelles M seul est donné par l'observation, on peut interpoler par la moyenne, sans erreur importante à cause de la petitesse de m et l'on obtient ainsi la colonne (m) puis, par ces valeurs (m), les deux colonnes $M + m$ et $M - m$ qui permettent de calculer les décréments γ et $\gamma + 2\gamma'$. On trouve

$$\gamma = 0,00016 \qquad \text{et} \qquad \gamma' = 00046,$$

valeurs qui s'accordent très exactement avec celles obtenues directement. En effet, la valeur moyenne de γ est, comme on l'a vu au n° IV, 0,00016 et γ' est compris entre 0,00046 et 0,00050. Au moyen des valeurs moyennes trouvées pour γ et γ', on calcule $M + m$, $M - m$, et ensuite M et m qui sont dans le Tableau et

montrent que les valeurs observées et calculées sont sans différence systématique.

Fil n° 2, $L = 330^{cm}$, $d = 133^{cm}$.

M		m	
observé.	calculé.	observé.	calculé.
28,6	29,0	2,6	2,3
25,1	25,1	4,6	4,9
22,1	22,1	7,6	7,1
19,6	19,8	9,1	8,6
18,1	18,1	10,1	9,8
16,1	16,8	10,6	10,6
15.6	15,8	11,1	11,4

$$\gamma = 0,00014,$$
$$\gamma' = 0,00152.$$

La valeur de γ' pour la longueur 360 et un allongement un peu moindre que celui du Tableau est 0,000148 comme on peut le voir au n° IV.

On voit par ces deux Tableaux relatifs aux deux fils employés que la décroissance des maxima et l'augmentation des minima est bien celle qui résulte des équations (7), et qu'on retrouve en les calculant, pour γ et γ', les valeurs obtenues directement en faisant osciller un seul pendule libre ou lié à un point fixe.

VII. — Transmission et absorption d'énergie.

Il résulte de ce qui précède, en particulier de la vérification de l'équation du mouvement des deux pendules au n° VI, que, pour obtenir la tension effective du fil élastique à l'une des extrémités, il faut joindre à la tension due à l'allongement à l'instant considéré une force proportionnelle à la vitesse relative de cette extrémité par rapport à l'autre et de signe contraire à cette vitesse comptée positivement dans le sens de l'extension. Cette force additionnelle due au frottement intérieur est une résistance passive et c'est en apparence seulement qu'elle semble dans certains cas devenir une force accélératrice. Voyons, en effet, en premier lieu, ce qui se passe dans le cas du pendule lié à un point fixe et prenons l'axe positif du déplacement, de la vitesse et de la

force allant du point fixe à l'extrémité libre. La force en question est négative lorsque le fil s'allonge et positive lorsqu'il se raccourcit, et, comme la tension est toujours négative, il en résulte que la force additionnelle augmente la tension lorsque celle-ci croît et la diminue lorsqu'elle décroît. C'est bien ainsi que doit agir le frottement intérieur. On peut, en effet, s'en faire une idée par le frottement de filets moléculaires longitudinaux, qui ont forcément des mouvements relatifs puisque la surface de la section varie. On voit alors que dans la dilatation ce frottement en s'opposant au mouvement augmente la tension, tandis que dans la contraction, en s'opposant encore au mouvement, il annule une partie, de la tension. En passant au cas des deux pendules, il peut arriver pour la masse par exemple, qui est à l'extrémité positive. que la tension soit augmentée avec une vitesse négative, parce que l'autre extrémité a une vitesse négative plus grande de manière qu'en réalité la tension croisse. Ceci explique comment il est possible que la force additionnelle paraisse accélératrice.

La notion d'énergie n'a pas été introduite jusqu'ici dans cette étude. Son emploi permet, comme on va le voir, en établissant la loi de la transmission d'énergie par le fil et en modifiant l'équation différentielle de la propagation le long du fil, de manière à obtenir une absorption d'énergie, de démontrer théoriquement que le décrément de l'amplitude est, comme l'observation le constate, en raison inverse de la longueur du fil.

Considérons le fil élastique dont les extrémités, A_1 et A_2 de la *fig.* 2, sont l'origine de l'axe des x et un point défini par $x = L$. Soient u le déplacement d'un point quelconque x et u_1 et u_2 les valeurs de u pour o et L, qui sont o et d comme conditions initiales. J'admets dans ce qui suit que le déplacement le long du fil a lieu comme dans l'état d'équilibre, à cause de la petitesse de la vitesse pendulaire, qui est au maximum 45^{cm} par seconde, par rapport à la vitesse de propagation de la perturbation égale à 35^m environ. On peut aussi déduire cette conséquence de l'équation différentielle connue

$$(10) \qquad \frac{d^2u}{dt^2} = \frac{K}{\rho}\frac{d^2u}{dx^2}.$$

La valeur de K est 112.10^5 et celle de ρ, la densité du fil, est 1;

d'autre part $\frac{d^2 u}{dt^2}$ est du même ordre que $\frac{du}{dt}$, d'où résulte pour $\frac{d^2 u}{dx^2}$ une valeur moyenne représentée par 45.10^{-7}. En la comparant à celle de $\frac{du}{dx}$, qui diffère peu de 0,1 à cause de la valeur moyenne $\frac{d}{L}$, on voit qu'on doit la considérer comme nulle avec une grande approximation. Par conséquent, $\frac{du}{dx}$ est constant et l'on a pour u l'expression

$$u = u_1 + \frac{x}{L}[d + u_2 - u_1]. \tag{11}$$

L'équation (10) mise sous la forme relative à l'énergie de l'élément dx, avec la section s, est

$$\frac{1}{2}\rho s \frac{d\left(\frac{du}{dt}\right)^2}{dt} dx + \frac{1}{2} K s \frac{d\left(\frac{du}{dx}\right)^2}{dt} dx = K s \frac{d\left[\frac{du}{dx}\frac{du}{dt}\right]}{dx} dx.$$

Le premier membre est l'accroissement d'énergie totale, énergie cinétique et énergie potentielle d'élasticité, de l'élément dx rapporté à l'unité de temps. Il en résulte que $-K\frac{du}{dx}\frac{du}{dt}$ est le flux d'énergie à travers l'unité de section compté dans le sens des x positifs, car le second membre est ainsi la différence entre l'énergie qui entre dans l'élément et celle qui en sort. Par la raison déjà indiquée, l'énergie cinétique est négligeable par rapport à l'énergie potentielle et, en effet, la valeur de u donnée par (11) substituée dans l'équation égale l'énergie potentielle au second membre. Désignant par e' l'énergie de l'élément, notre équation s'écrit

$$\frac{de'}{dt} = K s \frac{d\left[\frac{du}{dx}\frac{du}{dt}\right]}{dx} dx. \tag{12}$$

Intégrant (12) par rapport à x entre 0 et L, appelant e l'énergie du fil entier et remarquant que dans le second membre s qui ne dépend que de $\frac{du}{dx}$ est constant d'après (11) par rapport à x, on a

$$\frac{de}{dt} = K s \left[\frac{du_2}{dx}\frac{du_2}{dt} - \frac{du_1}{dx}\frac{du_1}{dt}\right].$$

L'accroissement d'énergie du fil est donné par la différence des

flux des sections terminales. On peut déduire de là les (1). Multiplions la première par $\frac{du_2}{dt}$ et appelons E_2 l'énergie totale, cinétique et potentielle de gravité, de la masse m_2, elle devient

$$\frac{dE_2}{dt}+\frac{Ks}{L}[d+u_2-u_1]\frac{du_2}{dt}=0,$$

et exprime que l'accroissement de E_2 est dû au flux d'énergie à travers la section terminale du fil, puisque $\frac{du_2}{dx}=\frac{d+u_2-u_1}{L}$.

Il s'agit maintenant de tenir compte de l'absorption d'énergie par le frottement intérieur. Pour cela je modifie (12) et désignant toujours par e' l'énergie totale qui, dans l'unité de temps, est apportée du dehors dans l'élément dx, j'écris

$$(13)\qquad \frac{de'}{dt}=Ks\frac{d\left[\frac{du}{dx}\frac{du}{dt}\right]}{dx}dx+hs\left[\frac{d\frac{du}{dt}}{dx}\right]^2dx.$$

Le terme ajouté est l'énergie d'absorption ou de dissipation exprimée par la force vive d'un mouvement dont la vitesse est proportionnelle à la vitesse relative des deux extrémités de l'élément dx et un coefficient constant h. L'énergie potentielle reste exprimée par le premier terme du second membre, et on peut en effet admettre qu'elle s'emmagasine dans les filets moléculaires longitudinaux dont les mouvements relatifs produisent l'énergie d'absorption, en sorte que le flux défini comme ci-dessus n'est plus que le flux relatif à l'énergie potentielle.

J'admets que u est encore donné par (11). C'est la solution approchée d'une équation différentielle obtenue en ajoutant au second membre de (10) un terme relatif au frottement intérieur, terme que l'on doit supposer de même ordre que $\frac{d^2u}{dt^2}$. Cette solution étant admise, en intégrant (13) par rapport à x entre 0 et L on a, e étant l'énergie totale du fil,

$$\frac{de}{dt}=Ks\left[\frac{du_2}{dx}\frac{du_2}{dt}-\frac{du_1}{dx}\frac{du_1}{dt}\right]+\frac{hs}{L}\left[\frac{d(u_2-u_1)}{dt}\right]^2.$$

Revenons aux (7) qui, multipliées respectivement par $m\frac{du_2}{dt}$ et $m\frac{du_1}{dt}$ et laissant s variable, ce qui fait disparaître les coefficients

a et b, donnent en les ajoutant

$$\frac{dE_2}{dt}+\frac{dE_1}{dt}+2m\gamma\left[\left(\frac{du_1}{dt}\right)^2+\left(\frac{du_2}{dt}\right)^2\right]$$
$$+\frac{Ks}{L}[d+u_2-u_1]\frac{d(u_2-u_1)}{dt}+2m\gamma'\left[\frac{d(u_2-u_1)}{dt}\right]^2=0.$$

D'autre part, nous devons exprimer que l'accroissement total d'énergie des masses plus le terme en γ, absorption d'énergie due au frottement de l'air, plus $\frac{de}{dt}$ est une somme nulle. Nous avons donc seulement à identifier les deux coefficients de $\left[\frac{d(u_2-u_1)}{dt}\right]^2$, ce qui donne pour γ'

$$\gamma'=\frac{hs}{2mL}.$$

Le décrément γ' est donc, comme l'observation l'a fait trouver, proportionnel à s et en raison inverse de L.

Production de chaleur par le frottement intérieur. — J'ai à rappeler ici en premier lieu les recherches de M. Warburg [1], sur l'amortissement des sons dans les corps solides et l'échauffement qui en résulte. L'auteur a trouvé que le caoutchouc donne lieu plus que tout autre substance à ces deux phénomènes concomittants. Un tube de caoutchouc fixé sur un tube de verre vibrant subit un échauffement qui peut être rendu apparent par le thermomètre. J'indique de plus qu'en cherchant à se rendre compte de l'absorption inégale des sons graves et aigus, M. Warburg a mesuré le décrément des oscillations de torsion d'un fil de caoutchouc et a obtenu des valeurs montrant que ce décrément varie aussi en raison inverse de la longueur du fil. En second lieu, M. Villari [2] a résolu la question d'une manière tout à fait décisive à l'égard de la chaleur développée dans des conditions analogues à celles dont il s'agit ici. Après avoir répété l'expérience de Joule

---

[1] E. Warburg, *Sur l'échauffement des corps solides par la vibration élastique* (*Pogg. Ann.*, t. CXXXVII, p. 632; 1869). *Sur l'amortissement des sons dans les corps solides* (*Pogg. Ann.*, t. CXXXIX, p. 89; 1870).

[2] E. Villari, *Sur le développement de chaleur dans le caoutchouc par l'extension* (*Pogg. Ann.*, n° 10; 1871. *Phil. Mag.*, t. XLIII, p. 157; 1872. *Rend. R. Inst. Lombardo*, ser. 2, t. III).

sur l'échauffement et aussi le refroidissement du caoutchouc par une simple extension ou contraction, il a essayé d'obtenir un effet plus intense en soumettant une lame de caoutchouc de 25^{mm} de longueur sur 3^{mm} d'épaisseur à une succession rapide de tractions et de contractions, soit à la main, soit par l'intermédiaire d'un levier. La pile thermoélectrique employée a donné des indications galvanométriques dépassant les limites de l'instrument et accusant un échauffement notable. M. Villari conclut de ses expériences qu'il est très probable que la chaleur se développe aussi par la contraction et que c'est un effet de frottement intérieur confirmant les recherches de M. Warburg.

Une expérience concluante peut se faire aisément de la manière suivante. Je me suis servi d'un tube de caoutchouc noir non vulcanisé de 12^{cm} de long, de 15^{mm} de diamètre extérieur et dont les parois ont 3^{mm} d'épaisseur. J'ai fixé l'une des extrémités dans un étau et en serrant l'autre extrémité dans une pince tenue à la main, j'ai soumis le caoutchouc à une rapide succession de tractions, en employant une assez grande force de manière à obtenir un allongement égal à la longueur. Après une certaine durée de cette opération, j'ai introduit dans le tube la boule d'un thermomètre à mercure gradué au cinquième de degré qui a indiqué une élévation de température allant en progressant quand le frottement intérieur durait plus longtemps, comme l'indiquent les nombres suivants :

Durée du frottement intérieur.	Élévation de température.
0^m.30^s	0°,6
1.30	1,6
3.30	2,4
7.30	3,6

La température initiale est 12°,8.

Une durée plus longue n'a pas paru augmenter sensiblement la température. On obtient ainsi une élévation de température de 3°,5, bien suffisante pour que la production de chaleur par le frottement intérieur soit rendue apparente sans avoir recours à un élément thermoélectrique.

L'énergie absorbée par le fil élastique est analogue à la

chaleur de Joule. — Considérons le pendule lié au point fixe; l'énergie absorbée entre deux positions du pendule correspondant au commencement et à la fin d'une double oscillation peut s'évaluer par la perte d'énergie potentielle de gravité de la masse et d'énergie potentielle d'élasticité du fil, puisque à ces deux instants la vitesse est nulle. Il faut donc calculer la variation de

$$\frac{1}{2}\frac{mg}{l}u^2 + \frac{1}{2}\frac{Ks}{L}(u+d)^2.$$

Si la section du fil est petite et la masse considérable comme c'est le cas avec les fils que j'ai employés et le poids de 5^{kg}, l'énergie élastique est négligeable par rapport à celle de la gravité et de plus je ne tiens pas compte de la résistance de l'air et je calcule u^2 d'après (6), en négligeant e_0, par l'expression

$$u = e^{-\gamma' t}\cos\frac{\pi t}{T},$$

entre les deux limites de t, nT et $(n+2)$T, ce qui donne pour la perte d'énergie

$$\frac{1}{2}\frac{mg}{l}e^{-2n\gamma' T}[1 - e^{-2\gamma' T}].$$

Remplaçant $e^{-2\gamma' T}$ par sa valeur approchée $1 - 2\gamma' T$ et divisant par 2T pour rapporter la perte d'énergie à l'unité de temps, on trouve

$$\frac{1}{2}\frac{mg}{l}e^{-2n\gamma' T}\gamma'.$$

Comparons les pertes d'énergie E et E′ dues à deux fils de longueurs L et L′ pour une même amplitude, ce qui implique la même valeur pour le facteur $e^{-2n\gamma T}$. On aura, puisque γ' est en raison inverse de la longueur,

$$\frac{E}{E'} = \frac{L'}{L}.$$

C'est la relation entre les quantités d'énergie transformées en chaleur de Joule dans l'unité de temps dans deux conducteurs de résistance L et L′ qui sont successivement le circuit d'une même force électromotrice.

VIII. — Conclusions.

Un système de deux pendules de même masse et de même longueur liés par un fil de caoutchouc assez long pour que l'allongement moyen soit petit par rapport à sa longueur donne lieu à une transmission d'énergie de l'un des pendules à l'autre qui est périodique. La durée de la période s'obtient en multipliant la durée de l'oscillation pendulaire par un nombre, en général assez grand qui peut être calculé en observant la déviation d'un des pendules dans la position d'équilibre. Ce nombre est proportionnel à la longueur et inversement proportionnel à la section du fil.

Les pendules tendent à osciller comme un système rigide avec une tension constante du fil, ce qui s'accuse par la diminution des maxima d'amplitude et l'augmentation des minima. Après dix à douze périodes environ, l'alternance n'est presque plus perceptible et de plus les deux pendules ont pris à peu près la même phase. On trouve par les équations du mouvement que l'oscillation de chaque pendule est décomposable en une oscillation proportionnelle à celle du centre de gravité commun dont le décrément ne dépend que de la résistance de l'air et en une oscillation à amplitude périodique avec un décrément dû au frottement intérieur du fil de caoutchouc, ce qui explique la diminution progressive de l'alternance et l'état final.

Le décrément de l'amplitude d'un pendule, lié à un point fixe duquel on retranche le décrément dû à l'air, donne la mesure du frottement intérieur. Les observations établissent les deux lois suivantes :

1° Le décrément est proportionnel à la section du fil.
2° Le décrément est en raison inverse de la longueur du fil.

Une résistance proportionnelle à la vitesse relative des deux extrémités du fil, introduite dans les équations du système des deux pendules, rend compte des circonstances du mouvement, comme on vient de le dire, et les valeurs des maxima et des minima successifs font trouver pour le décrément la même valeur que celle déduite du pendule lié au point fixe.

On est conduit par des considérations théoriques, en exprimant

que l'énergie apportée dans l'élément du fil dans l'unité de temps contient un terme représentant la force vive d'un mouvement ayant une vitesse proportionnelle à la vitesse relative des deux extrémités de l'élément, à trouver que le décrément dû au frottement intérieur doit satisfaire aux deux conditions mentionnées.

La chaleur développée par le frottement intérieur donne lieu à une élévation de température mesurable au thermomètre lorsqu'on soumet le caoutchouc à une succession rapide de dilatations et de contractions.

L'analogie évidente entre l'énergie absorbée par le frottement intérieur et l'énergie transformée en chaleur de Joule dans le courant électrique peut être précisée, moyennant une certaine approximation, en assimilant le fil élastique à un conducteur.

LA LOI DES TEMPÉRATURES D'ÉBULLITION CORRESPONDANTES;

PAR M. U. DÜHRING.

Le présent Volume du *Journal de Physique* contient (p. 386) une analyse d'une Note de M. Edmond Colot et l'énoncé d'une loi qu'il croit nouvelle (*Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences,* t. CXIV, p. 653; 1892). Cette loi est une relation générale entre les températures de vapeurs saturées ayant une tension commune, mais appartenant à des substances différentes, ou, en d'autres termes, entre les températures d'ébullition de liquides divers à la même pression. L'équation au moyen de laquelle M. Colot exprime mathématiquement cette relation, savoir $t = A\theta + B$, ne se distingue d'une formule $t' = r + qt$, publiée par moi en 1878, dans un Ouvrage de mon père (E. Dühring, *Neue Grundgesetze zur rationellen Physik und Chemie;* erste Folge, Leipzig, P.-R. Reisland), que par la seule circonstance de la désignation des mêmes quantités par des lettres différentes. C'est à cette relation que j'ai donné, il y a plus de seize ans, le nom d'une *Loi des températures d'ébullition correspondantes.* En 1880, je l'ai publiée aussi dans les *Annales de Wiedemann* (t. XI, p. 163), et dans les *Comptes rendus des séances de l'Académie des Sciences* (t. XXI, p. 280).

Pour vérifier numériquement cette loi, je me suis appuyé sur les observations étendues de Regnault. J'ai pris d'abord (p. 76 de l'Ouvrage cité) les températures correspondantes de l'eau et du mercure, et j'ai calculé le quotient de leurs variations avec la pression, lequel fut trouvé constant, ainsi que la loi l'indique; puis j'ai comparé (p. 79 et suivantes), pour la démonstration ultérieure de la loi, les températures d'ébullition calculées d'après la loi, et celles qui ont été observées pour plusieurs liquides, tels que l'alcool, l'éther, le sulfure de carbone, l'iodure d'éthyle. Ainsi j'ai donné de cette loi *une vérification numérique et complète*. Dans sa publication, M. Colot ne donne pas des Tables de comparaison par lesquelles on puisse se convaincre de l'accord des valeurs calculées et observées.

JOURNAL DE LA SOCIÉTÉ PHYSICO-CHIMIQUE RUSSE.

Vol. XXV, n°s 5, 6, 7, 8 et 9; 1893.

W.-A. BERNADSKY. — Sur la théorie du vibrateur de Hertz, p. 159-172.

En introduisant quelques conditions simplifiantes dans l'expression analytique du potentiel du vibrateur de Hertz, l'auteur a mené ses calculs jusqu'à la fin, et constaté que le vibrateur est le siège de deux systèmes de vibrations superposées : l'une périodique et l'autre apériodique. Ses expériences ont constaté d'une manière satisfaisante les résultats de ce calcul approximatif.

O.-D. CHWOLSON. — Réponse à M. Sawelieff (1).

M. Chwolson démontre que plusieurs remarques critiques de M. Sawelieff sont fondées sur des malentendus, et n'invalident pas du tout les assertions véritables du Mémoire discuté. Quant aux expériences et observations propres de M. Sawelieff, leur nombre

---

(1) A propos de son Mémoire *Sur la précision des observations actinométriques*, voir *J. de Phys.*, p. 232 de ce Volume.

est insuffisant pour corroborer les conclusions de l'auteur, fondées sur des séries d'observations bien plus longues et faites avec beaucoup plus de soins.

S.-J. TÉRÉCHINE. — Méthode de mesure de la température d'un fil métallique parcouru par un courant électrique [suite (1)].

Les résultats d'une nouvelle série d'expériences, faites entre + 20°C. et + 870°C., ont été comparés à ceux calculés d'après la formule de Lorenz et celle de Dulong et Petit : la première donne une concordance satisfaisante entre 150° et 870°C., et la deuxième, au contraire, seulement entre + 20° et 100°C.

M. LUBIMOFF. — Appareils pour démontrer l'action réciproque de deux corps superposés tombant librement ensemble, p. 198-199.

Le premier de ces appareils sert à constater la diminution de la pression d'un corps sur son appui quand ils tombent ensemble, le deuxième permet de démontrer la même chose pour la pression hydrostatique du mercure dans un manomètre, et le troisième fait voir l'inexactitude de la loi d'Archimède pour un corps qui tombe avec le liquide dans lequel il flotte.

E. ROGOWSKY. — Notice préliminaire sur une méthode pour déterminer la conductibilité extérieure des métaux, p. 201-202.

Un fil traversé par un courant électrique est fixé le long d'un tube rempli d'eau en mouvement de translation uniforme. La quantité de chaleur émise est déterminée par l'intensité du courant et par la résistance du fil que l'on mesure à l'aide de la différence de potentiel à ses extrémités. Des expériences ont montré que la quantité de chaleur perdue par le fil, ainsi que sa température, sont indépendantes de la vitesse d'écoulement de l'eau. L'auteur continue ses expériences.

---

(1) Voir *J. de Phys.*, p. 235 de ce Volume.

M. TIKHWINSKY. — Sur l'électrolyse de la couperose verte, p. 311 316. (Section de Chimie.)

Pour former un bain servant à la précipitation galvanique du fer, on fait passer pendant à peu près un mois un faible courant de $0^{\text{volt}},1$ à $0^{\text{volt}},3$ dans une dissolution à 30 pour 100 de couperose verte (protosulfate de fer), à l'aide d'électrodes de fer et à l'abri de la lumière. Le liquide devient plus foncé, de couleur semblable à celle du sulfate de nickel; sous l'action de la lumière, il se décompose avec formation d'un précipité vert. Il faut un courant de $1^{\text{volt}},4$ au moins pour produire la précipitation du fer. L'analyse du bain formé a donné la formule $FeSO^4.FeO$. Il est probable que cette combinaison se forme à l'anode par la décomposition simultanée de H^2O et de $FeSO^4$, conformément à l'équation

$$2Fe + O + O + SO^3 = FeSO^4.FeO.$$

N. KASTERINE. — Détermination de la constante capillaire et de l'angle de raccordement à l'aide de mesures de la forme des gouttes, p. 203-219.

Après avoir photographié le contour vertical grossi d'une assez petite goutte de liquide posée sur une plaque horizontale, ou d'une bulle formée dans le liquide, enfermé dans une cuvette en verre à faces parallèles, l'auteur prenait ses mesures sur cette photographie. D'autre part, en transformant l'équation différentielle fondamentale de Laplace, l'auteur parvient à lui donner une forme telle que l'intégrale de son premier membre exprime le produit de la surface de la demi-section diamétrale de la goutte par l'abscisse de son centre de gravité, et que l'intégrale de son deuxième membre peut être effectuée. La photographie agrandie de la goutte donne le moyen de déterminer empiriquement la valeur numérique du premier membre, à l'aide d'un profil découpé en papier bristol, de sorte que la constante capillaire a et l'angle de raccordement i peuvent être calculés par l'intermédiaire de quantités facilement mesurables; d'après les formules

$$a^2 = \frac{2u_1\sigma_1 - (Q-q)L^2}{2L\left(\frac{L}{b} - 1\right)}, \qquad \sin i = \frac{l}{b} - \frac{2u_2\sigma_2 - Ql^2}{2a^2 l},$$

en nommant b le rayon de courbure de la partie centrale de la goutte, L le rayon de sa section horizontale maximum, q la hauteur de cette section, l le rayon de sa base, Q sa hauteur, u_2 et σ_2 la surface et l'abscisse du centre de gravité de toute la demi-section diamétrale de la goutte et u_1, σ_1 les mêmes quantités pour la partie de cette section limitée par la base et la droite parallèle à la base, menée à la distance q de cette dernière. L'auteur a obtenu les nombres suivants pour des gouttes récemment formées :

Pour le mercure sur verre,.......	$a^2 = 3^{gmn},235$;	$i = 44°$
» acier........	$a^2 = 3,13$;	$i = 39°$
Pour l'eau	$a^2 = 7,26$	
» l'éther éthylique............	$a^2 = 2,37$	
» le benzol	$a^2 = 31,35$	

P. BACKHMETIEFF. — Poids spécifiques des amalgames de bismuth et de magnésium, p. 219-225.

Les propriétés thermiques et thermoélectriques des amalgames de Bi et de Mg présentent des anomalies notables, et rendent probable la supposition que les mélanges $BiHg^{40}$ et $MgHg^4$ sont des composés chimiques déterminés. D'après les expériences de l'auteur, le poids spécifique de l'amalgame de magnésium à 5 pour 100 a été trouvé de 21,5 pour 100 moindre que le poids spécifique calculé en supposant qu'il n'y a point de variation de volume. Pour le bismuth, la différence est de même signe, mais ne dépasse pas 0,37 pour 100.

N. DELAUNAY. — Quelques nouveaux mécanismes articulés, p. 225-235.

Le *projecteur* consiste en un losange articulé, dont deux côtés adjacents sont prolongés d'une même longueur arbitraire. Si les deux extrémités libres du mécanisme parcourent une droite, les deux sommets du losange restent constamment sur une même droite normale à celle-là et le quotient de leurs distances à cette ligne reste constant. Par conséquent, si le sommet supérieur décrit une courbe plane quelconque, le sommet inférieur décrira la projection de cette courbe sur un plan. L'auteur a construit un ellipsographe et un hyperbolographe fondé sur ce principe. Le *re-*

verseur et la *manivelle duplicatrice* sans points morts sont trop compliqués pour être décrits sans l'aide de figures.

P. BACKHMÉTIEFF et J. WJAROFF. — Études thermométriques sur les amalgames, p. 238-255.

Les auteurs ont déterminé les courbes de refroidissement dans l'air de divers amalgames à l'aide d'un élément thermoélectrique fer-maillechort.

Les courbes de l'amalgame de sodium, ainsi que celle de l'amalgame de cadmium ont présenté une inflexion, à 141° C et à 105°C respectivement, tandis que les amalgames de plomb, de zinc et de magnésium ont donné des courbes parfaitement continues, aussi bien que le mercure pur.

Après avoir discuté les opinions de divers auteurs sur ce sujet, M. Backhmétieff remarque que l'absence d'inflexions sur les courbes de refroidissement n'indique pas indubitablement la non-existence d'une combinaison chimique déterminée du métal avec le mercure. L'amalgame, mis en expérience, peut présenter une dissolution de *mercurite* dans un excès de mercure, le mercure peut même être combiné au mercurite à la manière de l'eau de cristallisation, et la dissolution peut être à l'état de sursaturation à une certaine température; ces causes diverses sont plus que suffisantes pour faire disparaître l'influence de la température de fusion du mercurite sur la courbe de refroidissement de l'amalgame.

P. BACKHMÉTIEFF. — Propriétés thermo-électriques du palladium, p. 256-263.

Un fil de palladium étiré par un poids forme un couple thermo-électrique avec le même métal non étiré; le courant passe par la soudure échauffée du palladium étiré au palladium non étiré. La force électromotrice est directement proportionnelle à la différence des températures (une des soudures étant constamment à 0°); elle a été trouvée égale à $2,07 \times 10^{-6}$ volts pour 100° C. de différence et pour un poids étirant égal à 6^{mmg}.

La proportionnalité entre la force thermoélectrique et le poids étirant existe entre 0^{kg} et 3^{kg}, mais pour des poids plus considé-

rables, la courbe monte moins vite. Le sens du courant est en concordance avec les prévisions de l'auteur (1).

P. BACKHMÉTIEFF. — Sur quelques propriétés du sulfate de cuivre, p. 265-294.

L'auteur s'est proposé de déterminer le poids spécifique et le coefficient de dilatation de l'eau de cristallisation contenue dans le sulfate de cuivre.

Ce sel peut contenir 5,3 ou 1 équivalent d'eau de cristallisation; il est complètement insoluble dans le xylol, de sorte qu'on peut indifféremment se servir de la méthode du flacon ou de celle de la pesée hydrostatique pour trouver les constantes cherchées. Le poids spécifique de $CuSO^4 + 5H^2O$ cristallisé, à 30° C., a été trouvé égal à 2,27; le même composé amorphe, obtenu à l'aide du sulfate monohydraté par l'absorption de l'eau, donne un chiffre un peu plus faible : 2,26. Les poids spécifiques de $CuSO^4 + H^2O$ et de $CuSO^4$ à 30°C. sont représentés par les nombres 3,185 et 3,516. Le coefficient de dilatation de $CuSO^4 + 5H^2O$ cristallisé est à peu près $+1,65 \times 10^{-4}$, mais il est égal à $-1,3 \times 10^{-5}$, pour le même sel amorphe, et à $-2,45 \times 10^{-5}$ pour $CuSO^4$.

Le poids spécifique calculé de l'eau de cristallisation est 0,0618 pour toutes les cinq molécules en moyenne et 0,252 pour la dernière molécule, se séparant au-dessus de 200° C. L'auteur cherche à interpréter les chiffres trop petits du poids spécifique de l'eau de cristallisation en supposant qu'elle est à l'état de vapeur : la dernière molécule serait retenue avec une force de 315^{atm} et les quatre autres avec une force de 18^{atm} en moyenne.

A. STOLETOFF. — Sur l'état critique des corps (2), p. 304-326.

L'auteur discute longuement les idées et les expériences nouvelles sur l'état critique des corps, notamment celles de Battelli, Wroblewsky, Pr. Galitzine, de Heen, Zambiazi, Pellat et autres.

---

(1) Troisième Mémoire. Le premier : *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 543, et le deuxième : *Travaux de la section de Physique de la Société des Amateurs des Sciences naturelles de Moscou*, t. V, p. 1; 1892.

(2) Voir *Journal de Physique*, 2e série, t. IX, p. 539.

Sa conclusion est que les idées saines d'Andrews et de Clausius, toujours soutenues et développées par l'auteur, ne sont pas encore mises en défaut par les recherches nouvelles; on a constaté seulement quelques anomalies non explicables dans l'état actuel de nos connaissances.

O. CHWOLSON. — Sur l'influence de la voûte faiblement magnétique d'un local contenant des instruments de mesure magnétiques sur leurs indications, p. 327-335.

Il nous arrive souvent de placer les instruments magnétiques sous une voûte en briques ordinaires, contenant beaucoup d'oxyde de fer, et, par conséquent, il est utile de savoir au moins l'ordre de grandeur de l'influence d'une voûte de cette nature sur l'intensité du champ magnétique terrestre dans l'espace qu'elle recouvre. Le problème de l'induction magnétique à l'intérieur d'une sphère creuse placée dans un champ magnétique uniforme ayant été résolu par Poisson, il s'agissait seulement d'adapter ses formules au cas proposé et de discuter les résultats. La voûte magnétique diminue toujours l'intensité du champ magnétique; en admettant pour sa constante magnétique (k de Poisson) le nombre 0,001, (plus grand que $8,91 \times 10^{-4}$, nombre trouvé, par Plücker, pour l'oxyde de fer pur), l'auteur exprime la diminution φ du champ terrestre f par la formule

$$\varphi = 1,5 \times 10^{-9} f,$$

quantité bien moindre que les erreurs des observations magnétiques modernes.

N. HESEHUS. — Sur la conductibilité de divers corps pour le son et leurs capacités acoustiques, p. 335-345.

M. Vierordt, dans son livre *Die Schall- und Tonstarke und der Schalleitungsvermögen der Körper,* déduit d'un grand nombre d'observations la loi suivante : la conductibilité pour le son est inversement proportionnelle à la longueur du corps et ne dépend pas de sa section, tandis que l'auteur a trouvé (¹) qu'elle

(¹) Voir *Journal de Phy sique,* 2ᵉ série, t. VI, p. 200.

est inversement proportionnelle à la longueur et directement proportionnelle à la section du corps conducteur. La contradiction est facile à expliquer. M. Vierordt a expérimenté de la manière suivante : son *phonomètre à percussion* était composé d'une plaque en ardoise sur laquelle appuyait le conducteur du son par l'un de ses bouts, pendant que l'oreille était appliquée à l'autre; une boule de plomb produisait le son en tombant sur l'ardoise. On faisait varier la hauteur de la chute, jusqu'à ce que le son transmis devînt à peine perceptible. Il est évident qu'on obtient par des expériences de ce genre, la capacité acoustique, mais non la conductibilité, propriété qui se rapporte à un mouvement sonore continu. La *dynamie acoustique*, quantité d'énergie acoustique nécessaire pour que le corps donné commence à émettre un son à peine perceptible, étant proportionnelle au volume et à la masse de ce corps, M. Vierordt obtenait des vibrations plus faibles, quand il augmentait la section du corps conducteur de longueur constante. En divisant les nombres de M. Vierordt par les poids spécifiques des corps auxquels ils correspondent, on obtient leurs *capacités acoustiques spécifiques*.

A.-L. HERCHOUN. — Nouvelle méthode pour déterminer la distance focale des objectifs photographiques, p. 348 (procès-verbal).

L'appareil de l'auteur permet de déterminer la position du plan dans lequel le point lumineux coïncide avec son image formée par les rayons qui ont passé deux fois par le système et ont subi une réflexion à la surface d'un miroir plan normal à l'axe. En outre, il donne aussi la position du point lumineux pour lequel les rayons forment un faisceau parallèle après avoir passé deux fois par le système et subi une réflexion. Ces deux mesures, répétées après avoir retourné l'objectif sur son support, permettent de calculer deux valeurs indépendantes de la distance focale, ainsi que les positions des points nodaux du système. W. LERMANTOFF.

IL NUOVO CIMENTO.

3e série, t. XXXIII et XXXIV; 1893.

R. ARNÒ. — Champ électrique tournant, et rotations produites par l'hystérésis électrostatique, t. XXXIII, p. 17.

Dans ses classiques recherches sur les rotations électrodynamiques produites par les courants alternatifs, M. le professeur G. Ferraris [1] a démontré que, dans un champ magnétique tournant, un cylindre de fer tourne, même lorsqu'il est coupé de manière que les courants de Foucault ne peuvent se produire.

La rotation était due, dans ce cas, à l'hystérésis magnétique, c'est-à-dire au retard avec lequel l'aimantation suit la rotation du champ magnétique.

L'auteur a fait des expériences analogues, mais en substituant au champ magnétique un champ électrique, et aux corps magnétiques des corps isolants; on observe alors une rotation due à l'hystérésis électrostatique, c'est-à-dire au retard nécessaire pour la charge du diélectrique. L'auteur a pu même construire un moteur électrostatique fondé sur ce principe.

M. Désiré Korda a fait sur ce travail une réclamation de priorité à laquelle l'auteur a répondu dans les *Rendiconti della R. Acc. dei Lincei* [2].

A. BATTELLI. — Sur l'état de la matière au point critique, t. XXXIII, p. 22.

L'auteur a entrepris sur cet objet des recherches qui l'ont conduit aux résultats suivants :

1° La température critique est la température à laquelle la cohésion entre les parcelles du liquide est diminuée à un point tel qu'elles ne se tiennent plus réunies ensemble, mais occupent tout l'espace qui les contient.

2° Au-dessus de la température critique les parcelles du liquide

---

(1) *Journal de Physique*, 2e série, t. VIII; 1888.

(2) 5e série, t. II, p. 179; 1893.

poursuivent leur évaporation, c'est-à-dire se divisent en molécules de vapeur saturée, au fur et à mesure que la température s'élève.

3° En laissant à la dénomination de point critique la signification qu'elle prend dans le Tableau des isothermes, la détermination de ce point par la méthode optique n'est pas généralement précise; parce que la disparition du ménisque a lieu à une température plus élevée que la température critique; et le ménisque devient trouble à une température qui s'abaisse lorsque l'on augmente la quantité de substance contenue dans le tube où se font les mesures.

E. ODDONE. — Sur la variation de l'intensité du magnétisme dans les rochers magnétiques, t. XXXIII, p. 115.

L'auteur expose dans cette Note des observations préliminaires faites dans le but d'étudier les variations sur place du magnétisme d'un rocher.

Il choisit un bloc de lave basaltique à *Rocca di Papa* (sur les *Colli Laziali*), dans une position suffisamment élevée et bien isolé. Il mesura par la méthode des oscillations, à différents jours et à des heures différentes d'un même jour, l'intensité magnétique de la composante horizontale du champ en un point fixe près de ce rocher.

Depuis novembre 1891 jusqu'à mars 1892, soixante-dix mesures furent exécutées; on observa une forte augmentation du champ avec le temps. L'auteur discute minutieusement les causes qui ont pu la produire.

E. VILLARI. — Action du magnétisme transversal sur le magnétisme ordinaire du fer et de l'acier, t. XXXIII, p. 152, 193 et 241; t. XXXIV, p. 49.

Dans une Note précédente, l'auteur a exposé les résultats de ses recherches sur l'action du magnétisme ordinaire sur le magnétisme transversal du fer et de l'acier; dans ce Mémoire, il étudie le phénomène inverse.

L'auteur employa des tubes de fer et des tubes ou des verges d'acier. Pour obtenir l'aimantation transversale, les tubes étaient enveloppés par des spirales longitudinales de fil de cuivre isolé qui faisaient plusieurs tours en dedans et en dehors des tubes. Les

verges étaient parcourues directement par le courant. Les tubes et les verges étaient successivement introduits dans une bobine ordinaire de fils de cuivre, qui servait d'abord à les aimanter, et ensuite, réunie à un galvanomètre, mesurait la variation du magnétisme ordinaire, produite par le magnétisme transversal.

L'auteur étudia les modifications du magnétisme ordinaire et du magnétisme résiduel, et, après de longues et ingénieuses recherches, parvint aux résultats suivants :

Magnétisme ordinaire résiduel. — Les premières fermetures et interruptions du courant longitudinal (c'est-à-dire du courant qui traverse la spirale longitudinale) produisent une forte diminution du magnétisme ordinaire résiduel, jusqu'à un minimum qui reste constant; lorsque ce minimum est atteint, on a une deuxième période du phénomène dans laquelle les fermetures du courant produisent une diminution, et les interruptions une augmentation égale du magnétisme ordinaire résiduel.

L'auteur explique ces résultats en admettant que la première période du phénomène est due aux ébranlements produits dans les molécules du tube par le courant longitudinal. La seconde période est due, d'après l'auteur, à une action directrice du courant longitudinal, produisant l'éloignement des axes moléculaires de l'orientation propre au magnétisme ordinaire, qui vient en conséquence à diminuer temporairement.

Diverses expériences confirment cette interprétation.

Les phénomènes de la seconde période ont lieu seulement lorsque le magnétisme résiduel est considérable. Dans le cas contraire, on a, ou bien une augmentation, quelle que soit la direction du courant longitudinal, ou bien une augmentation qui se change en diminution quand on change le sens de ce courant. Ces phénomènes forment une deuxième période anomale, qui est l'objet d'une longue étude de l'auteur.

L'acier présente de même une deuxième période anomale.

Les divergences avec les résultats des expériences de Wiedemann sont attribuées par l'auteur au peu de sensibilité de la méthode expérimentale employée par M. le professeur Wiedemann.

Magnétisme ordinaire temporaire. — Le tube de fer était

situé à l'intérieur de deux bobines concentriques, dont l'une était réunie à la pile et l'autre au galvanomètre. Les déviations de cet instrument mesuraient les modifications du magnétisme ordinaire produites par le courant longitudinal.

Lorsque le courant magnétisant est très faible, la première fermeture du courant longitudinal produit une augmentation du magnétisme ordinaire temporaire du tube de fer; la première interruption produit une variation dans le même sens, et l'on a ainsi une première période. Les fermetures successives produisent une diminution et les interruptions un accroissement du magnétisme temporaire, quelle que soit la direction du courant magnétisant. C'est la deuxième période normale.

Si le courant magnétisant est considérable, ou la verge très mince, la première période peut presque disparaître.

Avec l'acier on a une première période comme avec le fer, qui est suivie par une deuxième période anomale, dans laquelle les effets du courant longitudinal dépendent de sa direction. Cela tient, d'après l'auteur, à l'imparfaite orientation des molécules par la faible action de la bobine magnétisante. En effet, en augmentant le courant magnétisant, on peut obtenir une deuxième période normale.

En résumé, l'on peut dire, d'après l'auteur, que, dans le magnétisme ordinaire ou transversal, les axes des molécules sont disposés à peu près parallèlement ou perpendiculairement à l'axe de l'aimant : l'opposition des deux aimantations produit les différents phénomènes que nous avons résumés, et qui sont liés de telle sorte que à chaque phénomène produit par le magnétisme ordinaire sur le magnétisme transversal correspond un phénomène semblable produit par le magnétisme transversal sur le magnétisme ordinaire.

A. BARTOLI et E. STRACCIATI. — **Réduction au thermomètre à hydrogène des résultats obtenus sur la chaleur spécifique de l'eau, t. XXXIV, p. 64.**

Dans leur étude classique de la chaleur spécifique de l'eau (1)

(1) *Journ. de Phys.*, t. II, 2e série, p. 582.

les auteurs avaient toujours rapporté les températures au thermomètre à azote.

Dans cette Note, ils ont calculé la chaleur spécifique vraie de l'eau, de degré en degré entre 0° et 32°, en rapportant les températures au thermomètre à hydrogène.

La Table suivante contient les résultats de leur calcul : la chaleur spécifique vraie de l'eau à 15° est prise comme unité.

	C.	t.	C.	t.	C.	t.	C.	t.	C.	t.	C.
0...	1,00688	6...	1,00347	12...	1,00084	18...	0,99953	24...	0,99964	30...	1,0[illegible]
1...	1,00624	7...	1,00298	13...	1,00052	19...	0,99943	25...	0,99984	31...	1,0[illegible]
2...	1,00565	8...	1,00246	14...	1,00024	20...	0,99934	26...	1,00007	32...	1,[illegible]
3...	1,00509	9...	1,00201	15...	1,00000	21...	5,99937	27...	1,00040		
4...	1,00454	10...	1,00159	16...	0,99981	22...	0,99940	28...	1,05070		
5...	1,00401	11...	1,00119	17...	0,99964	23...	0,99947	29...	1,00113		

Les valeurs peuvent être représentés (avec l'approximation de $\frac{1}{10000}$) par la formule empirique

$$C = 1,006880 - 0,000556\,t - 0,00000615\,t^2 + 0,000001015\,t^3 - 0,000000013\,t^4.$$

La quantité Q de chaleur nécessaire pour échauffer de 0° à t° 1gr d'eau liquide (la température étant constante dans l'échelle du thermomètre à hydrogène) est donnée par la formule

$$Q = 1,00688\,t - 0,000278\,t^2 + 0,00000205\,t^3 + 0,00000025375\,t^4 - 0,0000000026\,t^5.$$

A. BATTELLI. — Sur les variations de la résistance électrique et du pouvoir thermoélectrique du nickel avec la température, t. XXXIV, p. 125.

D'après l'auteur, la résistance électrique du nickel croît lentement avec la température de 0° à 225°; de 225° à 365° elle croît plus rapidement; à 365° elle recommence à croître lentement. Les températures auxquelles on observe les changements irréguliers de la résistance électrique coïncident avec les températures des changements de pouvoir thermoélectrique.

S. LUSSANA. — Influence du magnétisme et de la chaleur sur le transport des ions, t. XXXIV, p. 149.

L'auteur commence par exposer des expériences qui confirment

une loi précédemment énoncée et qui est en contradiction avec les recherches de M. Bein ([1]). Elle s'énonce : le coefficient de transport des anions croît proportionnellement à la température absolue.

L'auteur expose ensuite les recherches qu'il a faites pour étudier l'influence du magnétisme sur la vitesse des ions pour des solutions qui contenaient des sels de fer : il observe une diminution, très petite, mais toujours constante, lorsque les expériences sont faites à l'abri des variations de température.

L'auteur enfin étudia l'influence du magnétisme sur la résistance électrique des solutions de sels de fer; il obtint des résultats négatifs.

S. LUSSANA. — Recherches expérimentales sur le pouvoir thermoélectrique des électrolytes, t. XXXIV, p. 203.

L'auteur a entrepris cette étude d'après la méthode expérimentale employée précédemment par M. Donle ([2]), mais considérablement perfectionnée. Il a expérimenté soit avec des solutions de sels différents, soit avec des solutions d'un même sel à différentes concentrations.

On observe, en général, que la force électromotrice développée par la chaleur au point de contact des deux liquides, croît plus que la différence de température entre les deux contacts. Pour une même solution cependant et dans certaines limites de concentration, il y a proportionnalité entre l'augmentation de la force électromotrice et les différences de température. Un fait digne de remarque, c'est l'inversion et le changement de signe de la force électromotrice thermoélectrique entre SO^4Cu et NO^3K. Ce fait avait été observé précédemment par M. Bagard ([3]). D'après l'auteur, pour les solutions qu'il a étudiées, la température d'inversion est de 45°.

L'auteur déduit de ses expériences que, dans un cas seulement, il y a égalité entre le coefficient thermique d'un élément hydro-

---

([1]) *Wied. Ann.*, t. XLVI, p. 29; 1892.
([2]) *Journal de Physique*, 2e série, t. VI, p. 551; 1889.
([3]) *Journal de Physique*, 2e série, t. II, p. 483; 1893.

électrique et la somme des coefficients thermiques des divers contacts qui le forment.

Il vérifie, mais d'une façon peu satisfaisante, une équation théorique de M. Nernst (1), et il explique la divergence par l'imparfaite dissociation des électrolytes.

S LUSSANA. — Résistance électrique des dissolutions salines au voisinage de leur maximum de densité, t. XXXIV, p. 217.

L'auteur employa, pour cette étude, la méthode téléphonique de M. Kohlrausch. Il mesura la résistance de huit dissolutions salines (dont plusieurs sous deux concentrations différentes) à des températures voisines du maximum de densité.

Si l'on représente graphiquement les valeurs trouvées en prenant les températures pour abscisses et les résistances pour ordonnées, on obtient des lignes qui présentent un point d'inflexion à la température du maximum de densité.

L'auteur pense que la détermination de la température de ce maximum par la résistance électrique est plus délicate et plus facile que par la méthode dilatométrique.

G. VICENTINI. — Transmission de l'électricité par l'air qui enveloppe des conducteurs chauffés au rouge par le courant électrique, t. XXXIV, p. 226.

L'auteur a exécuté un grand nombre d'expériences sur les phénomènes étudiés par M. Branly (2) et, à un autre point de vue, par MM. Elster et Geitel (3).

Il n'est pas possible de résumer brièvement la longue série de belles recherches faites par l'auteur à l'École Polytechnique de Zurich : nous nous bornerons donc à énoncer quelques-uns des résultats les plus remarquables.

Un fil de platine échauffé entre 200° et 600° électrise d'une manière très faible l'air qui l'environne, en le portant à un potentiel de quelques centièmes de volt. Au-dessus de 600°, cette élec-

(1) *Zeitschrift für Phys. Chem.*, IV, p. 129; 1889.
(2) *Journ. de Phys.*, t. II, 2e série, p. 479; 1893.
(3) *Wied. Ann.*, t. XXXI et XXXIII.

trisation augmente lentement, en atteignant une valeur maximum vers 1000°, pour diminuer ensuite et disparaître.

Si le fil de platine échauffé possède un potentiel positif de 4 volts, il électrise un fil de platine isolé placé à 1^{mm} en dessus, jusqu'à $0^{volt},2$ pour des températures entre 200° et 650°. Au-dessus de 650°, cette électrisation croît rapidement, de manière que, à 750° environ, lorsque le fil commence à donner des radiations azurées, le fil isolé prend environ le même potentiel que le fil chauffé au rouge.

Le même phénomène se présente avec un potentiel négatif, mais l'égalisation des potentiels arrive à la température de 1050° environ lorsque les radiations violettes apparaissent.

La théorie de Elster et Geitel sur la conductibilité électrolytique des gaz dissociés explique les résultats de l'auteur.

G.-P. Grimaldi.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Annales de Chimie et de Physique.

7ᵉ série, t. III; novembre 1894.

G. Meslin. — *Mémoire sur des franges d'interférence rigoureusement achromatiques, et sur la constitution des ondes paragéniques*, p. 362.

A. Battelli. — *Des propriétés thermiques des vapeurs*, p. 408.

P. Freundler. — *Sur les variations du pouvoir rotatoire dans la série tartrique et le pouvoir rotatoire des corps dissous*, p. 438.

G. Meslin. — *Sur des franges d'interférence semi-circulaires*, p. 563.

Philosophical Magazine.

5ᵉ série, t. XXXVIII; novembre 1894.

Ch.-E. Saint-John. — *Longueurs d'onde de l'électricité dans des fils de fer*, p. 425.

J. Trowbridge. — *Changement de période des ondes électriques dans des fils de fer*, p. 441.

R. Threlfall. — *Sur la diffusion de la lumière par des particules métalliques, avec une Note de M. J.-J. Thomson*, p. 446.

W.-M. Hicks. — *Sur la self-induction et le potentiel de gravité d'un anneau*, p. 456.

A.-P. Chattock et F.-B. Fawcet. — *Sur l'énergie d'une molécule d'Ampère*, p. 473.

L.-O. Wadsworth. — *Nouvelle méthode pour aimanter et rendre astatiques les aiguilles d'un galvanomètre*, p. 482.

J.-B. Henderson. — *Effet des champs magnétiques sur la conductibilité électrique du bismuth*, p. 488.

Décembre 1894.

E.-P. Culverwell. — *Manière de calculer une limite de l'effet direct de la grande excentricité de l'orbite terrestre sur les températures de la Terre*, p. 541.

F.-L.-O. Wadsworth. — *Description d'une forme très sensible de galvanomètre de Thomson; quelques méthodes de construction d'un galvanomètre*, p. 553.

C. Barus. — *Mesure téléphonique de la force électromotrice*, p. 558.

R.-A. Fessenden. — *Note sur la mesure de la capacité spécifique inductive de l'eau, de l'alcool, etc.*, p. 567.

S. Young. — *Influence des volumes relatifs du liquide et de la vapeur sur la pression de la vapeur d'un liquide à température constante*, p. 569.

Wiedemann's Annalen.

T. LIII; n° 11, 1894.

C. Christiansen. — *Recherches expérimentales sur l'origine de l'électricité de frottement*, p. 401.

N. Schiller. — *Sur les forces électriques pondéromotrices résultant de la variation de l'énergie électrostatique*, p. 432.

A. Hagenbach. — *Sur les couples thermo-électriques formés de métaux et de dissolutions salines*, p. 447.

H. Nagaoka. — *Distribution du magnétisme dans un fil de nickel sous l'influence simultanée d'une traction longitudinale et d'une torsion*, p. 481.

H. Nagaoka. — *Variation de longueur d'ovoïdes de fer, de nickel et de cobalt, par l'aimantation*, p. 487.

A. Heydweiller. — *Mesure de coefficients d'induction par le téléphone*, p. 499.

L. Zehnder. — *Sur des rayons de force électrique polarisés elliptiquement, et sur la résonance électrique*, p. 505.

E.-H. Barton. — *Phénomènes d'interférence d'ondes électriques propagées le long d'un fil, analogues aux anneaux de Newton*, p. 513.

A. Garbasso et E. Aschkinas. — *Sur la réfraction et la dispersion des rayons de force électriques*, p. 534.

H.-Th. Simon. — *Sur la dispersion des rayons ultraviolets*, p. 542.

R. de Muynck. — *Sur les indices de réfraction de solutions aqueuses de sels de cadmium*, p. 559.

E. Riecke. — *Étude de l'imbibition* (Zur Lehre der Quellung), p. 564.

N° 12.

G. Quincke. — *Sur la formation spontanée de bulles creuses d'écume et de formes myéliques par les oléates alcalins, et phénomènes analogues présentés notamment par le protoplasma*, p. 593.

P. Volkmann. — *Mesure de la tension superficielle de l'eau dans des tubes capillaires de verres différents*, p. 633.

P. Volkmann. — *Remarques sur mes deux Mémoires sur la capillarité de* 1880 *et* 1882, p. 664.

E. Kaiser. — *Écoulement simultané de deux masses liquides*, p. 667.

O. Wiedeburg. — *Le paradoxe de Gibbs*, p. 684.

F. Streintz. — *Réactions thermochimiques dans les éléments secondaires*, p. 698.

I. Klemenčič. — *Aimantation de fils de nickel et de cobalt par des oscillations électriques rapides*, p. 707.

P. Drude. — *Étude du résonateur électrique*, p. 721.

K.-E.-F. Schmidt. — *Réponse à la Note de M. Drude sur la polarisation elliptique*, p. 769.

O. Prerauer. — *Sur la mesure du coefficient de self-induction de fils rectilignes*, p. 772.

ERRATA.

Journal de Physique, 3e série, t. II, p. 362.

Lignes.	*Au lieu de :*	*Lisez :*
2	$dT = -\frac{1,014.10^6 T^2}{273.0,0000448 LT} dn$	$dT = -\frac{1,014.10^6 T^2}{273.0,0000448 LI} dn$
8	$dT = -\frac{(v_1 - v_2)T}{LT} dT - \frac{T^2 a}{273 LT} dT$	$dT = -\frac{(v_1 - v_2)T}{Ll} dP - \frac{T^2 a}{273 Ll} dP$
11	$a\,dT$	$a\,dP$
16	imperméable	miperméable

TABLE DES MATIÈRES.

Pages.

Albert A. Michelson. — Les méthodes interférentielles en Métrologie et l'établissement d'une longueur d'onde comme unité absolue de longueur. 5
Bernard Brunhes. — Sur la vérification des quartz parallèles............. 22
R. Boulouch. — Franges secondaires de l'appareil à anneaux de Newton... 28
L. Holborn et W. Wien. — Sur la mesure des hautes températures; par M. *E. Bouty*.. 31
G. Melander. — Dilatation des gaz sous de basses pressions; par M. *E. Bouty*.. 32
M. Tœpler. — Variation du volume spécifique du soufre avec la température; par M. *E. Bouty*.. 32
L. Schüz. — Sur les chaleurs spécifiques d'alliages aisément fusibles et d'amalgames; par M. *E. Bouty*.. 33
J.-V. Zakrzevski. — Sur le poids spécifique et la chaleur de fusion de la glace; par M. *E. Bouty*.. 34
R. Scholz. — Chaleurs de dissolution de quelques sels dans l'eau à la température de 0°; par M. *E. Bouty*.. 34
C. Dieterici. — Théorie de la chaleur de dissolution et de la pression osmotique; par M. *E. Bouty*.. 35
W.-C. Röntgen. — Influence des chaleurs de compressions sur la mesure de la compressibilité des liquides; par M. *E. Bouty*........................ 36
E. Budde. — Facteurs intégrants et température; par M. *E. Bouty*........ 36
M. Planck. — Remarques sur le principe de Carnot-Clausius; par M. *E. Bouty*.. 36
G. Neumann et F. Streintz. — Action de l'hydrogène sur le plomb et sur d'autres métaux; par M. *E. Bouty*.. 37
A.-A. Common. — Note sur la nécessité de se servir de verre bien recuit et homogène pour les miroirs de télescope; par M. *René Paillot*........... 38
W. Ramsay et S. Young. — Sur quelques propriétés de l'eau et de la vapeur; par M. *René Paillot*.. 38
G.-T. Walker. — Répulsion et rotation produites par les courants alternatifs; par M. *René Paillot*.. 38
E.-F. Herroun et G.-F. Yeo. — Note sur l'audibilité des ondes sonores isolées et le nombre de vibrations nécessaires pour produire un son; par M. *René Paillot*.. 39
Major Cardew. — Méthode électrostatique différentielle pour la mesure des grandes résistances électriques; par M. *René Paillot*............... 40
A. Schuster et A.-W. Crossley. — Électrolyse du nitrate d'argent dans le vide; par M. *René Paillot*.. 40
W.-C. Roberts-Austen. — Sur les points de fusion dans la série des alliages d'aluminium et d'or; par M. *René Paillot*.............................. 41

Pages.

W. DE W. ABNEY et FESTING. — Photométrie des couleurs; par M. *René Paillot* 41

A. WRIGHT. — Sur certains alliages ternaires (5ᵉ Partie). Détermination de diverses courbes critiques, de leurs lignes de liaison et de leurs points de séparation; par M. *René Paillot* 42

N. LOCKYER. — Nouvelle étoile dans la constellation d'Auriga; par M. *René Paillot* 42

C.-H. LEES. — Conductibilité thermique des cristaux et autres corps mauvais conducteurs; par M. *René Paillot* 43

A.-M. WORTHINGTON. — Extension mécanique des liquides. Détermination expérimentale de l'extensibilité en volume de l'alcool éthylique; par M. *René Paillot* 44

LORD RAYLEIGH. — Densités relatives de l'hydrogène et de l'oxygène; par M. *René Paillot* 44

N. LOCKYER. — Note sur la nouvelle étoile d'Auriga; par M. *René Paillot*. 44

M. HUGGINS et Mme HUGGINS. — Même sujet; par M. *René Paillot* 44

J. HOPKINSON et E. WILSON. — Machines dynamo-électriques; par M. *René Paillot* 44

R.-T. GLAZEBROOK et S. SKINNER. — Emploi de la pile L. Clark comme étalon de force électromotrice; par M. *René Paillot* 45

F. CLOWES. — Appareil perfectionné destiné à mesurer la sensibilité des lampes de sûreté dont on se sert pour essayer les milieux gazeux, etc.; par M. *René Paillot* 46

W.-J. DIBDIN. — Photométrie stellaire; par M. *René Paillot* 47

P. DUHEM. — Théorèmes généraux sur l'état des corps en dissolution..... 49

J. AITKEN. — Quelques phénomènes relatifs à la condensation des nuages; par M. *René Paillot* 64

E. MATTHEY. — Liquation des métaux du groupe du platine; par M. *René Paillot* 65

M. HUGGINS et Mme HUGGINS. — Sur l'étoile nouvelle d'Auriga; par M. *René Paillot* 65

S. BIDWELL. — Sur les variations de longueur produites par l'aimantation dans le fer et autres fils parcourus par des courants; par M. *René Paillot*. 65

TH. GRAY. — Mesure des propriétés magnétiques du fer; par M. *René Paillot* 66

G. ADLER. — Sur la capacité des condensateurs; par M. *E. Bouty* 66

E. RIECKE et W. VOIGT. — Constantes piézoélectriques du quartz et de la tourmaline; par M. *E. Bouty* 68

PH. LENARD. — Sur l'électricité des chutes d'eau; par M. *E. Bouty* 70

J. ELSTER et H. GEITEL. — Note sur l'électricité des chutes d'eau; par M. *E. Bouty* 70

W. NEGBAUR. — Sur les différences de potentiel de piles à électrolytes solides; par M. *E. Bouty* 70

V. SAXEN. — Sur la réciprocité de l'endosmose électrique et des courants produits par l'écoulement; par M. *E. Bouty* 72

WESENDONCK. — Sur la production d'électricité par le frottement des gaz sur les métaux; par M. *E. Bouty* 73

O. WERNER. — Mesures de constantes diélectriques au moyen de l'inducteur différentiel; par M. *E. Bouty* 73

D. KREICHGAUER et W. JAEGER. — Sur le coefficient de température de la

Pages.

résistance électrique du mercure et sur les résistances de mercure du Reichanstalt; par M. *E. Bouty*.................................... 74
E. LOMMEL. — Manière de rendre visibles les lignes équipotentielles dans une plaque parcourue par un courant; explication du phénomène de Hall; par M. *E. Bouty*.................................... 74
MILTHALER. — Sur l'emploi de la manganine pour la construction de bobines de résistance; par M. *E. Bouty*.................................... 74
A. OBERBECK. — Manière dont se comporte l'argent allotropique par rapport aux courants électriques; par M. *E. Bouty*.................................... 75
W. NERNST et PAULI. — Nouvelles recherches sur l'activité électromotrice des ions; par M. *E. Bouty*.................................... 76
G. MEYER. — Sur la théorie de l'électromètre capillaire; par M. *E. Bouty*. 76
W. BEIN. — Contributions à la mesure expérimentale des nombres de transport dans les dissolutions salines; par M. *E. Bouty*.................................... 77
G. KUMMELL. — Sur la formation de précipités à la surface de séparation d'électrolytes; par M. *E. Bouty*.................................... 78
R. LOHNSTEIN. — Sur le passage de faibles courants à travers des cellules électrolytiques; par M. *E. Bouty*.................................... 79
W. NIEATI. — Échelle physiologique de l'acuité visuelle. Applications à la photométrie et à la photo-estésiométrie; par M. *Foussereau*.................................... 80
A. CHARPENTIER. — Les deux phases de la persistance des impressions lumineuses; par M. *Foussereau*.................................... 81
A. CHARPENTIER. — Sur le retard dans la perception des divers rayons spectraux; par M. *Foussereau*.................................... 81
C. HENRY. — Préparation nouvelle et photométrie du sulfure de zinc phosphorescent; par M. *Foussereau*.................................... 82
C. HENRY. — Sur un photomètre-photoptomètre destiné à la mesure des faibles éclairements; par M. *Foussereau*.................................... 82
C. HENRY. — Sur une relation nouvelle entre les variations de l'intensité lumineuse et les numéros d'ordre de la sensation déterminée au moyen d'un lavis lumineux; par M. *Foussereau*.................................... 82
G. LIPPMANN. — Sur la photographie des couleurs; par M. *Foussereau*.... 83
G. LIPPMANN. — Photographies colorées du spectre, sur albumine et sur gélatine bichromatées; par M. *Foussereau*.................................... 83
G. MESLIN. — Sur la photographie des couleurs; par M. *Foussereau*....... 84
M. BRILLOUIN. — Sur la propagation des vibrations dans les milieux absorbants; par M. *Foussereau*.................................... 86
P. JOUBIN. — Sur le passage d'une onde par un foyer; par M. *Foussereau*.. 87
P. JOUBIN. — Sur le rapport entre la vitesse de la lumière et la grandeur des molécules dans les milieux réfringents; par M. *Foussereau*.......... 87
MOESSARD. — Sur la méthode Doppler-Fizeau; par M. *Foussereau*......... 87
H. DE LA FRESNAYE. — Méthode Doppler-Fizeau. Formule exacte. Formule approchée. Évaluation de l'erreur commise; par M. *Foussereau*......... 87
HURMUZESCU. — Sur la diffraction éloignée; par M. *Foussereau*............ 88
A. HURION. — Sur la polarisation de la lumière diffusée par les milieux troubles; par M. *Foussereau*.................................... 89
E. CARVALLO. — Absorption cristalline et choix entre les diverses théories de la lumière; par M. *Foussereau*.................................... 89
Observations de M. BECQUEREL; par M. *Foussereau*.................................... 89
A. POTIER. — Sur l'absorption de la tourmaline; par M. *Foussereau*....... 89

Pages

Piltschikoff. — Sur la polarisation de l'atmosphère par la lumière de la Lune; par M. *Foussereau* 90

Piltschikoff. — Sur la polarisation atmosphérique spectrale du Ciel; par M. *Foussereau* 90

Mascart. — Sur l'arc-en-ciel; par M. *Foussereau* 91

Mascart. — Sur l'arc-en-ciel blanc; par M. *Foussereau* 92

Carvallo. — Pouvoirs rotatoires des rayons infra-rouges du quartz. Sur la polarisation rotatoire du quartz; par M. *Foussereau* 93

Ch. Soret et C. Guye. — Sur le pouvoir rotatoire du quartz aux basses températures; par M. *Foussereau* 94

J. Chappuis. — Réfraction des gaz liquéfiés; par M. *Foussereau* 94

P. Bary. — Sur les indices de réfraction des solutions salines; par M. *Foussereau* 95

G. Féry. — Sur l'étude des réactions chimiques dans une masse liquide, par l'indice de réfraction; par M. *Foussereau* 95

G. Salet. — Sur la loi de Stokes. Sa vérification et son interprétation; par M. *Foussereau* 95

Aymonnet. — Des maxima calorifiques périodiques observés dans les spectres du flint, du crown et du sel gemme; par M. *Foussereau* 96

Lecoq de Boisbaudran. — Sur les spectres électriques du gallium; par M. *Foussereau* 96

Fredureau. — Sur les globes diffuseurs transparents; par M. *Foussereau* 96

G. Lippmann. — Sur la théorie de la photographie des couleurs simples et composées par la méthode interférentielle 97

A. Potier. — Sur la propagation de l'électricité le long des conducteurs 107

A. Aignan. — Sur le pouvoir rotatoire spécifique des corps actifs dissous 110

G. Goubé de Villemontée. — Contribution à l'étude des égaliseurs de potentiel 119

W. Voigt. — Mesure des constantes élastiques du chlorate de soude; par M. *E. Bouty* 129

A. Sella et W. Voigt. — Observations sur l'élasticité de rupture du sel gemme; par M. *E. Bouty* 129

W. Voigt. — Quelques observations sur l'élasticité de rupture du sel gemme par la torsion; par M. *E. Bouty* 129

W. Voigt. — Observations sur l'élasticité de rupture du quartz et du spath fluor; par M. *E. Bouty* 129

W. Voigt. — Mesure des constantes élastiques de quelques métaux quasi isotropes à l'aide de vibrations lentes de verges; par M. *E. Bouty* 130

W. Voigt. — Sur une loi de Wertheim relative à l'élasticité des corps solides; par M. *E. Bouty* 131

W. Voigt. — Mesure des constantes de la dilatation thermique et de la pression thermique de quelques métaux quasi isotropes; par M. *E. Bouty* 132

W. Voigt. — Les chaleurs spéciques c_p et c_v de quelques métaux quasi isotropes; par M. *E. Bouty* 132

L. Austin. — Recherches expérimentales sur le résidu élastique d'allongement et de torsion des métaux; par M. *E. Bouty* 133

W. Jaeger. — Note sur la purification du mercure; par M. *E. Bouty* 134

A. Oberbeck. — Sur les propriétés de minces couches d'huile à la surface de l'eau; par M. *E. Bouty* 134

C. Brodman. — Modification de la méthode de Poiseuille pour l'étude des

Pages

liquides très visqueux; par M. *E. Bouty*.......... 135

P. Czermak. — Sur les courants d'eau ou de liquides chauds; par M. *E. Bouty*.......... 136

F. Kohlrausch et W. Hallwachs. — Sur la densité des solutions aqueuses étendues; par M. *E. Bouty*.......... 136

F. Kohlrausch et F. Rose. — Solubilité de quelques corps difficilement solubles dans l'eau déduite de la conductibilité de leurs dissolutions; par M. *E. Bouty*.......... 137

O. Krigar Menzel et A. Raps. — Mouvement des cordes pincées; par M. *E. Bouty*.......... 138

A. Raps. — Sur les vibrations de l'air; par M. *E. Bouty*.......... 139

H. Abraham. — Sur la mesure des coefficients d'induction.......... 145

Joseph de Kowalski. — Sur la loi de l'unité thermodynamique.......... 159

J. Macé de Lépinay. — Sur les franges de Herschel.......... 163

Georges Meslin. — Sur des franges rigoureusement achromatiques.......... 168

H.-S. Carhart. — Pile étalon de un volt; par M. *Bernard Brunhes*.......... 172

F.-E. Beach. — Emploi du nitrate de cuivre dans le voltamètre et équivalent électrochimique du cuivre; par M. *Bernard Brunhes*.......... 173

O.-N. Rood. — Méthode photométrique indépendante de la couleur; par M. *Bernard Brunhes*.......... 173

J. Trowbridge. — Oscillations des décharges lumineuses et de l'aurore boréale; par M. *Bernard Brunhes*.......... 174

P.-F. Becker. — Fonction reliant les déformations élastiques aux forces déformatrices, quand les déformations sont finies; par M. *Bernard Brunhes*.......... 175

A.-H. Patterson et C.-H. Arnoldt. — Accroissement de la fréquence des oscillations électriques; par M. *Bernard Brunhes*.......... 176

Carey Lea. — Réactions endothermiques effectuées par la force mécanique; par M. *Bernard Brunhes*.......... 176

Ch.-Eug. Guye. — Problème du pont de Wheatstone appliqué au bolomètre; par M. *R. Dongier*.......... 177

P. Chappuis. — Sur les thermomètres destinés à la mesure des basses températures; par M. *R. Dongier*.......... 178

Ch.-Ed. Guillaume. — Possibilité d'une comparaison directe entre la vitesse de propagation de la lumière et des actions électro-magnétiques; par M. *R. Dongier*.......... 178

E. Sarasin et L. de la Rive. — Sur la production de l'étincelle de l'oscillateur hertzien dans un diélectrique liquide au lieu de l'air; par M. *R. Dongier*.......... 179

F. Dussaud. — Sur la réfraction et la dispersion du chlorate de soude cristallisé; par M. *R. Dongier*.......... 179

G. Ziloff. — Interférence des ondes électriques; par M. *R. Dongier*.......... 180

Ph.-A. Guye. — Le coefficient critique et la détermination du poids moléculaire au point critique; par M. *R. Dongier*.......... 181

W. Hallwachs. — Sur une méthode différentielle faisant usage de l'incidence rasante pour mesurer la différence des indices de réfraction de deux liquides; par M. *E. Bouty*.......... 183

H. Kayser et C. Runge. — Dispersion de l'air; par M. *E. Bouty*.......... 184

E.-W. Lehmann. — Sur un photomètre; par M. *E. Bouty*.......... 186

P. Glan. — Loi fondamentale des couleurs complémentaires; par M. *E*

Pages.
Bouty 186
H. Kayser et C. Runge. — Sur les spectres de l'aluminium, de l'iridium et du thallium; par M. *E. Bouty* 187
H. Kayser et C. Runge. — Sur les spectres infra-rouges des alcalis; par M. *E. Bouty* 187
F. Paschen. — Émission totale du platine incandescent; par M. *E. Bouty*. 188
E. Pringsheim. — La loi de Kirchhoff et le rayonnement des gaz; par M. *E. Bouty* 188
F. Paschen. — Sur l'émission des gaz chauds; par M. *E. Bouty* 188
B. Zsigmondy. — Sur la diathermancie de dissolutions aqueuses des sels ferreux; par M. *E. Bouty* 189
R. Zsigmondy. — Sur la diatermancie de quelques verres de composition connue; par M. *E. Bouty* 189
H.-E.-J.-G. du Bois et H. Rubens. — Polarisation de radiations infra-rouges diffractées par des réseaux de fils métalliques; par M. *E. Bouty* 189
K. Exner. — Action polarisante de la diffraction; par M. *E. Bouty* 190
L. Marchis. — Sur les tensions de vapeur des dissolutions 193
André Broca. — Études théoriques et expérimentales sur les sensations visuelles et la Photométrie 206
Ch.-Ed. Guillaume. — Métaux propres à la construction des règles étalons 218
F.-Louis Perrot. — Nouvelles recherches sur la réfraction et la dispersion dans une série isomorphe de cristaux à deux axes; par M. *R. Dongier* ... 223
Ch. Soret et Ch.-Eug. Guye. — Sur la polarisation rotatoire du quartz aux basses températures; par M. *R. Dongier* 225
Ed. Sarazin et de la Rive. — Interférences des ondulations électriques par réflexion normale sur une paroi métallique. Égalité des vitesses de propagation dans l'air et le long de fils conducteurs; par M. *R. Dongier* 226
Ch. Dufour. — La scintillation des étoiles; par M. *R. Dongier* 228
Robert Weber. — Sur la capacité inductive spécifique; par M. *R. Dongier* 228
Ch. Borel. — Recherches des constantes diélectriques principales de quelques substances cristallisées biaxes (ortho ou clinorhombiques); par M. *R. Dongier* 230
Ch. Borel. — Phénomènes dynamiques dus à l'électrisation résiduelle des diélectriques; par M. *R. Dongier* 230
Ch. Dufour. — Manière de mesurer le grossissement des lunettes et des télescopes; par M. *R. Dongier* 231
Ch. Galopin. — Déplacement d'un corps sonore; par M. *R. Dongier* 232
R. Sawelieff. — Sur la précision des observations actinométriques; par M. *Lermantoff* 232
S. Griboiedoff. — Sur le coefficient de diffusion, déterminé par des expériences sur l'évaporation des liquides; par M. *Lermantoff* 233
N. Kastérine. — Sur la variation de la cohésion des liquides; par M. *Lermantoff* 234
P. Welitscko. — Deux héliographes; par M. *Lermantoff* 235
S. Terechine. — Méthode de mesure de la température et de la conductibilité thermique extérieure d'un fil métallique parcouru par un courant électrique; par M. *Lermantoff* 235

Pages.

W. Kistiakowsky. — Nouveau système d'unités absolues; par M. *Lermantoff*.......... 237
Th. Petrouchewsky. — Projet d'un système de mesures décimales métriques pour la Russie; par M. *Lermantoff*.......... 237
P. Backhmetieff et Wjaroff. — Sur les chaleurs spécifiques des amalgames; par M. *Lermantoff*.......... 238
P. Backhmetieff et P. Pentscheff. — Recherches calorimétriques sur l'argent à l'état colloïdal; par M. *Lermantoff*.......... 239
J. Macé de Lépinay. — Achromatisme et chromatisme des franges d'interférence.......... 241
L. Marchis. — Sur les tensions de vapeur des dissolutions (*suite*).......... 257
Gouy. — Sur l'électromètre capillaire.......... 264
P. Clementich de Engelmeyer. — Cinégraphe.......... 266
E. Cohn. — Sur la propagation des vibrations électriques dans l'eau; par M. *R. Swyngedauw*.......... 270
Arons et Rubens. — Remarque au Mémoire de M. Waitz « Sur la mesure de la vitesse de propagation d'ondes électriques dans différents diélectriques »; par M. *R. Swyngedauw*.......... 271
L. Arons. — Une expérience de Cours sur les oscillations électriques; par M. *R. Swyngedauw*.......... 271
Tœpler. — Production et observations d'oscillations électriques très rapides; par M. *R. Swyngedauw*.......... 272
H.-O.-G. Ellinger. — Indice de réfraction des rayons électriques dans l'eau; par M. *R. Swyngedauw*.......... 274
James Wimshurst. — Une nouvelle forme de machine à influence; par M. *J. Blondin*.......... 275
W.-R. Pidgeon. — Une machine à influence; par M. *J. Blondin*.......... 275
Lord Kelvin. — Sur la propriété piézoélectrique du quartz; par M. *J. Blondin*.......... 275
Lord Kelvin. — Sur une pile piézoélectrique; par M. *J. Blondin*.......... 277
Fernando Sanford. — Une modification nécessaire de la loi d'Ohm; par M. *J. Blondin*.......... 277
J. Dewar et J. Fleming. — Résistance des métaux et des alliages aux températures proches du zéro absolu; par M. *J. Blondin*.......... 278
T.-H. Blakesley. — Sur l'équation différentielle du courant électrique; par M. *J. Blondin*.......... 278
F.-J. Smith. — Emploi des grandes résistances avec le galvanomètre d'Arsonval; par M. *J. Blondin*.......... 279
G.-M. Minchin. — Champ magnétique d'un courant circulaire; par M. *J. Blondin*.......... 279
G.-M. Minchin. — Champ magnétique dans le voisinage de la surface d'un fil où circule un courant; par M. *J. Blondin*.......... 279
R. Threlfall. — Les propriétés électriques des corps purs. Préparation de l'azote pur et essais de condensation; par M. *J. Blondin*.......... 280
Rimington et Wythe Smith. — Expériences dans des champs électriques et magnétiques, constants et variables; par M. *J. Blondin*.......... 281
Campbell Swinton. — Expériences de décharges électriques de haute fréquence; par M. *J. Blondin*.......... 281
F.-C.-C. Baly. — Séparation et stratification des gaz raréfiés sous l'influence de la décharge électrique; par M. *J. Blondin*.......... 281

Pages.
E.-C. Rimington. — Décharges lumineuses dans les tubes à vide sans électrodes; par M. *J. Blondin* 282
W.-H. Harvey et F. Hird. — Quelques notes sur les décharges en aigrettes dans les gaz; par M. *J. Blondin* 284
J.-J. Thompson. — Sur l'effet de l'électrisation et de l'action chimique sur un jet de vapeur, et de la vapeur d'eau sur la décharge électrique à travers les gaz; par M. *J. Blondin* 284
G. Udny Yule. — Sur le passage d'ondulations électriques à travers les électrolytes; par M. *J. Blondin* 285
Perry et H.-A. Beeslon. — Téléphonie à longue distance; par M. *J. Blondin* 286
Henry Le Chatelier. — Les principes fondamentaux de l'énergétique et leur application aux phénomènes chimiques 289
E.-H. Amagat. — Sur la pression intérieure dans les fluides et la forme de la fonction $\varphi(pvt) = 0$ 307
Albert Sandoz. — Banc d'optique pour l'étude de la vision 316
Belloc. — Sur un nouveau moyen de provoquer l'arc électrique 322
Bosscha. — Sur la précision des comparaisons d'un mètre à bout avec un mètre à traits; par M. *G. Foussereau* 323
Général Derrécagaix. — Nouvelle mesure de la base de Perpignan; par M. *G. Foussereau* 323
L. Bassot. — Sur la nouvelle méridienne de France; par M. *G. Foussereau*. 324
Hatt. — Des coordonnées rectangulaires; par M. *G. Foussereau* 324
Hatt. — Application d'un système conventionnel de coordonnées rectangulaires à la triangulation des côtes de Corse; par M. *G. Foussereau* 324
Vaschy. — Sur les considérations d'homogénéité en Physique; par M. *G. Foussereau* 325
C. Clavenad. — Sur les considérations d'homogénéité en Physique et sur une relation entre la vitesse de propagation d'un courant, la capacité et le coefficient de self-induction de la ligne; par M. *G. Foussereau* 325
Vaschy. — Sur les considérations d'homogénéité en Physique. Réponse à une Note de M. Clavenad; par M. *G. Foussereau* 325
H. Poincaré. — Sur la théorie de l'élasticité; par M. *G. Foussereau* 325
Flamant. — Sur la répartition des pressions dans un solide rectangulaire chargé transversalement; par M. *G. Foussereau* 326
Boussinesq. — Des perturbations locales que produit au-dessous d'elle une forte charge, répartie uniformément le long d'une droite normale aux deux bords, à la surface supérieure d'une poutre rectangulaire et de longueur indéfinie posée de champ soit sur un sol horizontal, soit sur deux appuis transversaux équidistants de la charge; par M. *G. Foussereau* ... 326
Boussinesq. — Vérifications expérimentales; par M. *G. Foussereau* 326
F. Limb. — Sur la détermination du moment du couple de torsion d'une suspension unifilaire; par M. *G. Foussereau* 327
G. Defforges. — De la nature de la rotation du couteau d'un pendule sur son plan de suspension; par M. *G. Foussereau* 328
Defforges. — Mesure de l'intensité absolue de la pesanteur à Breteuil (Bureau international des Poids et Mesures); par M. *G. Foussereau* 328
Cailletet et Colardeau. — Recherches expérimentales sur la chute des corps et sur la résistance de l'air à leur mouvement; expériences exécutées à la tour Eiffel; par M. *G. Foussereau* 329

Pages.

J. Boussinesq. — Sur une légère correction additive qu'il peut y avoir lieu de faire subir aux hauteurs d'eau indiquées par les marégraphes, quand l'agitation houleuse ou clapoteuse de la mer atteint une grande intensité; cas d'une mer houleuse; par M. *G. Foussereau* 329

J. Boussinesq. — Cas d'une mer clapoteuse; par M. *G. Foussereau* 329

H. Parenty. — Sur le calcul pratique de la dimension des orifices d'écoulement de la vapeur d'eau saturée dans l'atmosphère, en régime constant et en régime varié; application aux soupapes de sûreté; par M. *G. Foussereau* 330

P. Vieille. — Sur la loi de résistance des cylindres utilisés dans les manomètres crushers; par M. *G. Foussereau* 330

P. Vieille. — Emploi des ressorts dans la mesure des pressions explosives; par M. *G. Foussereau* 331

H. Gilbault. — Sur la compressibilité des solutions salines; par M. *G. Foussereau* 331

P. Galopin. — Sur les variations de température de l'eau comprimée subitement de 500^{atm} entre 0° et 10°; par M. *G. Foussereau* 332

C. Maltézos. — Mesures directe et indirecte de l'angle de raccordement d'un liquide qui ne mouille pas le verre; par M. *G. Foussereau* 332

C. Maltézos. — Les microglobules lenticulaires liquides. Conditions d'équilibre et de formation; par M. *G. Foussereau* 333

P. Marix. — Sur un moyen d'amener en contact intime et en proportions déterminées deux liquides non miscibles; par M. *G. Foussereau* 334

Izarn. — Sur quelques résultats fournis par la formation de bulles de savon, au moyen d'un savon résineux; par M. *G. Foussereau* 334

G. van der Mensbrugghe. — Sur la cause commune de l'évaporation et de la tension superficielle des liquides; par M. *G. Foussereau* 335

A. Witz. — Recherches sur la réalisation de l'état sphéroïdal dans les chaudières à vapeur; par M. *G. Foussereau* 335

De Swarte. — Réclamation de priorité; par M. *G. Foussereau* 335

A. Witz. — Influence de la masse du liquide dans les phénomènes de caléfaction; par M. *G. Foussereau* 335

De Swarte. — Nouvelle réclamation; par M. *G. Foussereau* 335

V. Chabaud. — Sur un nouveau modèle de thermomètre à renversement pour mesurer les températures de la mer à diverses profondeurs; par M. *G. Foussereau* 336

L.-C. Baudin. — Sur la dépression du zéro, observée dans les thermomètres recuits; par M. *G. Foussereau* 336

R. Pictet. — Étude des phénomènes physiques et chimiques sous l'influence de très basses températures; par M. *G. Foussereau* 336

Georges Meslin. — Sur la constitution des ondes paragéniques de diffraction, franges des réseaux parallèles 337

Henry Le Chatelier. — Les principes fondamentaux de l'Énergétique et leur application aux phénomènes chimiques (*fin*) 352

E. Bouty. — Capacité de l'électromètre capillaire 371

E. Jannettaz. — Sur un nouvel ellipsomètre; par M. *G. Foussereau* 376

E. Jannettaz. — Sur la propagation de la chaleur dans les corps cristallisés; par M. *G. Foussereau* 377

A. Berget. — Méthode optique pour déterminer la conductibilité thermique des barres métalliques; par M. *G. Foussereau* 377

Pages.
Le Verrier. — Sur la chaleur spécifique des métaux; par M. *G. Foussereau*. 378
J. Pionchon. — Sur la chaleur spécifique et la chaleur latente de fusion de l'aluminium; par M. *G. Foussereau*.......... 378
Raoult. — Détermination du point de congélation des dissolutions aqueuses très diluées; application au sucre de canne; par M. *G. Foussereau*...... 378
H. Le Chatelier. — Sur la théorie du regel; par M. *G. Foussereau*....... 379
G. Charpy. — Sur la détermination de l'état des sels dissous d'après l'étude de la contraction; par M. *G. Foussereau*.......... 378
G. Charpy. — Sur les densités des solutions aqueuses; par M. *G. Foussereau*.......... 378
G. Charpy. — Sur la détermination des équilibres chimiques dans les systèmes dissous; par M. *G. Foussereau* 378
L. de Coppet. — Sur la température du maximum de densité des solutions aqueuses; par M. *G. Foussereau*.......... 380
L. de Coppet. — Sur la température du maximum des densités des mélanges d'alcool et d'eau; par M. *G. Foussereau*.......... 380
H. Gilbault. — Nouvel hygromètre à condensation; par M. *G. Foussereau*. 381
H. Le Chatelier. — Sur le principe du travail maximum; par M. *G. Foussereau* 381
A. Leduc. — Sur la composition de l'eau et la loi des volumes de Gay-Lussac; par M. *G. Foussereau*.......... 382
A. Leduc. — Application de la mesure des densités à la détermination du poids atomique de l'oxygène; par M. *G. Foussereau*.......... 382
A. Leduc. — Sur la densité de l'oxyde de carbone et le poids atomique du carbone; par M. *G. Foussereau*.......... 385
H. Moissan et H. Gautier. — Sur la détermination de la densité des gaz; par M. *G. Foussereau*.......... 383
E.-H. Amagat. — Sur les lois de compressibilité des liquides; par M. *G. Foussereau*.......... 383
E.-H. Amagat. — Sur les lois de dilatation des gaz sous pression constante; par M. *G. Foussereau* 384
E.-H. Amagat. — Sur les lois de dilatation des liquides, leur comparaison avec les lois relatives aux gaz et la forme des isothermes des liquides et des gaz; par M. *G. Foussereau*.......... 384
E.-H. Amagat. — Sur les lois de dilatation à volume constant des fluides; par M. *G. Foussereau*.......... 384
Gouy. — Effets de la pesanteur sur les fluides au point critique; par M. *G. Foussereau*.......... 385
C. Antoine. — Sur l'équation caractéristique de la vapeur d'eau; par M. *G. Foussereau* 385
C. Antoine. — Sur l'équation caractéristique de diverses vapeurs; par M. *G. Foussereau*.......... 386
C. Antoine. — Chaleur totale des vapeurs; par M. *G. Foussereau*......... 386
E. Colot. — Sur les tensions des vapeurs saturées de différents liquides à la même pression; par M. *G. Foussereau*.......... 386
E. Mercadier. — Sur la forme générale de la loi du mouvement vibratoire dans un milieu isotrope; par M. *G. Foussereau*.......... 388
Lord Kelvin. — Nouvelle forme de condensateur à air. Application à la mesure de petites capacités électrostatiques; par M. *René Paillot*....... 387
A. Wright. — Sur certains alliages ternaires (6e Partie). Alliages contenant

Pages.
de l'aluminium avec du plomb (ou du bismuth) et de l'étain (ou de l'argent); par M. *René Paillot* 388
V.-H. Veley. — Conditions de formation et de décomposition de l'acide azoteux; par M. *René Paillot* 388
J.-B. Peace. — Différence de potentiel nécessaire pour produire une étincelle entre deux plateaux parallèles dans l'air à différentes pressions; par M. *René Paillot* 389
T. Andrews. — Effets électrochimiques du fer aimanté (4e Partie); par M. *René Paillot* 390
P. Curie. — Sur la symétrie dans les phénomènes physiques, symétrie d'un champ électrique et d'un champ magnétique 393
P. Curie. — Sur la possibilité d'existence de la conductibilité magnétique et du magnétisme libre 415
A. Leray. — Mémoire sur la théorie cinétique des gaz; par M. *G. Foussereau* 417
J. Collet. — La méthode des coïncidences; par M. *G. Foussereau* 416
P. Guye. — Le coefficient critique et la détermination du poids moléculaire au point critique; par M. *G. Foussereau* 419
E. Heilborn. — A propos du coefficient critique; par M. *G. Foussereau* .. 419
Sissingh. — Mesures relatives au phénomène de Kerr, dans l'aimantation parallèle à la surface réfléchissante; par M. *Dongier* 420
Zeeman. — Mesures relatives au phénomène de Kerr, dans la réflexion polaire sur le fer, le cobalt et le nickel, se rapportant en particulier à la différence de phase magnéto-optique de Sissingh; par M. *Dongier* 421
Bouasse. — Réflexion et réfraction dans les milieux isotropes, transparents et absorbants; par M. *Dongier* 422
Fr. Lydall et A.-W. et S. Pocklington. — Propriétés magnétiques du fer pur; par M. *René Paillot* 423
W.-C. Dampier Whetham. — Vitesse des ions; par M. *René Paillot* 423
J.-N. Lockyer. — Sur les spectres photographiques de quelques étoiles brillantes; par M. *René Paillot* 425
Lord Kelvin. — Vitesse du courant de cathode de Crookes; par M. *René Paillot* 425
L. Darwin. — Examen des objectifs photographiques à l'observatoire de Kew; par M. *René Paillot* 426
H.-B. Dixon. — Vitesse d'explosion dans les gaz; par M. *René Paillot* 426
E. Matthey. — Nouvelles recherches sur la métallurgie du bismuth; par M. *René Paillot* 428
F. Clowes. — Nouvelle lampe de sûreté portative; par M. *René Paillot*... 428
A. Wright. — Sur certains alliages ternaires (7e Partie), alliages contenant du zinc avec du plomb (ou du bismuth) et du cadmium (ou de l'antimoine); par M. *René Paillot* 428
Charlier. — Sur la marche de la lumière à travers un système de lentilles sphériques; par M. *G. Lamotte* 429
Ch. Henry. — Sur le minimum perceptible de lumière; par M. *G. Lamotte*. 429
Ch. Henry. — Sur le sulfure de zinc phosphorescent, considéré comme étalon photométrique; par M. *G. Lamotte* 430
Crova. — Étude photographique de quelques sources lumineuses; par M. *G. Lamotte* 430
Denys Cochin. — Sur les spectres des flammes de quelques métaux; par

Pages.
M. *G. Lamotte*.. 431
Salvator Bloch. — Sur la dispersion anomale; par M. *G. Lamotte*....... 431
Aymonnet. — Sur les maxima périodiques des spectres; par M. *G. Lamotte*. 431
A. Hurion. — Sur la polarisation atmosphérique; par M. *G. Lamotte*..... 432
Macé de Lépinay. — Sur les franges des caustiques; par M. *G. Lamotte*.. 432
Gouy. — Sur la vision des objets opaques au moyen de la lumière diffractée; par M. *G. Lamotte*.. 434
Izarn. — Reproduction photographique des réseaux et des micromètres gravés sur verre; par M. *G. Lamotte*.................................... 434
Izarn. — Photographies de certains phénomènes fournis par des combinaisons de réseaux; par M. *G. Lamotte*.................................... 434
Izarn. — Photographies des réseaux gravés sur métal; par M. *G. Lamotte*. 434
Crova. — Sur les bandes d'interférence des spectres des réseaux sur gélatine; par M. *G. Lamotte*.. 435
G. Friedel. — Sur un procédé de mesure de la biréfringence des lames cristallines; par M. *G. Lamotte*.. 435
Joubin. — Sur la mesure des différences de marche en lumière blanche; par M. *G. Lamotte*.. 436
Cornu. — Remarque sur la Note précédente; par M. *G. Lamotte*.......... 436
Joubin. — Réponse; par M. *G. Lamotte*................................. 436
L. Lumière. — Sur les propriétés photographiques des sels de cérium; par M. *G. Lamotte*.. 437
L. Lumière. — Sur les propriétés photographiques des sels de cobalt; par M. *G. Lamotte*.. 437
Boussinesq. — Introduction naturelle de termes proportionnels aux déplacements de l'éther (ou termes de Briot) dans les équations de mouvement des ondes lumineuses; par M. *G. Lamotte*............................ 438
Boussinesq. — Expression de la résistance opposée par chaque molécule pondérable au mouvement vibratoire de l'éther ambiant; par M. *G. Lamotte*.. 438
Boussinesq. — Considérations diverses sur la théorie des ondes lumineuses; par M. *G. Lamotte*.. 438
P. Villard. — Sur les propriétés des gaz très purs au voisinage du point critique.. 441
G. Wyrouboff. — Sur un nouveau corps à double pouvoir rotatoire...... 451
P. Janet. — Sur une méthode d'inscription électro-chimique des courants alternatifs.. 455
V. Bjerknes. — Phénomènes de résonance et pouvoir absorbant des métaux pour l'énergie des ondes électriques; par M. *Swyngedauw*........ 460
L. Zehnder. — Représentation objective des recherches de Hertz sur les rayons de force électrique; par M. *Swyngedauw*...................... 462
Kr. Birkeland. — Vibrations électriques dans les fils; mesure directe de l'onde qui se propage; par M. *Swyngedauw*.......................... 463
Abraham. — Sur les dimensions de la température absolue; par M. *R. Dongier*.. 466
Bouquet de la Grye. — Ondes marées et ondes atmosphériques provenant de l'action du Soleil et de la Lune; par M. *R. Dongier*................ 467
D'Abbadie. — Étoiles filantes, fluctuation de la latitude; par M. *R. Dongier*. 467
Mascart. — Sur les variations diurnes de la gravité; par M. *R. Dongier*.. 468
D'Abbadie. — Sur les variations dans l'intensité de la gravité terrestre;

Pages.
par M. *R. Dongier*.. 468
Bouquet de la Grye. — Description d'un instrument pouvant rendre apparentes les petites variations de l'intensité de la pesanteur; par M. *R. Dongier*.. 468
F. Tisserand. — Rapport sur un Mémoire de M. Defforges ayant pour titre : « Sur la distribution de l'intensité de la pesanteur à la surface du globe »; par M. *R. Dongier*.. 469
Rateau. — Hypothèse des cloches sous-marines; par M. *R. Dongier*...... 469
Villard. — Sur un nouveau modèle de manomètre; par M. *R. Dongier*.. 470
Villard. — Sur un appareil manométrique d'une grande sensibilité; par M. *R. Dongier*.. 470
Van der Mensbrugghe. — Sur la pression hydrostatique négative, la tension superficielle et l'évaporation des liquides; par M. *R. Dongier*..... 471
E. Gossart. — Recherches des alcools supérieurs et autres impuretés dans l'alcool vinique; par M. *R. Dongier*.................................... 471
Lezé. — Étude de la filtration des liquides; par M. *R. Dongier*............ 472
J. Colin. — Sur la rigidité des liquides; par M. *R. Dongier*.............. 472
Marcel Brillouin. — Vibrations propres d'un milieu indéfiniment étendu extérieurement à un corps solide; par M. *R. Dongier*.................. 473
Boussinesq. — Théorie de l'écoulement sur les déversoirs sans contraction latérale, en tenant compte des variations qu'éprouve, suivant le niveau d'aval, la contraction inférieure de la nappe déversante; par M. *Lamotte*. 473
Boussinesq. — Vérifications expérimentales de la théorie des déversoirs sans contraction latérale à nappe libre au-dessous; par M. *Lamotte*..... 473
Boussinesq. — Calcul théorique de la contraction inférieure dans les déversoirs en mince paroi à nappe libre en dessus, quand cette contraction atteint ses plus grandes valeurs et vérifications expérimentales; par M. *Lamotte*.. 473
Boussinesq. — Sur les déformations successives de la tête d'une onde aérienne isolée, durant la propagation de cette onde le long d'un tuyau de conduite sans eau, de longueur indéfinie; par M. *Lamotte*........... 474
Boussinesq. — Sur une simplification qu'on introduit dans certaines formules de résistance vive des solides, et en y faisant figurer la plus grande dilatation linéaire Δ que comporte leur matière, à la place de la force élastique correspondante R_0, t; par M. *Lamotte*........................ 475
Berson et Juppont. — Actions mutuelles des corps vibrants dans les milieux fluides; par M. *R. Dongier*.................................... 476
H. Bazin. — Expériences sur les déversoirs noyés; par M. *R. Dongier*..... 476
Baudin. — Sur la diminution du coefficient de dilatation du verre; par M. *R. Dongier*.. 476
Leduc. — Nouveau système de poids atomiques fondés sur la détermination directe des poids moléculaires; par M. *R. Dongier*.................... 477
Leduc. — Sur les densités et les volumes du chlore et de l'acide chlorhydrique; par M. *R. Dongier*.................................... 477
Leduc. — Sur la densité de quelques gaz et la composition de l'eau; par M. *R. Dongier*.. 478
Leduc. — Densité de l'anhydride sulfureux, sa compressibilité et sa dilatation au voisinage des conditions normales; par M. *R. Dongier*......... 478
Meslans. — Sur une méthode de détermination de la densité des gaz, applicable à l'industrie; par M. *R. Dongier*.................................... 479

Pages.

H. LE CHATELIER. — Remarques sur la chaleur spécifique du carbone; par M. *R. Dongier* 479
E. SOREL. — Sur la distillation des mélanges d'eau et d'alcool; par M. *R. Dongier* 480
H. PARENTY. — Sur la vérification du compteur de vapeur et son application à la mesure de la sursaturation et de la surchauffe; par M. *R. Dongier*. 481
H. PARENTY. — Sur la loi générale et les formules de l'écoulement de la vapeur d'eau saturée; par M. *R. Dongier* 482
A. WITZ. — Du rôle des chemises de vapeur dans les machines à expansion multiple; par M. *R. Dongier* 482
HERVIER. — Sur les indications du niveau de l'eau dans les chaudières à vapeur par le tube en verre, et leur influence sur les explosions; par M. *R. Dongier* 483
E.-H. AMAGAT. — Sur la cristallisation de l'eau par décompression au-dessous de 0°; par M. *R. Dongier* 483
TH. SCHLŒSING fils. — Sur les propriétés hygroscopiques de plusieurs matières textiles; par M. *R. Dongier* 484
LADISLAS NATANSON. — Sur l'interprétation cinétique de la fonction de dissipation; par M. *R. Dongier* 484
H. POINCARÉ. — Sur une objection à la théorie cinétique des gaz; par M. *R. Dongier* 485
H. POINCARÉ. — Sur la théorie cinétique des gaz; par M. *R. Dongier* 485
G. MESLIN. — Sur l'équation de Van der Waals et la démonstration du théorème des états correspondants; par M. *R. Dongier* 486
GOUY. — Sur quelques phénomènes présentés par les tubes de Natterer; par M. *R. Dongier* 486
GEORGES MESLIN. — Sur les interférences à moyenne différence de marche. 489
E. BOUTY. — Sur les capacités de polarisation 498
TH. REID. — Ophthalmomètre portatif; par M. *René Paillot* 512
E.-H. GRIFFITHS. — Valeur de l'équivalent mécanique de la chaleur déduite d'expériences effectuées en vue d'établir la relation entre les unités électriques et mécaniques, et recherches sur la chaleur spécifique de l'eau à différentes températures; par M. *René Paillot* 512
J.-H. GRAY et J.-B. HENDERSON. — Effets des déformations mécaniques sur la résistance électrique des métaux; par M. *René Paillot* 515
J.-J. THOMSON. — Électrolyse de la vapeur d'eau; par M. *René Paillot* 516
A. SCOTT. — Sur la composition de l'eau en volume; par M. *René Paillot*. 518
Lord RAYLEIGH. — Densités des principaux gaz; par M. *René Paillot* 519
W. RAMSAY et J. SHIELDS. — Variation de l'énergie superficielle avec la température; par M. *René Paillot* 521
W. STEWART. — Conductibilité thermique absolue du cuivre et du fer; par M. *René Paillot* 522
J. HOPKINSON, E. WILSON et F. TYDALL. — Viscosité magnétique; par M. *René Paillot* 523
H. WILDE. — Le spectre du thallium; ses relations avec les spectres homologues de l'indium et du gallium; par M. *René Paillot* 523
A.-W. REINOLD et A.-W. RUCKER. — Épaisseur et résistance électrique de lames minces liquides; par M. *René Paillot* 525
E.-H. AMAGAT. — Sur la relation qui existe entre les coefficients des formules de Coulomb (Magnétisme), de Laplace et d'Ampère; par M. *R.*

Pages.
Dongier 527
Vaschy. — Sur une propriété générale des champs admettant un potentiel; par M. *Lamotte* 527
Vaschy. — Essai d'une nouvelle théorie de l'électrostatique; par M. *Lamotte* 529
Vaschy. — Propriété générale d'un champ quelconque n'admettant pas de potentiel; par M. *Lamotte* 530
Vaschy. — Sur une propriété générale des champs électriques et magnétiques; par M. *Lamotte* 530
Vaschy. — Calcul des forces auxquelles sont soumis les corps placés dans un champ électromagnétique; par M. *Lamotte* 531
Lucien de la Rive. — Sur un système de deux pendules reliés par un fil élastique et sur l'absorption de l'énergie due au frottement intérieur du fil. 537
V. Dühring. — La loi des températures d'ébullition correspondantes 565
W.-A. Bernadsky. — Sur la théorie du vibrateur de Hertz; par M. *W. Lermantoff* 566
O.-D. Chwolson. — Réponse à M. Sawelieff; par M. *W. Lermantoff* 566
S.-J. Térèchine. — Méthode de mesure de la température d'un fil métallique parcouru par un courant électrique (*suite*); par M. *W. Lermantoff* 567
M. Lubimoff. — Appareils pour démontrer l'action réciproque de deux corps superposés tombant librement ensemble; par M. *W. Lermantoff* 567
E. Rogowski. — Notice préliminaire sur une méthode pour déterminer la conductibilité extérieur des métaux; par M. *W. Lermantoff* 567
M. Tikhwinski. — Sur l'électrolyse de la couperose verte; par M. *W. Lermantoff* 568
M. Kasterine. — Détermination de la constante capillaire et de l'angle de raccordement à l'aide de mesures de la forme des gouttes; par M. *W. Lermantoff* 568
P. Backhmétieff. — Poids spécifiques des amalgames de bismuth et de magnésium; par M. *W. Lermantoff* 569
M. Delaunay. — Quelques nouveaux mécanismes articulés; par M. *W. Lermantoff* 569
P. Backhmetieff et J. Wjaroff. — Études thermométriques sur les amalgames; par M. *W. Lermantoff* 570
P. Backhmétieff. — Propriétés thermoélectriques du palladium; par M. *W. Lermantoff* 570
P. Backhmétieff. — Sur quelques propriétés du sulfate de cuivre; par M. *W. Lermantoff* 571
A. Stoletoff. — Sur l'état critique des corps; par M. *W. Lermantoff* 571
O. Chwolson. — Sur l'influence de la voûte faiblement magnétique d'un local contenant des instruments de mesure magnétiques sur leurs indications; par M. *W. Lermantoff* 572
N. Hesehus. — Sur la conductibilité de divers corps pour le son et leurs capacités acoustiques; par M. *W. Lermantoff* 572
A.-L. Herchoun. — Nouvelle méthode pour déterminer la distance focale des objectifs photographiques; par M. *W. Lermantoff* 573
R. Arno. — Champ électrique tournant et rotations produites par l'hystérésis électrostatique; par M. *G.-P. Grimaldi* 574
A. Battelli. — Sur l'état de la matière au point critique; par M. *G.-P. Grimaldi* 574

Pages.

E. ODDONE. — Sur la variation de l'intensité du magnétisme dans les rochers magnétiques; par M. *G.-P. Grimaldi*.................................. 575
E. VILLARI. — Action du magnétisme transversal sur le magnétisme ordinaire du fer et de l'acier; par M. *G.-P. Grimaldi*..................... 575
A. BARTOLI et S. STRACCIATI. — Réduction au thermomètre à hydrogène des résultats obtenus sur la chaleur spécifique de l'eau; par M. *G.-P. Grimaldi*... 577
A. BATTELLI. — Sur les variations de la résistance électrique et du pouvoir thermoélectrique du nickel avec la température; par M. *P.-G. Grimaldi*. 578
S. LUSSANA. — Influence du magnétisme et de la chaleur sur le transport des ions; par M. *G.-P. Grimaldi*...................................... 578
S. LUSSANA. — Recherches expérimentales sur le pouvoir thermoélectrique des électrolytes; par M. *G.-P. Grimaldi*.............................. 579
S. LUSSANA. — Résistance électrique des dissolutions salines au voisinage de leur maximum de densité; par M. *G.-P. Grimaldi*................... 580
G. VICENTINI. — Transmission de l'électricité par l'air qui enveloppe des conducteurs chauffés au rouge par le courant électrique; par M. *G.-P. Grimaldi*... 580

ERRATA.. 584
TABLE DES MATIÈRES.. 585
TABLE PAR NOMS D'AUTEURS.. 601
TABLE ANALYTIQUE.. 616

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

TABLE PAR NOMS D'AUTEURS

DES MATIÈRES CONTENUES DANS LES TOMES I, II ET III

DE LA 3e SÉRIE.

Les titres des Mémoires sont donnés en abrégé. Le premier nombre inscrit à la suite de chaque Mémoire désigne le volume ; le second désigne la page.

ABBADIE (D'). — Fluctuation de la latitude, III, 467. — Variations dans l'intensité de la gravité, III, 469.

ABBE (C.). — Radiation atmosphérique, I, 436.

ABNEY (W.). — Classification des couleurs, I, 221. — Visibilité des différents rayons, II, 132.

ABNEY (W DE W.) et FESTING. — Photométrie, III, 41.

ABRAHAM (H.). — Détermination de v, I, 361. — Débit d'une machine électrostatique, I, 409. — Théorie des dimensions, I, 526. — Mesure des coefficients d'induction, III, 145. — Dimensions de la température absolue, III, 466.

ABRAHAM et CHASSAGNY. — Thermo-électricité, II, 136, 481.

ACWORTH (J.-J.). — Plaques photographiques, I, 483.

ADLER (G.). — Capacité des condensateurs, III, 68.

AIGNAN. — Pouvoir rotatoire spécifique. III, 111.

AITKEN (J.). — Condensation des nuages, III, 64.

AMAGAT (E.-H.). — Densité des gaz, I, 288. — Compressibilité et dilatation de l'eau, II, 449. — Pression intérieure dans les fluides, III, 307. — Compressibilité des liquides, III, 383. — Dilatation des gaz, III, 384. — Dilatation des liquides, III, 384. — Dilatation des fluides, III, 384. — Cristallisation de l'eau, III, 483. — Formules de Coulomb, de Laplace et d'Ampère, III, 527.

ANDRÉ (C.). — Électricité atmosphérique, II, 143.

ANDREWS (T.). — Passivité du fer et de l'acier, I, 182, II, 132, III, 390.

ANTHOINE (C.). — Tension des vapeurs, I, 498. — Tension de la vapeur d'eau, II, 331. — Équation caractéristique de la vapeur d'eau, III, 385. — Chaleur totale des vapeurs, III, 386.

APPUNN (A.). — Sons résultants, I, 407.

ARMSTRONG (H.-E.) et ROBERSTON (G.-H.). — Pile de Planté, II, 536.

ARNÒ (R.). — Champ électrique tournant, III, 574.

ARNOLD (C.-H.) et PATTERSON (A.-H.). — Oscillations électriques, III, 175.

ARONS (L.). — Oscillations électriques, III, 271.

ARONS et RUBENS. — Vitesse de propagation des ondes électriques, I, 82, III, 271.

ARSONVAL (D'). — Effets physiologiques des courants alternatifs, II, 607.

ASCOLI (M.). — Ténacité et plasticité, II, 581.

AUBEL (E. VAN). — Bismuth, I, 424, II, 407.

AUERBACH (F.). — Mesures de dureté, I,

528, II, 514. — Plasticité et fragilité. II, 514.

AUSTIN (L.). — Résidu d'élasticité d'allongement, III, 133.

AYMONNET. — Relation entre l'indice de réfraction, la densité, etc., II, 335. — Maxima calorifique des spectres, III, 96. — Maxima périodiques des spectres, III, 431.

AYRTON (W.-A.) et MATHER (T.). — Résistance sans induction, II, 278.

AYRTON (W.-E.), PERRY (J.) et SUMPNER (W.-E.). — Électromètres à quadrants, II, 533.

AYRTON (W.-F.) et KILGOUR (H.). — Emissivité thermique des fils fins, II, 542.

AYRTON et SUMPNER. — Énergie d'un courant, I, 358.

AYRTON et TAYLOR. — Dynamomètre, I, 94

BACKHMETIEFF (P.). — Thermo-électricité, I, 260. — Influence de l'aimantation sur les propriétés thermochimiques, I, 399. — Thermo-électricité des amalgames, I, 402. — Influence de la compression sur les propriétés thermo-électriques, I, 404. — Chaleur magnétique, I, 438. — Poids spécifiques, III, 569. — Thermo-électricité du palladium, III, 570. — Sulfate de cuivre, III, 571.

BACKHMETIEFF et PENTSCHEFF. — Chaleur spécifique de l'argent, III, 239.

BACKHMETIEFF (P.) et WJAROFF. — Chaleurs spécifiques des amalgames, III, 238. — Amalgame de sodium, III, 570.

BAGARD (M.). — Étalon thermo-électrique, I, 128. — Thermo-électricité, II, 483.

BAILLAUD (B.). — Instruments servant à la mesure du temps, II, 49.

BALY (F.-C.-C.). — Stratification des gaz, III, 281.

BARTOLI (A.). — Chaleur sphérique des laves, I, 574.

BARTOLI (A.) et STRACCIATI (E.). — Chaleur solaire, I, 572. — Chaleur spécifique, II, 577-582, III, 577.

BARUS (C.). — Compressibilité de l'eau, I, 45. — Point critique, I, 222. — Fusion des roches, I, 433. — Hautes températures, II, 76. — Platine iridié et platine rhodié, II, 77. — Conductibilité thermique, II, 186. — Viscosité, II, 425. — Nuages, II, 426.

BARUS (C.) et IDDINGS (J.). — Conductibilité électrique, II, 189.

BARY (P.). — Indices de réfraction, III, 95.

BASSET (A.-B.). — Réflexion et réfraction dans un milieu aimanté, I, 181.

BASSOT (L.). — Nouvelle méridienne, III, 324.

BATTELLI (A.). — Crépuscules, I, 574. — Étude thermique des vapeurs, II, 183. — Isobares des vapeurs, II, 510. — Carte magnétique, II, 589. — Point critique, III, 574. — Résistance électrique, III, 578.

BAUDIN (L.-C.). — Dépression du zéro dans les thermomètres, III, 336. — Coefficient de dilatation du verre, III, 476.

BAY. — Foyer d'incandescence, II, 330.

BAZIN (H.). — Déversoirs, II, 236, III, 476.

BEACH (F.-E.). — Emploi du nitrate de cuivre dans le voltamètre, III, 173.

BEAULARD (F.). — Quartz comprimé, II, 142, 459. — Pouvoir rotatoire et double réfraction, II, 393.

BECKER (P.-F.). — Déformations élastiques, III, 175.

BECQUEREL (ED.). — Photographie des couleurs, I, 564.

BECQUEREL (H.). — Phosphorescence, I, 137. — Températures sur le sol, II, 431.

BEDELL (F.) et CREHERE (A.). — Capacité électrostatique, II, 191.

BEIN (C.-W.). — Transport des ions, III, 77.

BELLOC. — Arc électrique, III, 322.

BERGET (A.). — Dilatation magnétique du fer, II, 172. — Phénomènes électrocapillaires, II, 604. — Conductibilité thermique, III, 377.

BERNADSKY (W.-A.). — Vibrateur de Hertz, III, 566.

BERSON et JUPPONT. — Actions mutuelles des corps vibrants, III, 476.

BERTHELOT. — Onde explosive, I, 567.

BERTHELOT (D.). — Conductibilité électrique, II, 435, 438.

BERTHOLD (G.). — Phénomène de Leindenfrost, II, 524.

BIDWELL (S.). — Récepteurs à sélénium, I, 91. — Variations de longueur produites par l'aimantation, III, 65.

BIGELOW (F.). — Variations de l'aiguille aimantée, I, 223.

BIRKELAND (KR.). — Vibrations électriques dans les fils, III, 463.

BJERKEN (P. VON). — Traction et com-

pression du caoutchouc, I, 491. — Caoutchouc et gelées, I, 538.
BJERKNES. (V.) — Oscillations hertziennes, II, 140, II, 599. — Résonance et pouvoir absorbant, III, 460.
BLAKESLEY (T.-H.). — Problème de magnétisme, I, 92. — Dynamométrie, I, 94. — Équation différentielle du courant, III, 278.
BLASIUS (E.). — Interférence, II, 573.
BLOCH (S.). — Dispersion anomale, III, 431.
BLONDLOT (R.). — Ondulations électriques, II, 590-594.
BLONDLOT (R.) et DUFOUR (M.). — Résonance électromagnétique, II, 590.
BOBYLEFF (D.). — Mouvement d'une sphère, I, 439.
BOCK (J.) et BOHR (C.). — Dissolution des gaz, I, 536.
BOREL (CH.). — Constantes diélectriques, III, 230. — Électrisation résiduelle des diélectriques, III, 230.
BOUASSE. — Milieux absorbants, III, 422.
BOHR (C.) et BOCK (J.). — Dissolution des gaz, I, 536.
BORGMANN (J.). — Oscillations électriques, I, 406.
BOSSCHA. — Mètre international, II, 331. — Comparaison d'un mètre, III, 323.
BOULOUCH (R.). — Dédoublement des franges, II, 316. — Anneaux de Newton. III, 28.
BOUQUET DE LA GRYE. — Ondes marées et ondes atmosphériques, III, 467. — Bothrimètre multiplicateur, III, 468.
BOUSSINESQ (J.). — Écoulement en mince paroi, I, 265. — Diminution de la pression moyenne, I, 285. — Fluidité, II, 134. — Distribution des vitesses, II, 234. — Régime uniforme, II, 235. — Pression dans un solide, III, 326. — Marégraphes, III, 329. — Ondes lumineuses, III, 438. — Écoulement sur les déversoirs, III, 473. — Déformation de la tête d'une onde aérienne, III, 474. — Résistance vive des solides, III, 475.
BOUTY (E.). — Propriétés diélectriques du mica, I, 5. — Pouvoir diélectrique et conductibilité, I, 445. — Capacité de l'électromètre, III, 371. — Capacités de polarisation, III, 498.
BRAGG (W.-H.). — Milieu élastique, II, 78.
BRANLY (E.). — Conductibilité des corps isolants, I, 459. — Déperdition de l'électricité, II, 300, 479. — Conductibilité unipolaire, II, 479.
BRAUN (F.). — Électrolyse, I, 553.
BRENNAND (W.). — Photométrie, I, 352.
BRILLOUIN (M.). — Molécules gazeuses, II, 87. — Fragilité des corps solides, II, 94. — Compressibilité isotherme, II, 113. — Déformations homogènes, II, 141. — Propagation des vibrations dans les milieux absorbants, III, 86. — Vibrations d'un milieu indéfiniment étendu, III, 473.
BROCA (A.). — Aplanétisme et achromatisme, I, 147. — Sensation visuelle et Photométrie, III, 206.
BRODMAN (C.). — Coefficients de frottement des liquides, II, 518. — Méthode de Poiseuille, III, 135.
BROWN (J.). — Piles à électrolytes fondus, II, 131. — Différence de potentiel au contact de deux liquides, II, 286.
BRUCKNER (H.). — Frottement des dissolutions salines, I, 531.
BRUNHES (B.). — Réflexion cristalline, II, 489. — Vérification des quartz, III, 22.
BUDDE (E.). — Facteurs intégrants, III, 36.
BURCH (G.-J.). — Électromètre capillaire, II, 542.
BURTON (CH.). — Constitution de la matière, II, 279.
BURTON (C.-I.) et MARSHALL (W.). — Compression des solides, II, 540.
CAILLETET et COLARDEAU. — Chute des corps, III, 329.
CALLENDAR (H.-L.) et GRIFFITHS (E.-H.). — Point d'ébullition du soufre, I, 179. — Pyromètre à platine, II, 279. — Thermomètre à air, II, 543.
CANTONE (M.). — Résistance du fer, II, 588.
CANTOR (M.). — Constantes capillaires, II, 521.
CARDANI (P.). — Température des fils, I, 576.
CARDEW (Major). — Mesure des grandes résistances électriques, III, 40.
CARHART (H.-S.). — Pile étalon, III, 172.
CARVALLO (E.). — Similitude dans les fonctions des machines, I, 209. — Spectre calorifique, II, 27. — Polarisation rotatoire, II, 438, III, 93. — Réflexion cristalline, II, 552. — Absorption cristalline, III, 89.

Cassie (W.). — Indice de réfraction, I, 353.
Cattaneo (C.). — Dilatation des alliages, I, 570. — Dilatation du bismuth, I, 574.
Chabaud (V.). — Thermomètre à renversement, III, 336.
Chappuis (J.). — Réfraction des gaz liquéfiés, III, 94.
Chappuis (P.). — Thermomètres pour les basses températures, III, 178.
Charlier. — Système de lentilles cylindriques, III, 429.
Charpentier (A.). — Oscillations rétiniennes, II, 239, 328. — Analyse chromoscopique de la lumière blanche, II, 330. — Perception des impressions lumineuses, III, 81. — Perception des rayons spectraux, III, 81.
Charpy (G.). — Sels dissous, III, 379.
Chassagny et Abraham. — Thermoélectricité, II, 136, 481.
Chassy (A.). — Lois de l'électrolyse, II, 590.
Chauveau (A.). — Fusion des sensations chromatiques, II, 332.
Chauvin et Fabre (Ch.). — Polarimètre, II, 435.
Chistoni (C.). — Action d'un aimant, I, 576.
Chwolson (O.-D.). — Réponse à M. Sawelieff, III, 566. — Influence magnétique, III, 572.
Cintolesi (F.). — Électrolyse, II, 577.
Clark (G.-M.) et Griffiths (E.-H.). — Basses températures, II, 83.
Clavenad (C.). — Homogénéité, III, 325.
Clementisch de Engelmeyer. — Cinégraphe, III, 267.
Clowes (F.). — Sensibilité des lampes de sûreté, II, 539. — Lampes de sureté, III, 46, 428.
Cochin (D.). — Spectres des flammes, III, 431.
Cohen (R.). — Viscosité, II, 519.
Cohn (E.). — Vibrations électriques dans l'eau, III, 270.
Colardeau et Cailletet. — Chute des corps, III, 329.
Colin (J.). — Rigidité des liquides, III, 472.
Colles (G.-W.). — Distance des étoiles, II, 426.
Collet (J.). — Méthode des coïncidences, III, 418.
Colley (R.). — Oscillations électriques, I, 131.
Colley, Michkine et Kazine. — Actinométrie, II, 87.
Collot (A.). — Balance de précision, I, 563.
Colot (E.). — Tension des vapeurs, III, 386.
Colson (A.). — Tubes capillaires, II, 437.
Colson (R.). — Ondes téléphoniques, II, 596.
Common (A.-A.). — Miroirs de télescope, III, 37.
Coppet (L. de). — Solutions aqueuses, III, 380.
Cornu (A.). — Réseaux diffringents, II, 385. — Anomalies focales, II, 441. — Différence de marche en lumière blanche, III, 436.
Couette (M.). — Équivalent électrochimique, I, 350.
Cowan (J.-M.). — Échauffement des conducteurs, I, 40.
Crehere (A.) et Bedell (Fr.). — Capacité électrostatique, II, 191.
Crew (H.). — Température constante, II, 277.
Crookes (W.). — Évaporation électrique, II, 534.
Crossley (A.-W.) et Schuster (A.). — Électrolyse, III, 40.
Crova. — Actinométrie, II, 84, 87. — Photographies des sources lumineuses, III, 430. — Spectres des réseaux, III, 435.
Curie (P.). — Condensateur à anneau de garde, II, 265. — Propriétés magnétiques, II, 600. — Symétrie dans les phénomènes physiques, III, 393. — Conductibilité magnétique, III, 415.
Cutter. — Acoustique d'un auditoire, I, 224.
Czapski (S.). — Double réfraction, I, 492.
Czermak (P.). — Courants de liquides chauds, III, 136.
Damien (B.-C.). — Variation du point de fusion, II, 90.
Dampier-Whetham (W.-C.). — Vitesse des ions, III, 423.
Darwin (L.). — Objectifs photographiques, III, 426.
Decharme (C.). — Aimantation, II, 85. — Action d'un courant sur un aimant, II, 601.
Defforges (C[t]). — Pendule, II, 193, III, 328. — Intensité absolue de la pesanteur, III, 328.

De La Fresnaye (H.). — Méthode Doppler-Fizeau, III, 87.
De la Rive (L.). — Tension électrostatique, II, 335. — Théorème d'électrostatique, II, 480. — Système de pendules, III, 537.
De la Rive et Sarazin. — Oscillateur de Hertz, II, 597, III, 179, 226.
Delaunay (N.). — Théorie cinétique des gaz, I, 438. — Mécanismes articulés, III, 569.
Demeny (G.). — Chronophotographie de la parole, II, 328.
Derrécagaix (G^al^). — Nouvelle base, II, 89. — Base de Perpignan, III, 323.
Des Coudres (Th.). — Thermo-électricité du mercure, I, 549.
Deslandres (H.). — Bandes dans les spectres de bandes, II, 89. — Mouvement radial des astres, II, 437.
Dewar et Fleming. — Résistance électrique, II, 82, III, 278.
Dewar (G.-D.) et Liveing (J.). — Spectre des flammes, I, 219. — Spectre de l'oxygène liquide, II, 81.
Dibdin (W.-J.). — Photométrie stellaire, III, 47.
Dieterici (C.). — Calorimétrie, I, 541. — Chaleur de dissolution, III, 35.
Dines (W.-H.). — Girouettes, II, 523.
Dixon (H.-B.). — Vitesse d'explosion, III, 426.
D'Ocagne (M.). — Formule des lentilles, I, 75.
Drude (P.). — Réflexion et réfraction, I, 493. — Constantes optiques, I, 494. — Prismes métalliques, I, 494. — Forces moléculaires, I, 532.
Drude (P.) et Nernst (W.). — Phénomène de Hall, I, 560.
Drude (P.) et Voigt (W.). — Constantes élastiques, I, 527.
Drzewiecki. — Résistance de l'air, II, 328.
Duboin (A.). — Aérostats, II, 137.
Du Bois (H.-E.-J.-G.). — Réflexion et transmission, II, 576.
Du Bois et Rubens. — Réfraction, II, 231. — Radiations infra-rouges, III, 189.
Ducretet (E.) et Lejeune (L.). — Expériences de Elihu Thomson, II, 126.
Dufet (H.). — Mesures comparatives d'indices, I, 163.
Dufour (Ch.). — Scintillation, III, 228. — Mesure du grossissement des lunettes et des télescopes, III, 231.
Dufour (M.) et Blondlot (R.). — Résonance électromagnétique, II, 590.
Duhem (P.). — Détente des vapeurs, I, 470. — Pressions au sein des milieux magnétiques, II, 88. — Théorie de la pile, II, 432. — État des corps en dissolution, III, 49.
Dühring (U). — Lois des températures d'ébullition, III, 565.
Dussaud (F.). — Réfraction du chlorate de soude, III, 179.
Ebert (H.) et Wiedemann (E.). — Décharges électriques, I, 429.
Edler (I.) et Oberbeck (A.). — Force électromotrice des piles, I, 554.
Ekama (H.). — Réfraction dans l'atmosphère, II, 75.
Ellinger (H.-O.-G.). — Réfraction des rayons électriques, III, 275.
Elsas (A.). — Constantes diélectriques, I, 251.
Elster (J.) et Geitel (H.). — Déperdition, I, 557, 558. — Électricité des chutes d'eau, III, 70.
Exner (K.). — Action polarisante de la diffraction, III, 190.
Fabry (Ch.). — Visibilité des franges, I, 313. — Propagation anomale, II, 22.
Faurie (G.). — Lois de l'écrouissage, II, 332.
Faye. — Cyclones, II, 135, 138, 334.
Ferche (J.). — Propriétés de la benzine, I, 543.
Ferry (E.-P.). — Persistance de la vision, II, 188.
Fery (C.). — Réfractomètre, II, 440. — Indices des mélanges, III, 95.
Festing et Abney (W. de W.). — Photométrie, III, 41.
Flamant. — Pression dans un solide, III, 326.
Fleming et Dewar. — Résistance électrique, II, 82, III, 278.
Foerster. — Mètre international, II, 331.
Fonvielle (W. de). — Ligne sans déclinaison, II, 601.
Fredureau. — Globes diffuseurs, III, 96.
Friedel (Ch.). — Biréfringence des lames cristallines, III, 435.
Fromme (C.). — Magnétisme, I, 559.
Galitzine (B.). — Température critique, I, 479.
Galopin (Ch.). — Déplacement d'un corps sonore, III, 232. — Température de l'eau comprimée, III, 332.

GARBASSO (A.). — Résonance multiple, II, 259.
GARNAULT (E.). — Expérience d'Œrsted, I, 245-429.
GAUTHIER (P.). — Construction des vis, II, 92.
GAUTIER (A.) et JANSSEN. — Éclipse de Lune, II, 436.
GAUTIER et LARAT (G.). — Courants alternatifs en médecine, II, 607.
GEITEL (H.) et ELSTER (J.). — Déperdition, I, 557, 558.
GERMAIN (P.). — Téléphone, II, 139.
GILBAULT (H.). — Force électromotrice, II, 430. — Compressibilité des solutions salines, III, 331. — Hygromètre, III, 381.
GLAN (F.). — Spectrosaccharimètre, I, 491. — Changement de phase par la réflexion, II, 232. — Couleurs complémentaires, III, 186.
GLAZEBROOK (R.-T.) et SKINNER (S). — Étalon de force électromotrice, III, 45.
GOLDHAMMER (D.). — Polarisation rotatoire, I, 205-345. — Théorie électromagnétique, I, 439-440.
GORE (G.). — Force électromotrice, I, 86. — Force électromotrice et pression, II, 380.
GORE (J.-H.). — Système décimal au XVIIe siècle, I, 44.
GOSSART (E.). — Capillarité, II, 433. — Recherche des impuretés dans l'alcool, III, 471.
GOSSELIN (Cap.). — Courants induits, I, 495.
GOURÉ DE VILLEMONTÉE. — Dépôts d'un même métal, II, 213. — Égaliseurs de potentiel, III, 120.
GOUY. — Propagation des ondes, I, 502. — Phénomènes électro-capillaires, II, 603-604. — Tension superficielle, II, 603. — Électromètre capillaire, III, 264. — Point critique, III, 385. — Vision des objets opaques, III, 434. — Tubes de Natterer, III, 486.
GRAHAM (J.-C.). — Geyser artificiel, II, 424.
GRASSI (G.). — Galvanomètre sensible, I, 576.
GRAY (A.). — Action électromagnétique, I, 84. — Coefficient d'induction, I, 309. — Mesure des propriétés magnétiques du fer, III, 66.
GRAY (J.-H.) et HENDERSON (J.-B.). — Résistance électrique, III, 515.
GRIBOIEDOFF (S.). — Coefficient de diffusion, III, 233.
GRIFFITHS (E.-H.). — Équivalent mécanique de la chaleur, III, 512.
GRIFFITHS (E.-H.) et CALLENDAR (H.-L.). — Ébullition du soufre, I, 179.
GRIFFITHS (E.-H.) et CLARK (G.-M.). — Basses températures, II, 83.
GRIMALDI (G.-P.). — Chaleur spécifique, I, 576. — Oscillations électriques, I, 577. — Point critique, II, 578.
GUERRE et MARTIN. — Timbre électromagnétique, II, 143.
GUGLIELMO (G.). — Électromètre, I, 575. — Sphéromètre, II, 380.
GUILBERT (G.). — Prévision du temps, II, 137.
GUILLAUME (CH.-ED.). — Thermomètre, I, 563. — Résistance d'une dérivation, I, 564. — Résistance électrique du mercure, II, 485. — Vitesse de propagation de la lumière et des actions électromagnétiques, III, 178. — Règles étalons, III, 218.
GUYE (CH.-E.). — Problème du pont de Wheastone appliqué au bolomètre, III, 177.
GUYE (C.) et SORET (CH.). — Pouvoir rotatoire du quartz, III, 94-225.
GUYE (P.). — Poids moléculaire, II, 138; III, 181. — Coefficient critique, III, 419.
HALLWACHS (W.). — Indices de réfraction, II, 567.
HALLWACHS (W.) et KOHLRAUSCH (F.). — Densités et solutions aqueuses, III, 136.
HARTLEY. — Spectres électriques, II, 45. — Spectre d'une flamme, II, 414.
HARVEY (W.-H.) et HIRD (F.). — Décharges dans les gaz, III, 284.
HATON DE LA GOUPILLIÈRE. — Évaporation dans les générateurs, II, 93.
HATT. — Triangulation, III, 324.
HEEN (P. DE). — Température critique, II, 418. — Indépendance de la pression et du volume, II, 418.
HEILBORN (E.). — Coefficient critique, III, 419.
HENDERSON (J.-B.) et GRAY (J.-H.). — Résistance électrique, III, 515.
HENRY (P.). — Dispersion atmosphérique, I, 569.
HENRY (CH.). — Photométrie, III, 82. — Minimum perceptible de lumière. III, 429. — Étalon photométrique, III, 430.

Herchoun (A.-L.). — Distance focale, III, 573.
Herroun (E.-F.). — Force électromotrice, II, 283.
Herroun (E.-F.) et Yeo (G.-F.). — Audibilité des ondes sonores, III, 39.
Hertz (H.). — Rayons cathodiques, I, 252.
Hervier. — Niveau d'eau dans les chaudières, III, 483.
Hesehus (N.). — Forme des grêlons, I, 403. — Photomètre, II, 504. — Formation des grêlons, II, 505. — Expérience d'Ingenhousz, II, 528. — Flamme sensible, II, 528. — Capacités acoustiques, III, 572.
Hess (A.). — Diélectriques hétérogènes, II, 145.
Heydweiller (A.). — Décharges dans les gaz, I, 555.
Hibbert (W.). — Champ magnétique permanent, I, 258, II, 281.
Higgs (S.). — Sensibilisateurs pour les rayons de faible réfrangibilité, I, 354.
Hird (F.) et Harvey (W.-H.). — Décharges dans les gaz, III, 284.
Holborn (L.) et Wien (W.). — Hautes températures, III, 31.
Hopkinson (J.). — Densité des alliages, II, 539.
Hopkinson (J.) et Wilson (E.). — Machines dynamo, III, 44.
Hopkivson (J.), Wilson (E.) et Tydall (F.). — Viscosité magnétique, III, 523.
Houllevigue (L.). — Maximum de polarisation, I, 385.
Huggins (M. et Mme). — Constellation du Cygne, I, 178.
Huggins (M. et Mme) et Lockyer (N.). — Nouvelle étoile d'Auriga, III, 44, 65.
Hurion (A.). — Oculaire nadiral, I, 414. — Transmission de la lumière, II, 141. — Polarisation de la lumière diffusée, III, 89. — Polarisation atmosphérique, III, 432.
Hurmuzescu (D.). — Vibration d'un fil, II, 237. — Diffraction éloignée, III, 88.
Hussel (A.). — Rotation dans le quartz, I, 33.
Hutchins (C.-C.). — Radiation de l'air, I, 435.
Hutin et Leblanc. — Moteur à courants alternatifs, II, 92.
Iddings (J.) et Barus (C.). — Conductibilité électrique, II, 189.
Izarn. — Appareil pour les ondes stationnaires, I, 301. — Bulles de savon, III, 334. — Photographies des réseaux, III, 434.
Jaeger (W.). — Purification du mercure, III, 134.
Jaeger (W.) et Kreichgauer (D.). — Résistance du mercure, III, 74.
Janet (P.). — Formules de Fresnel, I, 375. — Courant de haute fréquence, I, 373. — Oscillations électriques, II, 337, II, 598. — Inscription électrochimique, III, 455.
Jannettaz (E.). — Ellipsomètre, III, 376. — Propagation de la chaleur, III, 377.
Janssen (J.). — Observatoire du mont Blanc, II, 434.
Janssen (J.) et Gautier (A.). — Éclipse de la Lune, II, 436.
Joubin (P.). — Passage d'une onde par un foyer, III, 87. — Valeur de la puissance réfractive, III, 87. — Différence de marche en lumière blanche. III, 436.
Joukowsky (N.). — Mouvement d'un liquide, I, 132.
Kasankine (N.). — Capillarité, I, 133. — Constantes capillaires, I, 406.
Kasterine (N.). — Tension superficielle, II, 529. — Cohésion des liquides, III, 234. — Constante capillaire, III, 568.
Kayser (H.). — Spectres de lignes, I, 479. — Diffusion par le caoutchouc, I, 534.
Kayser (H.) et Runge (C.). — Groupe de Mendeleeff, I, 479. — Spectres de Cu, Ag et Au, II, 569. — Dispersion de l'air, III, 184. — Raies de Al, In, Tl, III, 187. — Spectres infra-rouges des alcalis, III, 187.
Kazine, Colley et Michkine. — Actinométrie, II, 87.
Keeler (J.-E.). — Spectre des nébuleuses, I, 356.
Kelvin (Lord). — Piézoélectricité du quartz, III, 275. — Pile piézoélectrique, III, 277. — Condensateur à air, III, 387. — Vitesse du courant de cathode, III, 425.
Kilgour (H.) et Ayrton (W.-E.). — Émissivité des fils fins, II, 542.
Kistiakowski (W.). — Unités absolues, III, 237.

Klemencic (J.). — Réflexion des rayons de force, I, 394.
Klobukow (N. von). — Mélanges des pigments, I, 484.
Knoblauch (O.). — Spectres d'absorption, I, 481.
Kohlrausch (F.). — Solubilité du verre, I, 537.
Kohlrausch (F.) et Hallwachs (W.). — Densités des solutions aqueuses, III, 136.
Kohlrausch (F.) et Rose (F.). — Solubilité, III, 137.
Korda. — Théorie d'un condensateur, II, 484.
Kowalski (J. de). — Unité thermodynamique, III, 159.
Kreichgauer (D.) et Jaeger (W.). — Résistance du mercure, III, 74.
Krigar-Menzel (O.) et Raps (A.). — Vibrations des cordes, I, 305, III, 138.
Kummel (G.). — Dispersion rotatoire des tartrates, I, 490. — Précipités à la surface de séparation d'électrolytes, III, 78.
Kurlbaum (F.) et Lummer (O.). — Bolomètre, 566.
Labatut. — Photographie des couleurs, II, 237.
Lagrange (E.) et Stroobant (P.). — Méthode astrophotométrique, II, 160.
Lala (U.). — Compressibilité, I, 565.
Lalande (F. de). — Pile à oxyde de cuivre, II, 137.
Lamb (H.). — Flexion, I, 88.
Langley (S.-P.). — Recherches aérodynamiques, II, 235.
Larat (G.) et Gautier. — Courants alternatifs en médecine, II, 607.
Larmor (J.). — Théorie de l'électrodynamique, II, 133.
Laurie (A.-P.). — Combinaison d'or et d'étain, II, 277.
Lea (Carey). — Réactions endothermiques, III, 176.
Lebedew (P.). — Constantes diélectriques, I, 81. — Force répulsive, II, 564.
Leblanc et Hutin. — Moteur à courants alternatifs, II, 92.
Le Chatelier (H.). — Mesure optique des températures élevées, I, 185. — Principes de l'énergétique, III, 289-352. — Regel, III, 379. — Principe du travail maximum, III, 381. — Chaleur spécifique du carbone, III, 479.
Lecher (E.). — Constantes diélectriques, I, 86.
Lecoq de Boisbaudran. — Spectre du gallium, III, 96.
Leduc (A.). — Densité des gaz, I, 231. — Formule du pendule, I, 391. — Dilatation du phosphore, II, 329. — Composition de l'eau, III, 382. — Densité de Co et de C, III, 382. — Poids atomiques, III, 478. — Densités et volumes moléculaires de Cl et de HCl, III, 477. — Densités de Az, O et H, III, 478. — Densité de l'anhydre sulfureux, III, 478.
Lees (C.-H.). — Conductibilité thermique des cristaux, III, 43.
Lefebvre (P.). — Vibrations privilégiées, I, 121. — Accidents de la gamme, I, 241. — Notes d'Optique géométrique, I, 341.
Lefèvre (J.). — Attraction à travers un diélectrique, I, 243. — Diélectriques, II, 561.
Lehfeldt (R.-A.). — Composante horizontale, I, 310.
Lehmann (E.-W.). — Photomètre, III, 186.
Lehmann (O.). — Machine à influence, I, 395. — Gouttes à moitié limitées, I, 533.
Lejeune (L.) et Ducretet (E.). — Expériences de Elihu Thomson, II, 126.
Lemoine (G.). — Action chimique de la lumière, II, 135.
Lenard (Ph.). — Phosphoroscope, II, 573. — Électricité des chutes d'eau, III, 70.
Léon (J.-T.). Wright (A.) et Thompson (C.). — Alliages ternaires, I, 183.
Leray (A.). — Théorie cinétique des gaz, III, 417.
Lermantoff (W.). — Production artificielle de la pluie, I, 440. — Chapes en agate, I, 440.
Leroy (J.-G.). — Centrage des objectifs, II, 435.
Lévay (J.). — Travail du courant, I, 407.
Le Verrier. — Chaleur spécifique, III. 378.
Lezé. — Filtration des liquides, III, 472.
Limb (G.). — Électrolyse du chlorure de baryum, II, 141. — Suspension unifilaire, III, 327.
Linebarger (C.-E.). — Solutions colloïdales, I, 434. — Tension superficielle

des liquides, II, 187. — Coloration des solutions, II, 191.
LIPPMANN. — Photographie des couleurs. I, 564; III, 83-97.
LIVEING (G.-D.) et DEWAR (J.). — Spectre des flammes, I, 219. — Spectre de l'oxygène liquide, II, 81.
LOCKYER (J.-H.). — Spectres des étoiles, II, 43; III, 425.
LOCKYER (N.). — Spectre d'Auriga, III, 42.
LOCKYER (N.) HUGGINS (M. et Mme). — Étoile d'Auriga, III, 44.
LODGE (O.-J.). — Décharge des bouteilles de Leyde, II, 532.
LŒWY et PUISEUX. — Constante de l'aberration, II, 85.
LOHNSTEIN (R.). — Cellule électrolytique, III, 79.
LOMMEL (E.). — Couleurs de mélange, I, 32, 484. — Lumière polarisée, I, 489. — Lignes équipotentielles, III. 74.
LUBIMOFF (M.). — Chute des corps, III, 567.
LUCAS (W.). — Résonateur de Hertz, II, 281.
LUDEKING (C.). — Décharges sur les gaz, II, 284.
LUDEKING (C.) et STAAR (J.-E.). — Chaleur spécifique de l'ammoniaque, II, 426.
LUMIÈRE (L.). — Propriétés photographiques des sels de cérium et de cobalt, III, 437.
LUMMER (O.) et KURLBAUM. — Bolomètre, II, 566.
LUSSANA (S.). — Transport des ions, III, 578. — Pouvoir thermoélectrique, III, 579. — Résistance électrique, III, 580.
LYDALL (FR.) et POCKLINGTON (A.-W. S.). — Fer pur, III, 423.
MACÉ DE LÉPINAY (J.). — Double réfraction du quartz, I, 23. — Mirage, II, 320. — Étalons d'épaisseur, II, 365. — Franges d'Herschel, III, 163. — Achromatisme des franges, III, 241. — Franges des caustiques, III, 432.
MACÉ DE LÉPINAY (J.) et PÉROT (A.). — Mirage, II, 97.
MAKAROFF (S.). — Poids spécifique de l'eau de mer, I, 132, 400.
MALAGOLI (R.). — Électrolyse par courants alternatifs, II, 370.
MALLOCK (A.). — Module de Young, I, 355. — Instabilité des tubes de caoutchouc, II, 46.
MALTEZOS (C.). — Mesure de l'angle de raccordement, III, 332. — Microglobules, III, 333.
MARANGONI (C.). — Constante capillaire, II, 69.
MARCHIS (L.). — Tension de vapeur des dissolutions, III, 193-257.
MAREK (W.). — Dilatation de l'eau, I, 540.
MAREY (M.). — Locomotion aérienne, II, 434.
MARIX (P.). — Liquides non miscibles, III, 334.
MARKOWSKY. — Pile à gaz, I, 554.
MARSHALL (W.) et BURTON (C.-L.). — Compression des solides, II, 540.
MARTIN et GUERRE. — Timbre électromagnétique, II, 143.
MASCART. — Masse de l'atmosphère, I, 97. — Anneaux colorés, I, 503. — Achromatisme des interférences, I, 509. — Retard des impressions lumineuses, II, 239. — Aberration, II, 433. — Réseau oculaire, II, 439. — Arc-en-ciel, III, 91. — Arc-en-ciel blanc, III, 92. — Variations diurnes de la gravité, III, 468.
MASSIN. — Mesures sur des lignes aériennes, II, 236.
MATHIAS (E.). — Théorème des états correspondants, I, 53. — Densité critique, II, 5. — Diamètre des densités, II, 224.
MATTHEY (E.). — Métallurgie du bismuth, I, 181; III, 428. — Liquation, III, 65.
MAYER (A.-G.). — Radiation et absorption, II, 426.
MAYER (A.-M.). — Propriétés du caoutchouc ou de l'ébonite, I, 45. — Contraste simultané des couleurs, II, 507.
MAZZOTTO (D.). — Cryohydrates, I, 571; II, 378. — Thermomètre, I, 574.
MELANDER (G.). — Dilatation des gaz, III, 32.
MELDE (F.). — Propagation du son, II, 526.
MENDELEEFF (D.). — Densité de l'eau, I. 398.
MENDENHALL (T.-C.). — Etalon de temps, I, 433. — Pendules, II, 425.
MERCADIER (E.). — Récepteur téléphonique, II, 140. — Coefficient d'élasticité, II, 234. — Dimensions et unités, II, 289. — Mouvement vibratoire, III, 386.
MERRITT (E.). — Emploi du galvano-

mètre avec la pile thermo-électrique, I, 46.
Meslans (M.). — Détermination rapide de la densité d'un gaz, III, 479.
Meslin (G.). — Diamètre des éléments rétiniens, I, 75. — Visibilité des anneaux de Newton, I, 332. — Franges semi-circulaires, II, 205. — Photographie des couleurs, III, 84. — Franges achromatiques, III, 168. — Ondes paragéniques, III, 337. — États correspondants, III, 486. — Interférences, III, 469.
Metz (G. de). — Compressibilité absolue du mercure, II, 519.
Meyer (G.). — Électromètre capillaire, III, 76.
Meyer (O.-E.). — Frottement des liquides, I, 531.
Michelson (A.-A.). — Visibilité des franges, I, 82. — Mesures spectroscopiques, I, 84. — Multiplicité des théories, I, 404. — Méthodes interférentielles, III, 5.
Michkine, Colley et Kasine. — Actinométrie, II, 87.
Miculescu (C.). — Équivalent mécanique de la calorie, I, 104.
Milthaler. — Bobine de résistance, III, 74.
Minchin (G.-H.). — Photo-électricité, I, 90. — Champ magnétique, III, 279
Moessard. — Méthode Doppler-Fizeau, III, 87.
Moissan (A.) et Gautier (H.). — Densité des gaz, III, 383.
Monnory. — Compressibilité du quartz, I, 566.
Mooser (I.). — Couches métalliques désagrégées, I, 556.
Moreland (S.). — Conducteur circulaire, II, 427.
Morera (G.). — Thermodynamique, I, 579. — Capacités thermiques, I, 579.
Morin (J.). — Appareil d'induction, II, 484.
Moulin (A.). — Poids atomique et densité liquide, II, 137.
Moureaux. — Variation magnétique, I, 569.
Muller (I.). — Diffusion de l'ammoniaque, I, 535.
Muller (J.-A.). — Gaz-volumètre de Lunge, I, 507.
Multzer. — Notes musicales, I, 565.
Murani (O.). — Condensateurs, I, 575.
Mutzel (K.). — Frottement des liquides, I, 531.
Narr (F.). — Déperdition, I, 546.
Natanson (L.). — Courbes orthobares, I, 431. — Fonction de dissipation, III, 484.
Negbaur (W.). — Surface de contact, I, 553. — Éléments normaux, I, 555. — Force électromotrice des piles à électrolytes solides, III, 70.
Negreano (D.). — Constante diélectrique des liquides, II, 486.
Nernst (W.) et Drude (P.). — Phénomène de Hall, I, 560.
Nernst (W.) et Pauli. — Activité électromotrice des ions, III, 76.
Neumann (G.) et Streintz (F.). — Action de l'hydrogène sur le plomb, III, 37.
Neyreneuf (N.). — Tuyaux cylindriques, I, 499.
Nicati (W.). — Acuité visuelle, III, 80.
Nichols (E.-L.). — Arc électrique alternatif, I, 43. — Dépôt sur les lampes à incandescence, II, 190.
Nichols (E.-L.) et Snow (B.-W.). — Lumière de l'oxyde de zinc, I, 308. — Absorption sélective, II, 282.
Niemoller (F.). — Diffusion des liquides, II, 524.
Nikolaeve (W. de). — Champs électrostatiques, II, 16.
Norkewitsch-Jodko (J.). — Expériences avec le téléphone, I, 133.
Oberbeck (A.). — Couches précipitées, I, 551. — Argent allotropique, III, 75. — Propriétés de minces couches d'huile, III, 134.
Oberbeck (O.) et Edler (I.). — Force électromotrice des piles, I, 554.
Oddone (E.). — Intensité du magnétisme dans les roches, III, 575.
Oumoff (N.). — Diffusiomètres, I, 401.
Padoa (E.). — Interprétation des phénomènes électriques, I, 575.
Paquelin. — Nouveau chalumeau, II, 330. — Foyers incandescents, II, 334.
Parenty (H.). — Loi d'écoulement des gaz, II, 327. — Veine gazeuse, II, 437. — Soupape de sureté, III, 330. — Compteur de vapeur, III, 481.
Parmentier (F.). — Marteau d'eau, I, 393.
Parrot (G.) et Reignier (C.). — Conducteurs bimétalliques, II, 483.
Paschen (F.). — Émission des gaz chauds, III, 188.

PATTERSON (A.-H.) et ARNOLD (C.-H.). — Oscillations électriques, III, 176.
PAULI et NERNST (W.) — Activité électromotrice des ions, III, 76.
PAULSEN (AD. F.-W.). — Aurores boréales, I, 79.
PEACE (J.-B.). — Étincelle, III, 389.
PELLAT (H.). — Point critique, I, 225. — Expérience de M. Gouy, II, 603.
PENTSCHEFF et BACHMETIEFF (P.). — Chaleur spécifique de l'argent, III, 239.
PERMAN (E.-P.) et RAMSEY (W.). — Point critique, II, 45.
PÉROT (A.). — Constante diélectrique mesurée par les oscillations, II, 487. — Oscillations de Hertz, II, 595.
PÉROT (A.) et MACÉ DE LÉPINAY (J.). — Mirage, II, 97.
PERROT (F.-L.). — Réfraction et dispersion, III, 223.
PERRY (J.). — Etude des transformateurs, I, 95.
PERRY (J.), AYRTON (W.-E.) et SUMPNER (W.-E.). — Électromètres à quadrants, II, 533.
PERRY et BEESLON (H.-A.). — Téléphonie, III, 286.
PETROUCHEWSKY (TH.). — Mesures décimales, III, 237.
PFEIFFER (E.). — Attaque du verre, I, 537.
PICKERING (S.-U.). — Zéro absolu de Person, I, 177.
PICTET (R.). — Basses températures, III, 336.
PIDGEON (W.-R.). — Machine à influence, III, 275.
PILTSCHIKOFF. — Polarisation atmosphérique, III, 90.
PIONCHON (J.). — Chaleur spécifique, III, 378.
PIROGOFF. — Viriel, I, 134.
PLANCK (M.). — Principe de Carnot-Clausius, III, 36.
POCKLINGTON (A.-W.-S.) et LYDALL (FR.). — Fer pur, III, 423.
POINCARÉ (H.). — Équilibre des diélectriques, II, 86. — Théorie de l'élasticité, II, 92. — Oscillations hertziennes, II, 432, II, 592. — Élasticité, III, 325. — Théorie cinétique des gaz, III, 485.
POPOFF (A.-S.). — Expérience de cours, II, 527.
POTIER. — Principe d'Huygens, I, 568. — Absorption de la tourmaline, III, 89. — Propagation de l'électricité, III, 107.
POTILIZINE (A.). — Point de fusion des substances inorganiques, I, 437.
POYNTING (J.-H.). — Densité de la Terre, II, 532.
PRESTON (E.-D.). — Forme de la Terre, I, 47.
PRINGSHEIM (E.). — Rayonnement des gaz, II, 564. — Loi de Kirchhoff, III, 188.
PRYTZ (K.). — Point de fusion, II, 353.
PUISEUX et LŒWY. — Constante de l'aberration, II, 85.
PULFRICH (C.). — Réfraction du verre, II, 568.
PUPIN (M.-J.). — Décharges électriques, I, 434. — Oscillations électriques, II, 428.
RAMSAY (W.). — Point critique, I, 353.
RAMSAY (W.) et PERMANN (E.-P.). — Point critique, II, 45.
RAMSAY (W.) et SHIELDS (J.). — Énergie superficielle, III, 521.
RAMSAY (W.) et YUNG (S.). — Propriétés de l'eau, III, 38.
RAOULT. — Point de congélation, III, 378.
RAPS (A.). — Vibration de l'air, III, 139.
RAPS (Q.) et KRIGAR-MENZEL (O.). — Vibrations des cordes, I, 305.
RATEAU. — Hypothèse des cloches sous-marines, III, 469.
RAVEAU (C.). — Adiabatiques, I, 461. — Théorie de la lumière, II, 91. — Surface de l'onde, II, 134.
RAYET. — Éclipse de Lune, II, 436.
RAYLEIGH (Lord). — Forces superficielles, I, 216, 255, 256. — Réflexion sur les surfaces liquides, I, 306. — Densités de l'hydrogène et de l'oxygène, III, 44. — Densité des gaz, III, 519.
REID (TH.). — Ophtalmomètre, III, 512.
REIGNIER (C.) et PARROT (G.). — Conducteurs bimétalliques, II, 483.
REINOLD (A.-W.) et RUCKER (A.-W.). — Forces moléculaires, I, 532. — Lames minces liquides, III, 525.
REISET (I.). — Observations météorologiques, II, 139.
RENARD (C[t]). — Ballons perdus, II, 63.
RENOU. — Thermomètre, I, 564.
RESAL (H.). — Pression dans un corps élastique, II, 91.

Richard (G. et L.) — Avertisseur électrique, II. 140.
Riecke (E.). — Charge par le frottement, I, 545.
Riecke (E.) et Voigt (W.). — Constantes piezoélectriques, III, 68.
Righi (A.). — Figures électriques, I. 577. — Décharge d'une batterie, I, 577. — Électricité de contact, I, 577. — Forces électromagnétiques, I, 577. — Stéréoscope, II, 579. — Potentiels près de la cathode, II, 588.
Rigollot (H.). — Actinomètre électrochimique, I, 500. — Spectres d'absorption, I, 562.
Rimington (E.-C.). — Décharges lumineuses, III, 282.
Rimington et Wythe Smith. — Expériences dans les champs électriques, III, 281.
Roberts-Austen. — Loi de périodicité, I, 354. — Points de fusion, III, 41.
Robertson (G.-H.) et Amstrong (H.-E.). — Pile de Planté, II, 536.
Rogers (F.-I.). — Lumière au magnésium, I, 435.
Rogowsky (E.). — Conductibilité des métaux, III.
Rontgen (W.-C.). — Influence de la pression, I, 253. — Compressibilité, I, 530. — Surface d'eau pure, II, 52?. — Influence de la pression, II, 525. — Compressibilité des liquides, III, 36.
Rontgen (W.-C) et Zehnder (L.). — Indices de réfraction, I, 474.
Rood (O.-N.). — Système de couleurs, II, 190. — Méthode photométrique, III, 173.
Rosa (E.-B.). — Pouvoir inducteur spécifique, I, 89.
Rose (F.) et Kohrausch (F.). — Solubilité, III, 137.
Rosenberg (V.). — Vents alizés, I, 442.
Rosenthal (J.). — Conductibilité des électrolytes, I, 407.
Rosing (B.). — Mouvement magnétique de la matière, II, 527.
Rowland (H.-A.). — Transformateurs, II, 79.
Rubens (H.). — Rayons infra-rouges, II, 569.
Rubens et Arons. — Vitesse de propagation des ondes électriques, I. 82, III, 271.
Rubens et Du Bois (H.-E.-J.-G.). — Réfraction, II, 231. — Radiations infrarouges, III, 189.
Rubens (H.) et Snow (B.-W.). — Sel gemme, II, 571.
Rücker (A.-W.) et Reinold (A.-W.). — Forces moléculaires, I, 532. — Lames minces liquides, III, 525.
Runge (C.) et Kayser (H.). — Groupe de Mendeleef, I, 479. — Raies du Cu, Ag et Au, II, 569. — Dispersion de l'air, III, 184. — Raies de Al, In et Tl, III, 187. — Spectres infra-rouge des alcalis, III, 187.
Runolfsson (M.). — Constante diélectrique, II, 488.
Salet (G.). — Loi de Stokes, III, 95.
Salvioni (E.). — Unité britannique, I, 572.
Sandoz (A.). — Banc d'optique pour l'étude de la vision, III, 316.
Sanford (F.) — Loi de Ohm, III, 277.
Sarazin et De la Rive. — Oscillateur de Hertz, II, 597, III, 179, 226.
Savélieff. — Observations actinométriques faites à Kief, II, 84. — Constante solaire, II, 136. — Observations actinométriques, III, 232.
Saxen (U.). — Endosme électrique, III, 72.
Schering (E.). — Inclinomètres, II, 329.
Schiaparelli (G.). — Rotation de la Terre, I, 575.
Schlœsing (Th.). — Propriétés hygroscopiques des matières textiles, III, 484.
Schmidt (E.). — Franges d'interférence, II, 574.
Schmidt (W.). — Chronographe, II, 606.
Scholz (R.). — Chaleur de dissolution, III, 34.
Schuster (A.). — Inclinaison magnétique, I, 92.
Schuster (A.) et Crossley (A.-W.). — Électrolyse, III, 40.
Sc üz. — Alliages et amalgames, III, 53.
Schwedoff (Th.). — Double réfraction des liquides, I, 49.
Scott (A.). — Composition de l'eau, III, 518.
Seliwanoff (Th.). — Détermination des hautes températures, I, 134.
Sella (A.) et Voigt (W.). — Élasticité de rupture du sel gemme, III, 129.
Sentis (H.). — Baromètre, I, 77. — Baromètre enregistreur, I, 212.
Serrin (V.). — Balance, II, 139.
Shea (D.). — Prismes métalliques, II, 227.

SHIELDS (J.) et RAMSAY (W.). — Énergie superficielle, III, 521.
SHRADER (W.). — Résistance à l'extension, I, 546.
SIGSON (A.). — Photographies de flocons de neige, II, 531.
SIRE (G.). — Appareil giroscopique, II, 88.
SISSINGH. — Phénomène de Kerr, III, 420.
SKINNER (S.) et GLAZOBROOK (R.-T.). — Étalon de force électromotrice, III, 45.
SLOUGUINOFF (N.). — Théorie de la réflexion, I, 404. — Quotient des conductibilités thermiques, I, 405.
SMIRNOFF (L.). — Constantes diélectriques, II, 529.
SMITH (F.-J.). — Effets du magnétisme, I, 42. — Pompe à air et à mercure, II, 79. — Galvanomètre d'Arsonval, III, 279.
SMITH (E.-WITHE). — Résistance intérieure des piles, II, 80.
SNOW (B.-W.). — Spectre infra-rouge, II, 571.
SNOW (B.-W.) et NICHOLS (E.-L.). — Lumière de l'oxyde de zinc, I, 308. — Absorption sélective, II, 282.
SNOW (B.-W.) et RUBENS (H.). — Sel gemme, II, 571.
SOKOLOFF (A.). — Constantes diélectriques, II, 529.
SOREL. — Mélanges d'eau et d'alcool, III, 480.
SORET (CH.). — Conductibilité calorifique, II, 241.
SORET (CH.) et GUYE (C.). — Pouvoir rotatoire du quartz, III, 94-225.
SQUIER (G.-O.). — Effets électrochimiques, II, 427.
STEFANINI (A.). — Période variable du courant, I, 579. — Lois psycho-physiques, II, 578.
STEVENS (L.). — Radiation totale, II, 192.
STEWART (W.). — Conductibilité thermique, III, 522.
STOLETOFF (A.). — État critique, III, 571.
STRACCIATI (E.) et BARTOLI (A.). — Chaleur solaire, I, 572. — Chaleur spécifique, II, 577-582, III.
STREINTZ (F.) et NEUMANN (G.). — Action de l'hydrogène sur le plomb, III, 37.
STROOBANT (P.) et LAGRANGE (E.). — Méthode astrophotométrique, II, 160.
STSCHEGLIAEFF (W.). — Constante diélectrique, I, 259.
SUMPNER et AYRTON. — Énergie d'un courant, I, 358.
SUMPNER (W.-E.), AYRTON (W.-E.) et PERRY (J.). — Électromètres à quadrants, II, 533.
SWARTE (de). — Caléfaction, III, 335.
SWINTON (C.). — Décharges électriques, III, 281.
TAYLOR et AYRTON. — Dynamométrie, I, 94.
TERECHINE (S.). — Température d'un fil traversé par un courant, III, 235.
THOMAS (G.-L.). et YOUNG (S.). — Densité critique, II, 225.
THOMPSON (S.-P.). — Focomètre, I, 221. — Galvano-hystérésis, II, 43.
THOMPSON (J.-O.). — Dilatation élastique, I, 526.
THOMPSON (C.), WRIGHT (A.) et LÉON (J.-T.). — Alliages ternaires, I, 183.
THOMSON (J.-J.). — Décharge dans les gaz, I, 35. — Champ électrique, I, 39. — Électrisation d'un jet de vapeur, III, 284. — Électrolyse, III, 516.
THOMSON (Sir W.). — Action électrostatique des écrans, I, 357.
THRELFALL (R.). — Azote pur, III, 281.
THWING (C.). — Photographie des couleurs, I, 223. — Représentation d'un champ magnétique, II, 191.
TIKHWINSKY (M.). Électrolyse, III, 568.
TISSERAND (F.). — Rapport sur un Mémoire de M. Defforges, III, 469.
TŒPLER. — Oscillations électriques, III, 272.
TOMMASI (D.). — Accumulateur, II, 130.
TROUTON (F.-T.) et LILLY (W.-E.). — Capacité inductive, II, 285.
TROWBRIDGE (J.). — Décharges électriques, I, 85. — Amortissement des oscillations, I, 223. — Phasemètre, I. 433. — Propagation du magnétisme, II, 282. — Oscillations des décharges lumineuses, III, 174.
TSCHERNING. — Images de l'œil, II, 118.
TURINE (W.). — Concentration des dissolutions, I, 132.
TYDALL (F.), HOPKINSON (J.) et WILSON (E.). — Viscosité magnétique, III, 523.
UMLAUF (R.). — Double réfraction, II, 576.
VAN DER MENSBRUGGHE. — Tension superficielle, III, 335-471.
VANNI (J.). — Équivalent électrochimique, I, 550.
VASCHY. — Réseaux de conducteurs

électriques, II, 486. — Action entre un corps électrisé et un aimant, II, 602. — Homogénéité, III, 325. — Champs électriques, III, 527, 530, 531. — Théorie de l'électrostatique, III, 528.

VASSURA (G.). — Résistance électrique, II, 577.

VELEY (V.-H.). — Acide azoteux, III, 388.

VERNER (A.). — Polarisation rotatoire magnétique, 221.

VERSCHAFFELT (J.). — Diffraction parallèle, II, 305.

VICENTINI (G.). — Déperdition électrique, III, 580.

VIEILLE. — Phénomènes explosifs, I, 566. — Manomètres Crushers, III, 330. — Emploi des ressorts dans la mesure des pressions, III, 331.

VILLARD (P.). — Point critique, III, 441. — Manomètre, III, 470.

VILLARI. — Fluorescence, I, 571. — Électromètre Thomson, II, 589. — Magnétisme transversal, III, 575.

VIOLLE (J.). — Rayonnement des corps incandescents, I, 298. — Four électrique, II, 545.

VOGEL (E.). — Bandes d'absorption, I, 484.

VOIGT (W.). — Dilatation des solides, I, 539. — Frottement intérieur, II, 515. — Constantes élastiques, III, 129-130. — Élasticité de rupture en sel gemme, III, 129. — Loi de Wertheim, III, 131. — Constantes de la dilatation thermique, III, 132.

VOIGT (W.) et DRUDE (P.). — Constantes élastiques, I, 527.

VOIGT (W.) et RIECKE (E.). — Constantes piézoélectriques, III, 68.

VOIGT (W.) et SELLA (A.). — Élasticité de rupture du sel gemme, III, 129.

WACHSMUTH (R.). — Rotation électromagnétique, I, 559.

WALKER (G.-T.). — Courants alternatifs, III, 38.

WALKER (I.). — Intensité au foyer d'un télescope, II, 280.

WALTER (B.). — Indices de réfraction, II, 567.

WEAD (CH.-K.). — Intensité du son, I, 45, 221.

WEBER (C.-L.). — Inclinaison magnétique, I, 561.

WEBER (R.). — Capacité inductive spécifique, III, 228.

WEELS (H.-L.). — Trompe de Sprengel, I, 46.

WEINBERG (B.). — Température et tension superficielle, I, 378.

WELITSCKO (P.) — Héliographes, III, 235.

WERNER (O.). — Constantes diélectriques, III, 73.

WESENDONCK (K.). — Électricité par frottement des gaz, III, 73.

WHITMORE (I.). — Électromètre capillaire, II, 186.

WHITNEY (A.). — Réfraction de la lumière sur la neige, II, 427.

WIEDEMANN (E.) et EBERT (H.). — Décharges électriques, I, 429.

WIEN (M.). — Téléphone optique, I, 547, 548.

WIEN (W.) et HOLBORN (L.). — Hautes températures, III, 31.

WIENER (CH.). — Intensité des sensations, II, 525.

WIENER (O.). — Rayon lumineux, II, 376.

WILD. — Inclinateur à inducteur, II, 94.

WILDE (H.). — Influence de la température sur l'aimantation, II, 537. — Spectre du thallium, III, 523.

WILLIAM (J.-A.-M.). — Réactif de l'albumine, I, 355.

WILSON (E.) et HOPKINSON (J.). — Machines dynamo, III, 42.

WILSON (E.), HOPKINSON (J.) et TYNDALL (F.). — Viscosité magnétique, III, 523.

WIMSHURST (J.). — Machine à influence, III, 275.

WINKELMANN (A.). — Conductibilité des gaz, I, 544.

WITKOWSKY (W.). — Bases géodésiques, I, 441.

WITZ (A.). — Rendement photographique, II, 143. — Caléfaction, III, 335. — Rôle des chemises de vapeur, III, 482.

WJAROFF et BACKHMETIEFF (P.). — Chaleurs spécifiques des amalgames, III, 238. — Amalgame de sodium, III, 570.

WOOD (R.-W.). — Pression sur la glace, I, 44. — Jets de gaz sous pression, I, 47.

WOODWARTH (R.-S.). — Règle à glace fondante, II, 424.

WORTHINGTON (A.-M.). — Extension mécanique des liquides, III, 44.

WOULF (J.). — Rotation du plan de polarisation, I, 405. — Anneaux de Newton, II, 528.

WRIGHT (A.). — Alliages ternaires, III, 42-388-428.
WRIGHT (A.) et THOMPSON (C.). — Alliages ternaires, I, 183.
WRIGHT (A.), THOMPSON (C.) et LÉON (J.-T.). — Alliages ternaires, I, 183.
WYROUBOFF (G.). — Pouvoir rotatoire moléculaire, II, 177. — Corps à double pouvoir rotatoire, III, 451.
WYTHE SMITH et RIMINGTON. — Expériences dans les champs électriques, III, 281.
YEO (G.-F.) et HERROUN (E.-F.). — Audibilité des ondes sonores, III, 39.
YOUNG (S.). — Généralisation de van der Waals, I, 257. — Volume critique, II, 225.
YOUNG (S.) et RAMSAY (W.). — Propriétés de l'eau, III, 38.
YULE (G.-V.). — Ondulations électriques, III, 285.
ZAHN (G.-H.). — Résistance du bismuth, I, 549.
ZAMBIAZI (G.). — Point critique, II, 274-275.
ZARKREZVSKI (J.-V.). — Densité de la glace, III, 34.
ZEEMANN. — Phénomène de Kerr, III, 421.
ZEHNDER (L.). — Rayons de force électrique, III, 462.
ZEHNDER (L.) et RONTGEN (W.-C.). — Indices de réfraction, I, 474.
ZILOFF (G.). — Ondes électriques, III, 180.
ZSIGMONDY (R.). — Diathermancie, III, 189.

FIN DE LA TABLE PAR NOMS D'AUTEURS.

TABLE ANALYTIQUE DES MATIÈRES

DES TOMES I, II ET III DE LA 3e SÉRIE.

Généralités, Mécanique et Pesanteur.

UNITÉS; MESURES. *Curie*. Symétrie dans les phénomènes physiques, III, 393. — *Vaschy, Clavenad*. Homogénéité, III, 325. — *Abraham*. Dimensions, I, 526. — *Mercadier. Id.*, II, 289. — *Kistiakowsky*. Système d'unités, III, 237. — *Petrouchefsky*. Mesures métriques, III, 238. — *Gore*. Système décimal au XVIIe siècle. I, 44. — *Baillaud*. Mesure du temps, II, 49. — *Bosscha* et *Foerster*. Mètre international, II, 331. — *Bosscha*. Mètres à bout et à traits, III, 323. — *Guillaume*. Métaux pour étalons, III, 219. — *Michelson*. Application de la méthode interférentielle, III, 5. — *Woodwarth*. Règle, II, 423. — *Witkowsky*. Mesure des bases géodésiques, I, 441. — *Derrécagaix*. Base de la triangulation française, II. 89; Base de Perpignan, III, 323. — *Blakesley*. Dynamométrie, I, 94. — *Ayrton* et *Taylor*. *Id.*, I, 94.

PESANTEUR; GRAVITATION. — *Parmentier*. Marteau d'eau, I, 393. — *Cailletet* et *Colardeau*. Chute des corps, III, 329. — *Collet*. Méthode des coïncidences, III, 418. — *Leduc*. Formule du pendule, I, 390. — *Mendenhall*. Pendule, I, 433; II, 425. — *Defforges*. Pendule, II, 193; III, 328; Mesure de *g* à Breteuil, III, 328. — *Poynting*. Constante de la gravitation, II, 532. — *Mascart, d'Abbadie*. Variation diurne de *g*, III, 468. — *Bouquet de la Grye*. Instrument de variations pour la gravité, III, 468. — *Tisserand*. Rapport, III, 469. — *Lubimoff*. Appareil, III, 567.

MÉCANIQUE GÉNÉRALE, HYDRODYNAMIQUE. — *Michelson*. Multiplicité des théories mécaniques, I, 404. — *Burton*. Constante de la matière, II, 279. — *Pirogoff*. Viriel, I, 134. — *De la Rive*. Système de deux pendules, III, 537. — *Bobyleff*. Mouvement d'une sphère creuse, I, 439. — *Joukowsky*. Mouvement d'un liquide, I, 132. — *Boussinesq*. Écoulement des liquides, I, 265; II, 233; Diminution de la pression moyenne, I, 285; Mer clapoteuse, III, 329; Écoulement, III, 473; Tête d'onde, III, 474; Résistance des solides, III, 475. — *Bazin*. Déversoirs, II, 236; III, 476. — *Parenty*. Orifices d'écoulement, III, 330; Écoulement des gaz, II, 327, 437. — *Czermak*. Courants de liquide, III, 136. — *Drzewiecki*. Résistance de l'air, II, 328. — *Cailletet* et *Colardeau*. *Id.*, III, 329. — *Langley*. Aérodynamique, II, 235. — *Mallock*. Instabilité des ballons de caoutchouc, II, 46. — *Dines*. Pression du vent, II, 533.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Delaunay*. Mécanismes articulés, III, 569. — *Smith*. Style de chronographe, I, 42; Pompe, II, 80. — *Weels*. Trompe de Sprengel, I,

46. — *Izarn*. Appareil pour les ondes stationnaires, I, 301. — *Collot*. Balance, I, 562. — *Serrin*. *Id.*, II, 139. — *Gautier*. Construction des vis, II, 93. — *Guglielmo*. Sphéromètre, II, 380. — *Sire*. Gyroscope, II, 88. — *Marey*. Chronophotographie, II, 434. — *Clementisch de Engelmeyer*. Cinégraphe, III, 266.

Actions moléculaires. Phénomènes physico-chimiques.

ÉLASTICITÉ DES SOLIDES. — *Poincaré*. Théorie, II, 92; III, 325. — *Thompson*. Loi de la dilatation élastique, I, 526. — *Brillouin*. *Id.*, I, 93; Énergie d'un milieu isotrope, II, 141. — *Resal*. Pression, II, 92. — *Auerbach*. Plasticité et fragilité, II, 514; Emploi des ressorts, III, 331; Dureté, I, 528; II, 513. — *Drude* et *Voigt*. Constantes élastiques, I, 527. — *Voigt*. Chlorate de soude, III, 129; Sel gemme, etc., III, 129; Métaux quasi-isotropes, III, 130; Loi de Wertheim, III, 131. — *Mallock*. Module d'Young, I, 355. — *Lamb*. Flexion d'un ressort, I, 88. — *Becker*. Déformations élastiques, III, 175. — *Flamant*. Pression dans un solide chargé transversalement, III, 326. — *Boussinesq*. *Id.*, III, 326. — *Limb*. Torsion, III, 327. — *Vieille*. Résistance des cylindres, III, 330. — *Ascoli*. Fer, II, 581. — *Mercadier*. Acier, II, 234. — *Guillaume*. Métaux pour étalons, III, 219. — *Faurie*. Écrouissage, II, 332. — *Von Bjerken*. Analogie du caoutchouc et des gelées, I, 538. — *Austin*. Résidu élastique, III, 132.

ÉLASTICITÉ DES LIQUIDES ET DES GAZ. — *Barus*. Compressibilité de l'eau, I, 45. — *Amagat*. *Id.*, II, 449; Liquides, III, 383. — *Galopin*. Eau, III, 332. — *De Metz*. Mercure, II, 519. — *Röntgen*. Liquides, I, 530; Influence de la chaleur de compression, III, 36. — *Gilbault*. Dissolutions salines, III, 331. — *Colin*. Rigidité des liquides, III, 472. — *Lala*. Air et hydrogène, I, 575. — *Villard*. Manomètre, III, 470.

CAPILLARITÉ. — *Lord Rayleigh*. Théorie des forces superficielles, I, 216, 255, 256. — *Drude*, *Reinold* et *Rücker*. Sphère d'action moléculaire, I, 532. — *Marangoni*. Constante capillaire, II, 68. — *Cantor*. *Id.*, II, 521. — *Kasterine*. *Id.*, III, 568; Éther, II, 529. — *Kasankine*. Constante capillaire, I, 406; Influence de la concentration, I, 133. — *Izarn*. Bulles de savon, III, 334. — *Worthington*. Extension des liquides, III, 44. — *Oberbeck*. Minces couches d'huile, III, 134. — *Röntgen*. Surfaces d'eau pure, II, 520. — *Jaeger*. Purification du mercure, III, 134. — *Weinberg*. Influence de la température, I, 378. — *Lehmann*. Gouttes à moitié limitées, I, 533. — *Linebarger*. Tension superficielle et constitution chimique, II, 187. — *Van der Mensbrugghe*. Évaporation et capillarité, III, 335 et 470. — *Kasterine*. Variation de la cohésion des liquides, III, 234. — *Maltézos*. Microglobules, III, 333. — *Marin*. Moyen d'amener deux liquides au contact, III, 334. — *Witz*, *de Swarte*. État sphéroïdal, III, 335. — *Ramsay* et *Shields*. Énergie superficielle et température, III, 521.

VISCOSITÉ. — *Boussinesq*. Fluidité, II, 134. — *Meyer* et *Mützel*. Frottement intérieur, I, 531. — *Brodman*. *Id.*, II, 518; Méthode de Poiseuille, III, 135. — *Brückner*. Dissolutions salines, I, 531. — *Cohen*. Influence de la pression, II, 519. — *Barus*. Isothermes, etc., II, 425. — *Colson*. Écoulement par des tubes capillaires, II, 437. — *Voigt*. Frottement intérieur des solides, II, 515.

DIFFUSION. — *Oumoff*. Théorie de la diffusion, I, 401. — *Wiener*. Diffusion, II, 376. — *Niemöller*. *Id.*, II, 524. — *Kayser*. Diffusion à travers le caoutchouc,

I, 534. — *Griboïedoff*. Diffusion par évaporation, III, 233. — *Müller*. Ammoniaque dans l'eau, I, 535.

OSMOSE. — *Dieterici*. Théorie de la pression osmotique, III, 35. — *Kayser*. Diffusion à travers le caoutchouc, I, 534. — *Linebarger*. Pression osmotique et poids moléculaire, I, 434.

DISSOLUTION. — *Ramsay*. Dissolutions, I, 353. — *Duhem*. *Id.*, III, 49. — *De Coppet*. *Id.*, III, 380, — *Chappuis*. Sels dissous, III, 379. — *Kohlrausch* et *Hallwachs*. Densités, III, 136. — *Kohlrausch* et *Rose*. Corps peu solubles, III, 137. — *Barus*. Verre, I, 45. — *Pfeiffer*. *Id.*, I, 537. — *Kohlrausch*. *Id.*, I, 537. — *Scholz*. Chaleur de dissolution, III, 34. — *Dieterici*. *Id.*, III, 35. — *Bohr* et *Bock*. Gaz, I, 536. — *Müller*. Ammoniaque, I, 535. — *Linebarger*. Concentration des ions et dissolution, II, 191. — *Marchis*. Tensions de vapeur, III, 193.

COMBINAISON. — *Leduc*. Eau, III, 382; Poids atomiques, III, 382. — *Scott*. Eau, III, 518. — *Vely*. Acide azoteux, III, 388. — *Wood*. Combustion des gaz, I, 47. — *Vieille*. Vitesse de propagation des phénomènes explosifs, I, 566. — *Berthelot*. *Id.*, I, 566. — *Dixon*. *Id.*, III, 426. — *Laurie*. Or et étain, II, 277.

PHÉNOMÈNES PHYSICO-CHIMIQUES. — *Andrews*. Passivité du fer, II, 132. — *Mathey*. Bismuth, I, 181. — *Wright, Thompson* et *Léon*. Alliages, I, 183. — *Hopkinson*. *Id.*, II, 539. — *Wright*. *Id.*, III, 42, 388, 428. — *Mathey*. Liquation, III, 65; Métallurgie du bismuth, III, 428. — *Roberts Austen*. Métaux, I, 354. — *Neumann* et *Streintz*. Action de l'hydrogène sur le plomb, III, 37. — *Backhmetieff* et *Pentscheff*. Argent colloïdal, III, 239. — *Moulin*. Poids atomique et densité, II, 135. — *Berthelot* (*D.*). Existence des sels acides et basiques, II, 435; Basicités de l'acide phosphorique, II, 438. — *Mac William*. Albumine, I, 355. — *Linebarger*. Solutions colloïdales, I, 434. — *Röntgen*. Influence de la pression, I, 253; II, 525; Constitution de l'eau, II, 525. — *Threlfall*. Préparation de l'azote, III, 280. — *Leduc*. Poids atomiques, III, 477; Eau, III, 478; Anhydride sulfureux, III, 478. — *Carey Lea*. Réactions endothermiques, III, 176. — *Pictet*. Effet des basses températures, III, 336.

APPLICATIONS. — *Gossart*. Application de la Capillarité à l'analyse, II. 433: Recherche des alcools, III, 471. — *Leré*. Filtration, III, 472. — *Clowes*. Lampe de sûreté, III, 428.

Acoustique.

ACOUSTIQUE. — *Lefebvre* (*P.*). Gamme, I, 241. — *Mercadier*. Mouvement vibratoire dans un milieu, III, 386. — *Brillouin*. *Id.*, III, 473. — *Melde*. Vitesse dans les corps membraneux, II, 526. — *Mültzer*. Variation du nombre de vibrations, I, 565. — *Wead*. Intensité du son, I, 45, 221. — *Krigar-Menzel* et *Raps*. Cordes, I, 305; III, 138. — *Raps*. Vibrations de l'air, III, 139. — *Hurmuzescu*. Vibrations d'un fil, II, 237. — *Hesehus*. Expérience, II, 528. — *Neyreneuf*. Écoulement du son, I, 499. — *Trowbridge*. Phasemètre, I, 433. — *Galopin*. Déplacement d'un corps sonore, III, 232. — *Berson* et *Juppont*. Actions mutuelles des corps vibrants, III, 470. — *Cutter*. Acoustique d'un auditoire, I, 224. — *Demeny*. Mouvements de la parole, II, 328. — *Wiener*. Unité de sensation, II, 525. — *Herroun* et *Yeo*. Audibilité des ondes isolées, III, 39. — *Stefanini*. Lois de Fechner et de Plateau, II, 578. — *Hesehus*. Capacités acoustiques, III, 572.

Chaleur.

THERMOMÈTRE. — *Crew*. Températures constantes. II, 277. — *Callendar*. Thermomètre, II, 543. — *Callendar* et *Griffiths*. *Id.*, I, 179. — *Griffiths* et *Clark*. *Id.*, II, 83. — *Mazzotto*. *Id.*, I, 574; II, 378. — *Guillaume*. Correction de la tige, I, 563. — *Baudin*. Dépression du zéro, III, 336. — *Renou*. *Id.*, I, 564. — *Sélivanoff*. Hautes températures, I, 134. — *Le Chatelier*. *Id.*, 185. — *Barus*. *Id.*, II, 76. — *Holborn* et *Wien*. *Id.*, III, 31. — *Chappuis*. Basses températures, III, 178.

DILATATIONS. — *Voigt*. Appareil, I, 539. — *Leduc*. Phosphore, II, 329. — *Mendeleef*. Eau, I, 398. — *Marek*. *Id.*, I, 540. — *Amagat*. *Id.*, II, 449. — *Voigt*. Métaux, III, 132. — *Guillaume*. *Id.*, III, 219. — *Cattaneo*. Alliages, I, 570; Bismuth, I, 574. — *Baudin*. Verre, III, 476. — *Mayer*. Caoutchouc, I, 45. — *Von Bjerken*. *Id.*, I, 538. — *Amagat*. Liquides, gaz, III, 384. — *Melander*. Gaz aux basses pressions, III, 32. — *Battelli*. Vapeurs, II, 183.

POIDS SPÉCIFIQUES. — *Backhmetieff*. Amalgames, III, 569; Sulfite de cuivre, III, 571. — *Kohlrausch* et *Hallwachs*. Dissolutions, III, 136. — *Von Zakrewsky*. Glace, III, 34. — *Mendeleef*. Eau, II, 278. — *Macaroff*. Eau de mer, I, 400. — *Amagat*. Gaz liquéfiés, I, 288. — *Mathias*. États correspondants, I, 53. — *Müller*. Gaz-volumètre, I, 507. — *Leduc*. Gaz, I, 231; Densités et poids moléculaires, III, 478, 479. — *Lord Rayleigh*. Oxygène et hydrogène, III, 44; Gaz, III, 519. — *Meslans*. *Id.*, III, 479. — *Moissan* et *Gautier*. *Id.*, III, 383. — *Antoine*. Vapeurs, III, 385, 386.

CHALEURS SPÉCIFIQUES. — *Pickering*. Chaleurs spécifiques, I, 177. — *Voigt*. Métaux, III, 132. — *Le Verrier*. *Id.*, III, 378. — *Pionchon*. Aluminium, III, 378. — *Schüz*. Alliages, III, 33. — *Backhmetieff* et *Wjarow*. Amalgames, III, 570. — *Le Chatelier*. Carbone, III, 479. — *Bartoli*. Laves, I, 574. — *Bartoli* et *Stracciati*. Eau, II, 577, 582; III, 577. — *Grimaldi*. Liquides, I, 576. — *Lüdecking* et *Star*. Ammoniaque liquide, II, 426.

ÉVAPORATION, ÉBULLITION. — *Antoine*. Tensions de vapeur, I, 498; II, 331; III, 480. — *Marchis*, *Id.*, III, 193, 217. — *Colot*. *Id.*, III, 381. — *Dühring*. Températures d'ébullition correspondantes, III, 565. — *Van der Mensbrugghe*. Tension superficielle et évaporation, III, 471. — *Dieterici*. Dissolutions salines, I, 541. — *Callendar* et *Griffiths*. Ébullition du soufre, I, 179. — *Sorel*. Distillation, III, 480. — *Graham*. Geyser artificiel, II, 424. — *Berthold*. Phénomène de Leidenfrost, II, 524. — *Ramsay* et *Young*. Propriétés de l'eau et de la vapeur, III, 38. — *Parenty*. Écoulement de la vapeur, III, 482.

LIQUÉFACTION; POINT CRITIQUE. — *Amagat*. Pression interne et forme de la fonction $\varphi(p, v, t)$, III, 307. — *Brillouin*. Compressibilité isotherme, II, 113. — *Battelli*. Vapeurs, II, 183; État critique, III, 574. — *Stoletow*. *Id.*, III, 571. — *Pellat*. Point critique, I, 225. — *Amagat*. *Id.*, I, 288. — *Galitzine*. *Id.*, I, 474. — *Zambiasi*. *Id.*, II, 274, 275. — *Grimaldi*. *Id.*, II, 578. — *Guye*. *Id.*, III, 181, 419; *Heilborn*. *Id.*, III, 419. — *De Heen*. *Id.*, II, 418; État de la matière, II, 418. — *Guye*. Poids moléculaire au point critique, II, 138. — *Gouy*. Effet de la pesanteur au point critique, III, 385; Tubes de Natterer, III, 486. — *Villard*.

Propriétés des gaz purs, III, 441. — *Young*. Généralisations de van der Waals, I, 257; Densité critique, II, 225. — *Young* et *Thomas*. *Id.*, II, 225. — *Mathias*. États correspondants, I, 53; Densité critique, II, 5, 224. — *Meslin*. États correspondants, III, 486.

FUSION, SOLIDIFICATION. — *Leduc*. Phosphore, II, 329. — *Prytz*. Glace, II, 363; III, 584. — *Wood*. Glace, I, 44. — *Politzine*. Point de fusion, I, 437. — *Roberts Austen*. *Id.*, III, 41. — *Raoult*. Sucre de canne, III, 378. — *Damien*. Point de fusion et pression, II, 90. — *Amagat*. Cristallisation de l'eau par décompression, III, 483. — *Barus*. Continuité de l'état solide et liquide, I, 222. — *Mazzotto*. Cryohydrates, I, 571; II, 378. — *Le Chatelier*. Regel, III, 379. — *Callendar*. Or et argent, II, 279.

CHALEURS LATENTES, CHALEURS DE DISSOLUTION. — *Pickering*. Chaleurs latentes, I, 177. — *Tsuruta*. *Id.*, II, 272. — *Von Zakrewski*. Glace. III, 34. — *Pionchon*. Aluminium, III, 378. — *Scholz*. Chaleur de dissolution, III, 34. — *Dieterici*. *Id.*, III, 35.

THERMODYNAMIQUE. — *Miculescu*. Équivalent mécanique, I, 104. — *Griffiths*. *Id*,, III, 512. — *Budde*. Facteurs intégrants et température, III, 36; principe de Carnot, III, 36. — *Morera*. Équations fondamentales, I, 579. — *Abraham*. Dimension de la température absolue, III, 466. — *De Kowalsky*. Unité thermodynamique, III, 159. — *Natanson*. Courbes orthobares, I, 431. — *Burton* et *Marshall*. Chaleur de compression, II, 540. — *Barus*. Point de fusion et pression, I, 433. — *Prytz*. Fusion de la glace, II, 33; III, 584. — *Ferche*. Sur quelques propriétés physiques, I, 543. — *Mathias*. États correspondants, I, 53. — *Galitzine*. Température critique, I, 474. — *Raveau*. Adiabatiques, I, 461. — *Ramsay* et *Perman*. Oxyde d'éthyle, II, 45. — *Duhem*. Détente des vapeurs, I, 470; dissolutions, III, 49. — *Battelli*. Vapeurs, II, 183, 510. — *Von Bjerken*. Caoutchouc et gelées, I, 538. — *Voigt*. Dilatation thermique, III, 132. — *Le Chatelier*. Energétique, III, 289; Application aux phénomènes chimiques, III, 352; Principe du travail maximum, III, 381.

THÉORIE CINÉTIQUE. — *Leray*. Théorie cinétique, III, 417. — *Delaunay*. Théorie des gaz, I, 438. — *Poincaré*. *Id.*, III, 485. — *Brillouin*. Complexité des molécules, II, 87. — *Natanson*. Interprétation cinétique de la fonction de dissipation, III, 484.

CONDUCTIBILITÉ CALORIFIQUE. — *Berget*. Méthode, III, 377. — *Hesehus*. Appareil, II, 528. — *Slouguinoff*. Formule, I, 405. — *Stewart*. Conductibilités absolues, III, 522. — *Wiener*. Conductibilité, II, 376. — *Terechine*. Mesure de la conductibilité externe, III, 236. — *Rogowski*. *Id.*, III, 567. — *Soret*. Cristaux, II, 241. — *Lees*. *Id.*, III, 43. — *Jannettaz*. Ellipsomètre, III, 376. — *Winkelmann*. Gaz, I, 544. — *Barus*. Conductibilité et changements d'état, II, 186.

APPLICATIONS. — *Duboin*. Aérostats, II, 137. — *Haton de la Goupillière*. Générateurs, II, 93. — *Bay*. Foyers, II, 330. — *Paquelin*. *Id.*, II, 330, 334. — *Clowes*. Lampe de sûreté, II, 539; III, 46. — *Witz, de Swarte*. État sphéroïdal, III, 335. — *Meslans*. Application de la mesure de la densité des gaz, III, 479. — *Schlœsing fils*. Propriétés hydroscopiques des matières textiles, III, 484. — *Parenty*. Compteur de vapeur, III, 481. — *Witz*. Rôle des chemises de vapeur, III, 482. — *Hervier*. Indicateur du niveau de l'eau, III, 483.

Optique. Radiations.

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *D'Ocagne*. Formule des lentilles, I, 75. — *Lefebvre*. Notes, I, 341. — *Charlier*. Lentilles sphériques, III, 429. — *Thompson*. Focométrie, I, 221. — *Broca*. Aplanétisme et achromatisme, I, 147. — *Leroy*. Microscope, II, 434. — *Common*. Miroirs de télescope, III, 37. — *Dufour*. Mesure du grossissement, III, 232. — *Wiener*. Production de rayons curvilignes, II, 376. *Herchoun*. Objectifs photographiques, III, 573.

PHOTOMÉTRIE. — *Henri*. Étalon, III, 430. — *Hesehus*. Photomètre, II, 503. — *Lehmann*. *Id.*, III, 186. — *Rood*. Méthode photométrique, III, 173. — *Mayer*. Lumières de différentes couleurs, II, 507. — *Abney* et *Fisting*. *Id.*, III, 41. — *Broca*. Sensations visuelles, III, 206.

INDICES DE RÉFRACTION. — *Dufet*. Mesures d'indices, I, 163. — *Carvallo*. Méthode de Mouton, II, 27. — *Féry*. Réfractomètre, II, 439; III, 95. — *Walter*. Eau, II, 567. — *Hallwachs*. Dissolutions étendues, II, 567; Différences d'indices, III, 183. — *Bary*. Solutions salines, III, 95. — *Chappuis*. Gaz liquéfiés, III, 94. — *Kayser* et *Runge*. Dispersion de l'air, III, 184. — *Cassie*. Indices et température, I, 353. — *Pulfrich*. *Id.*, II, 568. — *Röntgen* et *Zehnder*. Influence de la pression, I, 479. — *Aymonnet*. Relation, II, 335. — *Joubin*. Vitesse de la lumière et constitution moléculaire, III, 87.

SPECTRES D'ÉMISSION ET D'ABSORPTION. — *Pringsheim*. Loi de Kirchhoff et rayonnement, II, 564. — *Liveing* et *Dewar*. Oxygène, II, 81; Spectre des flammes, I, 219. — *Hartley*. Corps simples, II, 45; Flammes, II, 414. — *Cochin*. *Id.*, III, 431. — *Nichols* et *Snow*. Oxyde de zinc, I, 308; Verres d'optique, II, 282. — *Kayser*. Spectres de lignes et spectres de bandes, I, 479. — *Deslandres*. Spectres de bandes, II, 89. — *Kayser* et *Runge*. Deuxième groupe de Mendeleef, I, 479; Cuivre, argent et or, II, 569; aluminium, III, 187. — *Wilde*. Thallium, III, 523. — *Knoblauch*. Spectres d'absorption des dissolutions étendues, I, 481. — *Rigollot*. Spectre d'absorption des dissolutions d'iode, I, 562. — *Bloch*. Dispersion anormale, III, 431. — *Acworth*. Absorption et sensibilité des plaques, I, 483. — *Vogel*. *Id.*, I. 484. — *Aymonnet*. Maxima périodiques, III, 431.

CHALEUR RAYONNANTE. — *Lebedew*. Force répulsive des corps rayonnants, II, 564. — *Lummer* et *Kurlbaum*. Recherches bolométriques, II, 566. — *Zsigmondy*. Diathermancie, III, 189. — *Lecoq de Boisbaudran*. Gallium, III, 96. — *Mayer*. Pouvoir diathermane du caoutchouc, I, 45. — *Paschen*. Émission du platine, III, 188. — *Pringsheim*. Loi de Kirchhoff, III, 188. — *Ayrton* et *Kilgour*. Émission par les fils fins, II, 542. — *Leconte Stevens*. Radiation totale, II, 192. — *Violle*. Rayonnement des gaz incandescents, I, 298. — *Paschen*. *Id.*, III, 188. — *Hutchins*. Alun, I, 435. — *Mayer*. Feuilles, II, 426. — *Rubens*. Dispersion des rayons infra-rouges, II, 569. — *Rubens* et *Snow*. *Id.*, II, 571. — *Snow*. Spectre d'émission infra-rouge des alcalis, II, 571. — *Kayser* et *Runge*. *Id.*, III, 187. — *Aymonnet*. Maxima périodiques, III, 96.

ACTINISME. — *Higgs*. Composés d'alizarine, I, 354. — *Acworth*. Absorption et sensibilité des plaques, I, 483. — *Vogel*. *Id.*, I, 484. — *Crova*. Étude photométrique de quelques sources, III, 430. — *Lumière*. Propriétés photographiques du cérium et du cobalt, III, 437. — *Lippmann*. Photographie des couleurs, III, 97.

PHOSPHORESCENCE, FLUORESCENCE. — *Lenard.* Phosphoroscope, II, 573. — *Henry.* Phosphorescence, III, 82. — *Soret.* Loi de Stokes, III, 95. — *Becquerel.* Intensité de la lumière phosphorescente, I, 137. — *Villari.* Phosphorescence, I, 571. — *Drude* et *Nernst.* Fluorescence par ondes stationnaires, II, 574.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. VISION. — *Tscherning.* Images de l'œil, II, 118. — *Mascart.* Réseau oculaire, II, 439. — *Lommel.* Couleurs, I, 32, 484. — *O. Rood.* Couleurs, II, 190. — *Glan.* Couleurs complémentaires, III, 186. — *Abney. Id.*, I, 221; Visibilité du spectre, II, 132. — *Righi.* Stéréoscope, II, 579 — *Von Klobukow.* Expériences de cours, I, 484. — *Chauveau.* Sensations chromatiques, II, 332. — *Charpentier, Mascart.* Oscillations rétiniennes, II, 238. — *Charpentier. Id.*, II, 328, 330; Persistance des impressions, III, 81; Retard de la perception, III, 81. — *Mayer.* Contraste simultané, II, 507. — *Meslin.* Pénétration de l'œil, I, 74. — *Henry.* Minimum de lumière perceptible, III, 429. — *Ferry.* Persistance de la vision, II, 188. — *Wiener.* Unité de sensation, II, 525. — *Stefanini.* Lois de Fechner et de Plateau, II, 578. — *Nicati.* Acuité visuelle III, 80. — *Broca.* Sensations visuelles, III, 206. — *Sandoz.* Banc pour l'étude de la vision, III, 316. — *Reid.* Ophtalmomètre, III, 512.

INTERFÉRENCES, DIFFRACTION. — *Michelson.* Méthodes interférentielles, III, 5. — *Potier.* Principe d'Huygens, I, 568. — *Gouy.* Propagation anomale des ondes, I, 502. — *Joubin.* Passage d'une onde par un foyer, III, 87. — *Ebert.* Influence de la distribution de l'intensité sur une raie, I, 484. — *Hurion.* Franges dans un oculaire nadiral, I, 414; Milieux troubles, II, 141. — *Fabry.* Visibilité et orientation des franges, I, 313; Propriété anomale, II, 22. — *Woulf.* Anneaux de Newton, II, 528. — *Blasius. Id.*, II, 573. — *Schmidt. Id.*, II, 574. — *Boulouch. Id.*, III, 28. — *Meslin.* Visibilité des anneaux de Newton, I, 332; Franges semi-circulaires, II, 205; Franges achromatiques, III, 168; Ondes paragéniques, III, 337; Interférences à moyenne différence de marche, III, 489. — *Michelson.* Visibilité des franges, I, 82; Application au spectroscope, I, 83. — *Moëssard, de la Fresnaye.* Méthode de Döppler-Fizeau, III, 87. — *Mascart.* Anneaux colorés, I, 503; Achromatisme des interférences, I, 509. — *Boulouch.* Dédoublements, II, 316. — *Mace de Lépinay.* Franges de Herschel, III, 163; Franges des caustiques, III, 432; Achromatisme des franges, III, 241. — *Lippmann.* Photographie des couleurs, III, 83. — *Meslin. Id.*, III, 84. — *Drude* et *Nernst.* Fluorescence par ondes stationnaires, II, 574. — *Verschaffelt.* Diffraction parallèle, II, 305. — *Hurmuzescu.* Diffraction éloignée, III, 88. — *Gouy.* Vision des objets opaques par la lumière diffractée, III, 434. — *Izarn.* Photographie des réseaux, III, 434. — *Crova.* Interférences dans les réseaux, III, 435. — *Cornu.* Anomalies focales, II, 385, 441; Mesure des différences de marche en lumière blanche, III, 436. — *Joubin. Id.*, III, 436. — *Walker.* Ouvertures circulaires, II, 280.

POLARISATION, DOUBLE RÉFRACTION, RÉFLEXION. — *Lommel.* Direction des vibrations, I, 489. — *Du Bois* et *Rubens.* Polarisation par diffraction, III, 189. — *Exner. Id.*, III, 190. — *Hurion.* Polarisation par diffusion, III, 89. — *Raveau.* Surface d'onde, II, 134. — *Friedel.* Biréfringence, III, 435. — *Dussaud.* Chlorate de soude, III, 179. — *Macé de Lépinay.* Double réfraction du quartz, I, 23. — *Czapski.* Double réfraction accidentelle du verre, I, 492. — *Beaulard.* Biaxie du quartz comprimé, II, 142, 472. — *Schwedoff.* Double réfraction des liquides, I, 49. — *Umlauf. Id.*, 575. — *Bouasse.* Réflexion, III, 422. — *Janet.* Réflexion totale, I, 373. — *Rayleigh.* Réflexion sur les surfaces liquides, I, 306. — *Drude.*

Réflexion avec couches superficielles, I, 493; Constantes optiques du cobalt, I, 494; Réfraction par des prismes métalliques, I, 494. — *Shea. Id.*, II, 227. — *Du Bois* et *Rubens. Id.*, II, 231. — *Glan.* Changement de phase par réflexion, II, 232. — *Brunhes.* Réflexion cristalline interne, II, 489. — *Carvallo.* Cas paradoxal, II, 552. — *Boussinesq.* Terme de Briot, III, 438. — *Perrot.* Réfraction et dispersion d'une série isomorphe, III, 224. — *Brillouin.* Propagation dans les milieux absorbants, III, 86. — *Carvallo, Potier, Becquerel.* Absorption de la tourmaline, III, 89. — *Du Bois.* Objets éolotropes, II, 575. — *Foussereau.* Entraînement de l'éther, I, 144.

Polarisation rotatoire. — *Carvallo.* Polarisation rotatoire, II, 438; quartz, III, 93. — *Soret.* Quartz, III, 226. — *Soret* et *Guye. Id.*, III, 94. — *Hüssel. Id.* I, 33. — *Beaulard. Id.*, II, 393, 459. — *Lefebvre.* Vibrations privilégiées, I, 121. — *Monnory.* Compression du quartz, I, 566. — *Wyrouboff.* Pouvoir rotatoire moléculaire, II, 177; double pouvoir rotatoire, III, 451. — *Aignan.* Corps dissous, III, 110. — *Kummel.* Dispersion rotatoire des tartrates, I, 490. — *Woulf.* Nouveaux cas, I. 405. — *Glan.* Spectrosaccharimètre, I, 491. -- *Chauvin* et *Fabre.* Application de la Photographie, II, 435.

Applications. — *Rogers.* Magnésium, I, 435. — *Lumière.* Propriétés photographiques du cerium et du cobalt, III, 437. — *Thwing.* Photographie des couleurs, I, 223. — *Lippmann. Id.*, I, 564; III, 97. — *Becquerel. Id.*, I, 564. - *Labatut. Id.*, II, 237. — *Le Chatelier.* Mesure des températures élevées, I, 185. — *Michelson.* Mesures astronomiques, I, 82; méthodes interférentielles, III, 5. — *Righi.* Stéréoscope, I, 577. — *Macé de Lépinay.* Étalons d'épaisseur, II, 365. - *Brunhes.* Vérification des quartz, III, 22. — *Witz.* Rendement photogénique, II, 143. — *Darwin.* Examen des objectifs photographiques, III, 426. — *Frédureau.* Globes diffusants, III, 96. — *Massin.* Capacité, etc., des lignes aériennes, II 236.

Électricité et magnétisme.

Généralités. — *Riecke.* Charge par le frottement, I, 545. — *Thomson.* Propriétés du champ, I, 39; Plaques, réseaux, écrans, I, 357. — *Adler.* Capacité des condensateurs, III, 66. — *De la Rive.* Théorème, II, 480; Tension électrostatique, II, 335. — *Padoa.* Lumière, électricité, I, 575. — *Bragg.* Méthode du milieu élastique, II, 78. — *Righi.* Contact, I, 577. — *Gouré de Villemontée. Id.*, II, 213; égaliseurs de potentiel, III, 120. — *Wesendonck.* Frottement des gaz et des métaux, III, 73. — *Brown.* Liquides, II, 286. — *Lenard, Elster* et *Geitel.* Électricité des chutes d'eau, III, 70. — *Saxen.* Endosmose électrique, III, 71. — *Threlfall.* Propriétés électriques des corps purs, III, 280. — *Gore.* Force électromotrice et pression, II, 380. — *Gilbault. Id.*, II, 430. — *Lord Kelvin.* Piézoélectricité, III, 275, 277. — *Riecke* et *Voigt. Id.* III, 68. — *Curie.* Possibilité d'existence du magnétisme libre, III, 415. — *Vaschy.* Propriété générale des champs, III, 527, 530, 531; Nouvelle théorie de l'électrostatique, III, 529.

Conductibilité métallique. — *Vaschy.* Réseaux de conducteurs. II, 486. — *Sanford.* Modification de la loi de Ohm, III, 277. — *Mac Cowan.* Échauffement des conducteurs, I, 40. — *Terchine. Id.*, III, 236, 567. — *Cardani. Id.*, I, 576. — *Schrader.* Résistance à l'extension, I, 546. — *Guillaume.* Mercure, II, 485. — *Kreisgauer* et *Jaeger. Id.*, III, 74. — *Dewar* et *Fleming.* Métaux, II, 82; III,

278. — *Zahn*. Résistance du bismuth, I, 549. — *Van Aubel. Id.*, II, 407. — *Battelli*. Nickel, III, 578. — *Vassura*. Métaux au point de fusion, II, 577. — *Guillaume*. Résistance d'une dérivation, I, 564. — *Oberbeck*. Argent allotropique, III. 75. — *Gray* et *Henderson*. Déformations mécaniques et résistance électrique, III, 515.

THERMOÉLECTRICITÉ. — *Chassagny* et *Abraham*. Thermoélectricité, II, 136, 481. — *Bagard*. Étalon, I, 128. — *Des Coudres*. Mercure et amalgames, I, 549. — *Bachmetieff*. Recherches de Spatschinsky, I, 260; Amalgames, I, 402; palladium, III, 570; Influence de la compression, I, 404. — *Barus*. Platine iridié, II, 77. — *Battelli*. Nickel, III, 578.

ÉLECTROLYSE. — *Chassy*, Lois, II, 590. — *Couette*. Équivalent électrochimique, I, 350. — *Beach. Id.*, III. 173. — *Vanni. Id.*, I, 550. — *Houllevigue*. Maximum de polarisation, I, 385. — *Malagoli*. Électrolyse par courants alternatifs, II. 370. — *Oberbeck*. Couches précipitées, I, 551. — *Kummel. Id.*, III, 77. — *Limb*. Chlorure de baryum, II, 141. — *Cintolesi*. Sulfate de cuivre, II, 577. — *Tikhwinsky*. Sulfate de fer, III, 568. — *Schuster* et *Crossley*. Nitrate d'argent, III, 40. — *Reinold* et *Rücker*. Résistance de lames liquides, III, 525. — *Braun*. Électrosténolyse, I, 553. — *Andrews*. Passivité du fer, I, 182. — *Bein*. Nombres de transport, III, 77. — *Nernst* et *Pauli*. Activité électromotrice des ions, III, 76. — *Dampier Wetham*. Vitesse des ions,III, 423. — *Lussana*. Influence de la chaleur sur le transport des ions, III, 578. — *Lohnstein*. Faibles courants à travers les électrolytes, III, 78. — *Meyer*. Théorie de l'électromètre capillaire, III, 76. — *Barus* et *Iddings*. Conductibilité des roches, II, 189. — *Bouty*. Capacité de polarisation, III, 498; Conductibilité et polarisation diélectrique, I, 445. — *Rosa. Id.*, I, 89. — *Bagard*. Thermoélectricité, II, 483. — *Lussana. Id.*, III, 579; Résistance des dissolutions salines, III, 580. — *Thomson*. Vapeur d'eau, III, 516. — *Saxén*. Endosmose électrique et courants produits par l'écoulement, III, 72.

PILES. — *Duhem*. Théorie de la pile, II, 432. — *Gore*. Influence des premières quantités dissoutes, I, 86. — *Negbaur*. Dissolutions étendues, I, 555; Élément étalon, I, 355; pile à électrolytes solides, III, 70. — *Brown*. Piles à électrolytes fondus, II, 131. — *Carhart*. Pile étalon, III, 172. — *Lalande*. Pile, II, 137. — *Tommasi*. Accumulateur, II, 130. — *Armstrong* et *Robertson*. Pile Planté, II, 536. — *Oberbeck* et *Edler*. Forces électromotrices, I, 554. — *Markowsky*. Pile à gaz, I, 554.

ÉLECTROMAGNÉTISME, INDUCTION. — *Garnault*. Expériences d'Œrsted, I, 245, 429. — *Moreland*. Force exercée par un courant, II, 427. — *Minchin*. Champ magnétique d'un courant circulaire, III, 279. — *Larmor*. Théorie, II, 133. — *Gray*. Théorie dynamique de l'électromagnétisme, I, 84. — *Righi*. Forces élémentaires, I, 577. — *Vaschy*. Calcul des forces, III, 53. — *Walker*. Attractions et répulsions des courants alternatifs, III, 38. — *Gosselin*. Courants induits, I, 495. — *Potier*. Propagation de l'électricité, III, 107. — *Blakesley*. Équation différentielle du courant, III, 278. — *Colley*. Oscillations lentes, I, 131; Appareil Ruhmkorff, I, 132. — *Bedell* et *Crehere*. Effet de la self-induction, II, 191. — *Korda*. Condensateur dans un circuit secondaire, II, 484. — *Morin*. Appareil, II, 484. — *Reignier* et *Parrot*. Conducteurs bimétalliques, II, 483. — *Ducretet* et *Lejeune*. Expérience de Elihu Thomson, II, 126. — *Popoff*. Expérience, II, 527. — *Decharme*. Expérience, II, 601. — *Rimington* et *Smith*. Expériences, III, 281.

MESURES ÉLECTRIQUES. — *Mercadier*. Unités, II, 289. — *Gray*. Coefficients d'induction, I, 309. — *Ayrton* et *Sumpner*. Énergie d'un courant, I, 358. — *Abraham*. Mesure de *v*, I, 361; Débit d'une machine, I, 409. — *Salvioni*. Unité britannique, I, 572. — *Thomson*. Galvano-hystérésis, II, 43. — *Smith*. Résistance interne des piles, II, 80. — *Cardew*. Mesure des résistances, III, 40. — *Guye*. Pont de Wheatstone, III, 177. — *Herroun*. Piles à électrodes d'or, II, 283. — *Glazebrook* et *Skinner*. Emploi de la pile de Clarke, III, 45. — *Abraham*. Coefficients d'induction, III, 145.

INSTRUMENTS. — *Wimshurst*, *Pidgeon*. Machines électriques à influence, III, 275. — *Lord Kelvin*. Condensateur, III, 387. — *Guglielmo*. Électromètre, I, 575. — *Withmore*. *Id.*, II, 186. — *Curie*. *Id.*, II, 265. — *Burch*. *Id.*, II, 162. — *Ayrton, Perry* et *Sumpner*. *Id.*, II, 533. — *Villari*. *Id.*, II, 589. — *Bouty*. Capacité de l'électromètre capillaire, III, 371. — *Milthaler*. Emploi de la manganine, III, 74. — *Smith*. Emploi des grandes résistances avec le galvanomètre, III, 279. — *Ayrton* et *Mather*. Résistances sans induction, II, 278. — *Lermantoff*. Chapes en agate. I, 440. — *Merritt*. Galvanomètre, I, 46. — *Grassi*. *Id.*, I, 576. — *Wien*. Téléphone optique, I, 547, 548.

DIÉLECTRIQUES. — *Poincaré*. Diélectriques fluides, II, 86. — *Duhem*. Pression, II, 88. — *Hess*. Diélectriques hétérogènes, II, 145. — *Bouty*. Mica, I, 5; Conductibilité et polarisation diélectrique, I, 445. — *Rosa*. *Id.*, I, 89. — *Stschegliaeff*. *Id.*, I, 257. — *Lecher*. Constante diélectrique, I, 86. — *Elsas*. *Id.*, I, 251. — *Trouton* et *Lilly*. *Id.*, II, 285. — *Sokoloff*, *Smirnoff*. *Id.*, 529. — *Werner*. *Id.*, III, 73. — *Weber*. *Id.*, III, 229. — *Borel*. Cristaux, III, 230. — *Negreano*. Liquides, II, 486. — *Pérot*. Mesure par oscillations, II, 487. — *Lebedew*. Vapeurs, I, 81. — *Lefèvre*. Diélectriques, II, 561; Attraction de deux plateaux, I, 242. — *Pérot*. Déviation des lignes équipotentielles, II, 334. — *Runolfsson*. Chaleur moléculaire et constante diélectrique, II, 488. — *Borel*. Phénomènes dynamiques, III, 231. — *Vicentini*. Transmission de l'électricité par l'air, au rouge, III, 580.

DÉCHARGES ÉLECTRIQUES. — *Narr*. Déperdition, I, 346. — *Lehmann*. Décharge d'une machine à influence, I, 395. — *Murani*. Condensateurs, I, 575. — *Thomson*. Vitesse de propagation de la décharge, I, 35. — *Peace*. Différence de potentiel nécessaire pour provoquer les décharges, III, 389. — *Wiedemann* et *Ebert*. Décharges, I, 429. — *Pupin*. *Id.*, I, 434. — *Heydweiller*. *Id.*, I, 555. — *Lodge*. *Id.*, II, 532. — *Harvey* et *Hird*. Décharge en aigrettes, III, 284. — *Lüdecking*. Action sur les gaz et les vapeurs, II, 284. — *J.-J. Thomson*. Jet de vapeur, III, 284. — *Branly*. Conductibilité unipolaire des gaz, II, 479. — *Hertz*. Rayons cathodiques, I, 252. — *Lord Kelvin*. Vitesse du courant cathodique, III, 425. — *Mooser*. Couches métalliques désagrégées, I, 556. — *Trowbridge*. Oscillations des décharges lumineuses, III, 174. — *Baly*. Stratifications, III, 281. — *Rimington*. Décharge dans les tubes à gaz sans électrodes, III, 282. — *Janet*. Courants de haute fréquence, I, 375. — *Swinton*. Décharges de haute fréquence, III, 281. — *Righi*. Figures électriques, I, 577. — *Ducretet* et *Lejeune*. Expérience de Tesla, II, 126. — *Violle*. Lumière et chaleur de l'arc, II, 545. — *Belloc*. Nouveau moyen de provoquer l'arc, III, 122. — *Righi*. Distribution des potentiels près de la cathode, II, 588.

MAGNÉTISME. — *Amagat*. Relation des formules de Coulomb (magn.), de Laplace et d'Ampère, III, 527. — *Decharme*. Aimantation longitudinale et transversale, II, 85. — *Villari*. *Id.*, III, 575. — *Fromme*. Recherches magnétiques, I, 559.

— *Hibbert*. Champ magnétique permanent, I, 259; II, 291. — *Thwing*. Représentation photographique d'un champ, II, 191. — *Blakesley*. Problème, I, 92. — *Cantone*. Résistance du fer et du nickel dans le champ, II, 588. — *Gray*. Fer, III, 66. — *Lydall* et *Pocklington*, Fer pur, III, 423. — *Smith*. Fer, nickel tordus, I, 42. — *Trowbridge*. Amortissement des oscillations dans le fer, I, 223. — *Chistoni*. Action déviatrice, I, 576. — *Duhem*. Pression, II, 88. — *Wilde*. Température, II, 537. — *Curie*. *Id.*, II, 600. — *Hopkinson*, *Wilson* et *Tydall*. Viscosité magnétique, III, 525.

Actions diverses du champ. — *Turine*. Concentration des dissolutions, I, 132. — *Van Aubel*. Bismuth, I, 424. — *Backhmetieff*. Aimantation et propriétés thermochimiques, I, 399; Chaleur magnétique, I, 438. — *Berget*. Dilatation magnétique du fer, II, 172. — *Bidwell, Id.*, III, 65. — *Squier*. Effets électrochimiques, II, 427. — *Andrews*. *Id.*, III, 390. — *De Nikolaeve*. Champs électrostatiques produits par des courants alternatifs, II, 36. — *Crookes*. Évaporation électrique, II, 534. — *Vaschy*. Action sur un corps électrique, II, 602. — *Arnò*. Hystérésis électrostatique, III, 574. — *Lussana*. Influence du magnétisme sur le transport des ions, III, 578.

Électro-capillarité. — *Gouy*. Phénomènes électro-capillaires, II, 603, 604. — *Pellat*. *Id.*, II, 603. — *Berget*. *Id.*, II, 604. — *Meyer*. Théorie de l'électromètre capillaire, III, 76. — *Gouy*. *Id.*, III, 264. — *Bouty*. Capacité de l'électromètre capillaire, III, 371.

Phénomène de Hall. — *Lommel*. Phénomène de Hall, III, 74. — *Drude* et *Nernst*. Influence de la température, I, 560.

Phénomène de Hertz. — *Poincaré*. Théorie, II, 432; Propagation, II, 593; Propagation anomale, II, 592. — *Aron* et *Rubens*. Vitesse de propagation, I, 82; III, 271. — *Cohn*. Propagation des vibrations dans l'eau, III, 270. — *Borgman*. Oscillations électriques, I, 406. — *Grimaldi*. *Id.*, I, 577. — *Bjerknes*. *Id.*, II, 140, 599. — *Janet*. *Id.*, II, 337 et 598. — *Blondlot*. *Id.*, II, 590, 594. — *Blondlot* et *Dufour*. *Id.*, II, 590. — *Pérot*. *Id.*, II, 595. — *Patterson* et *Arnold*. *Id.*, III, 176. — *Sarazin* et *de la Rive*. *Id.*, III, 179, 217. — *Bernadsky*. Vibrateur de Hertz, III, 566. — *Töppler*. Oscillations rapides, III, 272. — *Klemencic*. Réflexion des rayons de force, I, 394. — *Bjerknes*. Résonance, III, 460; Vibrations dans les fils, III, 463. — *Garbasso*. Résonance multiple, II, 259. — *Sarazin* et *de la Rive*. Diélectrique liquide, II, 597. — *Lecher*. Mesure des constantes diélectriques, I. 86. — *Pérot*. *Id.*, II, 487. — *Ziloff*. Indice des ondes électriques, III, 180. — *Yule*. Ondulations à travers les électrolytes, III, 285. — *Colson*. Emploi du téléphone, II, 596. — *Janet*. Courants de haute fréquence, I, 375; Détermination des coefficients de self-induction, II, 598. — *Pupin*. *Id.*, II, 428. — *Trowbridge*. Propagation du magnétisme par ondes, II, 282. — *Lucas*. Appareil, II, 281. — *Arons*. Expérience, III, 271. — *Zehnder*. Représentation objective, III, 462.

Photo-électricité. — *Minchin*. Photo-électricité, I, 90. — *Elster* et *Geitel*. Métaux alcalins et amalgames, I, 557; Surfaces minérales, I, 558. — *Bidwell*. Sélénium, I, 91. — *Branly*. Déperdition à la lumière, II, 300, 478.

Électro-optique. — *Goldhammer*. Théorie électromagnétique, I, 205, 345, 439, 440. — *Raveau*. Surface d'onde, II, 134; Théorie de la lumière, II, 91. — *Wachs-*

muth. Rotation électromagnétique, I, 559. — *Werner*. *Id.*, II. 221. — *Basset*. Phénomène de Kerr, I, 180. — *Sissing*. *Id.*, III, 420. — *Zeeman*. *Id.*, III, 421. — *Rosing*. Mouvement magnétique de la matière, II, 527.

Applications de l'électricité. — *Witz*. Rendement photogénique, II, 123. — *Nichols*. Arc électrique alternatif, I, 43; Enduit des lampes à incandescence, II, 190. — *Perry*. Transformateurs, I, 95. — *Rowland*. *Id.*, II, 79. — *Norkewitsch-Iodko*. Téléphone, I, 193. — *Colson*. *Id.*, II, 596. — *Germain*. *Id.*, II, 139. — *Mercadier*. *Id.*, II, 140. — *Perry* et *Beeslon*, *Id.*, III, 286. — *Richard*. Avertisseur, II, 140. — *Guerre* et *Martin*. Timbre, II, 143. — *Carvallo*. Similitude dans les fonctions des machines, I, 209. — *Hutin et Leblanc*. Moteur. II, 92. — *Hopkinson* et *Wilson*. Machines dynamo, III, 44. — *Violle*. Four électrique, II, 545. — *Schmidt*. Chronographe, II, 606. — *Gautier* et *Larat*. Utilisations médicales, II, 607. — *D'Arsonval*. Effets physiologiques, II, 607. — *Janet*. Inscription électrochimique, III, 455. — *Kohlrausch* et *Rose*. Solubilité des corps peu solubles, III, 137.

Météorologie. Physique du globe.

Physique de l'atmosphère. — *Mascart*. Masse de l'atmosphère, I, 97. — *Rosemberg*. Vents alizés, I, 442. — *Faye*, Cyclones, II, 135, 138, 334. — *Bouquet de la Grye*. Marées atmosphériques, III, 467. — *Abbe*. Radiation atmosphérique, I, 436. — *Paulsen*. Aurores boréales, I, 79. — *Trowbridge*. Oscillations de l'aurore boréale, III, 174. — *Battelli*. Crépuscules, I, 574. — *Henry*. Dispersion atmosphérique, I, 569. — *Macé de Lépinay* et *Pérot*. Mirage, II, 97, 820. — *Ekama*. Réfraction de l'atmosphère, II, 74. — *Dufour*. Scintillation des étoiles, III, 228. — *Piltschikoff*. Polarisation de l'atmosphère, III, 90. — *Hurion*. *Id.*, III, 432. — *Barus*. Couleurs par la condensation des nuages, II, 425. — *Aitken*. Nuages, III, 64. — *Mascart*. Arc en ciel, III, 91, 92. — *André*. Électricité atmosphérique, II, 143.

Instruments et observations météorologiques. — *Sentis*. Baromètre, I, 77; enregistreur, I, 212. — *Gilbault*. Hygromètre, III, 381. — *Chabaud*. Thermomètre à renversement, III, 336. — *Guilbert*. Gradient, II, 137. — *Janssen*. Observatoire du mont Blanc, II, 434. — *Ferrel*. Chaleur solaire, I, 46. — *Bartoli* et *Stracciati*. *Id.*, I, 572. — *Savélieff*. Constante solaire, II, 136; Observations actinométriques. II, 84; III, 233. — *Crova*. *Id.*, II, 84, 87. — *Chwolson*. *Id.*, III, 566. — *Rigollot*. Actinomètre, I, 500. — *Welitscko*. Héliographe, III, 236. — *Hesehus*. Expériences sur les grêlons, I, 403, II, 505. — *Lermantoff*. Production artificielle de la pluie, I, 440. — *Renard*. Emploi des ballons perdus. II, 63. — *Reiset*. Observations, II, 139. — *Colley*, *Michkine* et *Kazine*. *Id.*, II, 87. — *Sigson*. Photographie de flocons de neige, II, 431. — *Chwolson*. Influence d'une voûte magnétique, III, 572.

Physique terrestre. — *Preston*. Forme de la Terre, I, 47. — *Bassot*. Méridienne de France, III, 324. — *Hatt*. Triangulation de la Corse, III, 324. — *Schiaparelli*. Rotation de la Terre, I, 575. — *Mascart, d'Abbadie*. Variations de la gravité, III, 468. — *Rateau*. Hypothèse des cloches sous-marines, III, 469. — *Makaroff*. Eau de mer, I, 132. — *Lehfeldt*. Mesure de H, I, 310. — *Weber*. Mesure de l'inclinaison, I, 561. — *Schering*. Inclinomètres, II, 329. — *Wild*. Inclinateur

à induction, II, 93. — *Schuster. Id.*, I, 92. — *Bigelow.* Variation de l'aiguille aimantée, I, 229. — *Moureaux. Id.*, I, 569. — *Battelli.* Carte magnétique de la Suisse, II, 589. — *De Fonvielle.* Lignes sans déclinaison, II, 601. — *Oddone.* Rochers magnétiques, III, 575. — *Bartoli.* Chaleur spécifique des laves, I, 574. — *Becquerel.* Température du sol, II, 431. — *Whitney.* Réfraction sur la neige, II, 431.

Physique céleste. — *Rayet, Gautier, Janssen.* Éclipse, II, 436. — *Lagrange* et *Stroobant.* Méthodes astrophotométriques, II, 160. — *Brennand.* Observations photométriques, I, 352. — *Huggins.* Étoiles à raies brillantes, I, 178; Étoile d'Auriga, III, 44, 65. — *Lockyer.* Étoiles nouvelles, II, 43; Étoile d'Auriga, III, 42, 44; Spectre photographique d'étoiles, III, 425. — *Dibdin.* Photographie stellaire, III, 47. — *Keeler.* Spectre des nébuleuses, I, 356. — *Colley.* Distance des étoiles, II, 426. — *Mascart.* Aberration, II, 433. — *Deslandres.* Mouvement radial des astres, II, 436. — *D'Abbadie.* Étoiles filantes, III, 467.

FIN DE LA TABLE ANALYTIQUE.

20487 Paris. — Imprimerie GAUTHIER-VILLARS ET FILS, quai des Grands-Augustins, 55.

JOURNAL
DE PHYSIQUE
THÉORIQUE ET APPLIQUÉE,

FONDÉ

PAR J.-CH. D'ALMEIDA

ET PUBLIÉ PAR

MM. E. BOUTY, A. CORNU, E. MASCART, A. POTIER,

AVEC LA COLLABORATION

D'UN GRAND NOMBRE DE PROFESSEURS ET DE PHYSICIENS.

TROISIÈME SÉRIE.

TOME III. — DÉCEMBRE 1884.

PARIS,

AU BUREAU DU JOURNAL DE PHYSIQUE,

11, RUE RATAUD, 11.

Toutes les réclamations doivent être adressées à M. Brisse, rue Vauquelin, 18, à Paris.

Le *Journal de Physique théorique et appliquée* paraît chaque mois et forme par an un volume grand in-8 de 40 feuilles, avec figures dans le texte. Les vingt-deux premiers volumes, 1872, 1873, 1874, 1875, 1876, 1877, 1878, 1879, 1880, 1881, 1882, 1883, 1884, 1885, 1886, 1887, 1888, 1889, 1890, 1891, 1892, 1893, 1894, se vendent séparément ..... 15 fr.

Les abonnements sont annuels et partent de janvier.

Prix pour un an (12 numéros) :

Paris et pays faisant partie de l'Union postale .... 15 fr.
Autres pays .... 17 fr.

On s'abonne dans tous les bureaux de poste, au nom de M. Ch. Brisse, rue Vauquelin, 18.

Tout ce qui concerne la rédaction doit être adressé à M. Bouty, rue du Val-de-Grâce, 9.

Tout ce qui concerne l'administration doit être adressé à M. Brisse, rue Vauquelin, 18.

TABLE DES MATIÈRES (*suite*).

DÉCEMBRE 1894.

au voisinage de leur maximum de densité; p. 580. — G. Vicentini. Transmission de l'électricité par l'air qui enveloppe des conducteurs chauffés au rouge par le courant électrique........................ 580
Bulletin bibliographique.. 581
Errata.. 584
Table des matières.. 585
Table par noms d'auteurs.. 601
Table analytique.. 616

